

二项分布与超几何分布

一、随机变量及其分布

1. 从一个装有 3 个白球和 5 个黑球的袋子中无放回地取球 2 次，每次取球 1 个，记 X 为取得白球的次数，则 $E(X) =$ _____.

2. CBA 季后赛总决赛在甲、乙两支球队进行，总决赛采用七局四胜制（7 场 4 胜），总决赛的主场优势授予常规赛排名更高的球队，采用“2-2-1-1-1”的主客场安排（即排名高的球队先打两个主场，然后是对手的两个主场，之后若需要，交替进行一个主场）。设甲队主场取胜的概率为 0.6，客场取胜的概率为 0.5，且各场比赛结果相互独立，若甲球队常规赛排名更高，那么甲队 4:2 获胜的概率是_____.

3. 已知甲盒产品中有 4 个正品和 2 个次品，乙盒产品中有 3 个正品和 2 个次品，若从甲盒中任取 2 个产品，则这 2 个产品中有一个为正品的条件下，另一个为次品的概率_____.

若先从甲盒中任取 2 个产品，放入乙盒，再从乙盒任取一个产品，则取出的这个产品是正品的概率为_____.

4. 为帮助学生减压，高三某班准备了“幸运抽奖箱”，箱中共有 10 张卡片，其中 6 张为“获奖卡”. 每位同学随机抽取 3 张，抽到获奖卡可兑换奖品，每人抽完后箱中恢复原先 10 张卡片. 甲同学参加了一次抽奖活动，则甲同学恰好抽到 2 张“获奖卡”的概率为_____；若该班有 60 名同学，每人都恰参加一次抽奖活动，则至少抽到 1 张“获奖卡”的人数的均值是_____.

5. 甲、乙两队参加知识竞赛，每队3人，每人回答一个问题，答对者为本队赢得一分，答错得零分. 假设甲队中每人答对的概率均为 $\frac{2}{3}$ ，乙队中3人答对的概率分别为 $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ ，且各人正确与否相互之间没有影响. 用 ξ 表示甲队的总得分，则随机变量 ξ 的数学期望为_____；用 A 表示“甲、乙两个队总得分之和等于3”这一事件，用 B 表示“甲队总得分大于乙队总得分”这一事件，则 $P(AB)=$ _____.

6. 有一个摸奖游戏，在一个口袋中装有7个红球和3个白球，这些球除颜色外完全相同，一次性从中摸出6个球，至少摸到2个白球就中奖，则中奖的概率为_____.

7. 为庆祝第19届亚运会在我国杭州举行，杭州某中学举办了一次“亚运知识知多少”的知识竞赛. 参赛选手从7道题（4道多选题，3道单选题）中随机抽题进行作答，若某选手先随机抽取2道题，再随机抽取1道题，则最后抽取到的题为多选题的概率为_____.

8. 某校高三1班第一小组有男生4人，女生2人，为提高高中学生对劳动教育重要性的认识，

现需从中抽取 2 人参加学校开展的劳动技能学习，恰有一名女生参加劳动学习的概率则为_____；在至少有一名女生参加劳动学习的条件下，恰有一名女生参加劳动学习的概率_____.

9. 早期的生成式人工智能原理是“单字接龙”，人工智能模型会进行“算法预测”. 例如输入“白日”之后，系统会检索文本库中包含“白日”的词语或短句，假设文本库中包含“白日”的词语或短句只有“白日梦”和“白日依山尽”，且二者在文本库中出现的频率为 0.8 和 0.2，则模型下一个字输出“梦”和“依”的概率分别为 0.8 和 0.2，依此类推生成下一个汉字. 假设有一个简化的人工智能模型，仅能生成四个汉字，生成每个汉字之前都需要对前面的所有汉字进行“算法预测”，并且每一步判断是相互独立的. 该人工智能模型的文本库如下：

人大附小	人民英雄	人大附中集团校
人大附中	人才济济	人大代表
人民大学	人大附幼儿园	地灵人杰
学为人师	助人为乐	人大附中东门

输入“人”后，下一个字输出“大”的概率为_____；
输入“人”后，最终输出结果为“人大附中”的概率为_____.

10. 某单位组织知识竞赛, 按照比赛规则, 每位参赛者从 5 道备选题中随机抽取 3 道题作答. 假设在 5 道备选题中, 甲答对每道题的概率都是 $\frac{2}{3}$, 且每道题答对与否互不影响, 则甲恰好答对其中两道题的概率为_____; 若乙能答对其中 3 道题且另外两道题不能答对, 则乙恰好答对两道题的概率为_____.

11. 在数字通信中, 信号是由数字 0 和 1 组成的序列. 由于随机因素的干扰, 发送的信号 0 或 1 有可能被错误地接收为 1 或 0. 当发送信号 0 时, 接收为 0 和 1 的概率分别为 0.7 和 0.3; 当发送信号 1 时, 接收为 1 和 0 的概率分别为 0.8 和 0.2. 假设发送信号 0 和 1 是等可能的. 某次信号传递中, 在接收的信号为 00 的条件下, 则传递过程中没有出错的概率为_____.

12. 有 5 道题, 5 名女生中有 2 人每题都不能答对, 其余 3 人每题都能答对, 3 名男生每人对每题答对的概率均为 $\frac{1}{2}$. 现从上述 5 名女生中选择 2 名女生和 3 名男生答题, 每人答一题, 答对得 2 分, 答错得 0 分, 记得分之和为 X , 则 X 的数学期望为_____.

13. 某学习小组有男生 4 人, 女生 3 人, 现需从中抽取 2 人参加学校开展的 AI 人工智能学习, 则恰有一名男生参加的概率为_____; 在有女生参加学习的条件下, 恰有一名女生参加 AI 人工智能学习的概率为_____.

14. 甲、乙两队进行篮球决赛，采取七场四胜制（当一队赢得四场胜利时，该队获胜，决赛结束）。根据前期比赛成绩，甲队的主客场安排依次为“主主客客主客主”。设甲队主场取胜的概率为0.6，客场取胜的概率为0.5，且各场比赛结果相互独立，则乙队以4:1获胜的概率是_____.

15. 某闯关游戏设置了3个关卡，每关玩家先从道具 A 、 B 中随机选择1个（不同关卡可选同一个道具），再进行闯关，已知使用道具 A 通过对应关卡的概率为 $\frac{2}{3}$ ，使用道具 B 通过对应关卡的概率为 $\frac{1}{2}$ ；且每个关卡的道具选择、闯关结果均相互独立。若玩家必须按“关卡1→关卡2→关卡3”的顺序挑战，且只有通过前一关才能进入下一关，记该玩家最终恰好通过2个关卡的概率为 p ，则 $p =$ _____.

16. 盒子里有大小和形状完全相同的4个黑球和6个红球，每次从中随机取一个球，取后不放回。在第一次取到黑球的条件下，第二次取到黑球的概率是_____；若连续取2次球，设随机变量 X 表示取到的黑球个数，则 $E(X) =$ _____.

17. 某学校进行了一次抽样调查，了解不同性别的学生“利用 AI 辅助学习”的情况，采用简

单随机抽样的方法，分别抽取男生和女生各 50 名作为样本. 记“利用 AI 辅助学习”为事件 A ，“学生为女生”为事件 B ，将样本的频率视为概率，得到 $P(A|B)=\frac{1}{2}$ ， $P(B|A)=\frac{5}{12}$. 现从全校的学生中随机抽取 30 名，设其中“利用 AI 辅助学习的学生”的人数为 X ，则当 $P(X=k)$ 取得最大值时， $k(k \in \mathbf{N}^*)$ 的值为_____.

18. 甲、乙两人在每次猜谜活动中各猜一个谜语，若一方猜对且另一方猜错，则猜对的一方获胜，否则本次平局，已知每次活动中，甲、乙猜对的概率分别为 $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{1}{5}$ ，且每次活动中甲、乙猜对与否互不影响，各次活动也互不影响，则一次活动中，甲获胜的概率为_____；若 3 次活动中，甲获胜的次数记为 X ，则随机变量 X 的期望为_____.

19. 甲、乙两名同学参加一场乒乓球比赛，比赛共五局（无平局），先赢三局者取得比赛最终胜利. 已知第一局乙同学获胜的概率为 $\frac{1}{3}$ ，且对于每一局，若乙同学在本局中获胜，则他在下一局获胜的概率为 $\frac{2}{3}$ ；若乙同学在本局中未获胜，则他在下一局获胜的概率为 $\frac{1}{3}$. 甲同学第二局比赛获胜的概率为_____；在比赛三局即结束的条件下，乙同学取得比赛最终胜利的概率为_____.

20. 在高考志愿模拟填报实验中，共有 9 个专业可供学生甲填报，其中学生甲感兴趣的专业有 3 个. 若在实验中，学生甲随机选择 3 个专业进行填报，则填报的专业中至少有 1 个是学生甲感兴趣的概率为_____.