

逻辑用语刷题练

一、单选题

1. 已知实数 a, b, c , 则“ $ac^2 \geq bc^2$ ”是“ $a \geq b$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】根据充分条件和必要条件的定义判断.

【详解】若 $ac^2 \geq bc^2$, 当 $c=0$ 时, 无论 a, b 为何值, $ac^2 = bc^2 = 0$ 成立, 此时无法判断 a, b 的大小, 则充分条件不成立,
若 $a \geq b$, 两边同乘以大于等于零的数, 根据不等式的性质可知 $ac^2 \geq bc^2$, 则必要性成立,
故选: B.

2. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, e^x - x - 1 > 0$, 则 $\neg p$ 是 ().

- A. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x - x - 1 \leq 0$
B. $\forall x \in \mathbb{R}, e^x - x - 1 < 0$
C. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, e^{x_0} - x_0 - 1 < 0$
D. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, e^{x_0} - x_0 - 1 \leq 0$

【答案】D

【知识点】全称命题的否定及其真假判断

【分析】利用命题的否定的求法求出 $\neg p$ 即可.

【详解】因为命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, e^x - x - 1 > 0$ 是全称命题,
所以 $\neg p$ 是 $\exists x_0 \in \mathbb{R}, e^{x_0} - x_0 - 1 \leq 0$, 故 D 正确.
故选: D.

3. 若 $x \in \mathbb{R}$, 则“ $\frac{1}{x} > 1$ ”是“ $x^2 < 1$ ”成立的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件、解不含参数的一元二次不等式、分式不等式

【分析】根据分式不等式和一元二次不等式的解法，结合充分条件和必要条件的定义即可得解.

【详解】由 $\frac{1}{x} > 1$ ，解得 $0 < x < 1$ ，

由 $x^2 < 1$ ，解得 $-1 < x < 1$ ，

所以“ $\frac{1}{x} > 1$ ”是“ $x^2 < 1$ ”成立的充分不必要条件.

故选：A.

4. 若 $a, b \in \mathbb{R}$ ，则“ $\frac{a}{b} > 1$ ”是“ $a > b$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不

充分也不必要条件

【答案】D

【知识点】既不充分也不必要条件

【分析】利用不等式的性质去判断“ $\frac{a}{b} > 1$ ”与“ $a > b$ ”之间的逻辑关系即可解决.

【详解】若 $\frac{a}{b} > 1$ ，当 $b > 0$ 时， $a > b$ ，当 $b < 0$ 时， $a < b$ ；

又当 $a > b > 0$ 时，两边除以 b ，得 $\frac{a}{b} > 1$ ，当 $a > b$ 且 $b < 0$ 时，两边除以 b ，得 $\frac{a}{b} < 1$.

故“ $\frac{a}{b} > 1$ ”是“ $a > b$ ”的既不充分也不必要条件.

故选：D

5. 设 $x \in \mathbb{R}$ 且 $x \neq 0$ ，则“ $x > 2$ ”是“ $x > \frac{4}{x}$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件、分式不等式

【分析】根据题意，利用不等式的解法，求得不等式 $x > \frac{4}{x}$ 的解集，结合充分条件、必要条件的判定方法，即可求解.

【详解】由不等式 $x > \frac{4}{x}$ ，可得 $x - \frac{4}{x} = \frac{x^2 - 4}{x} = \frac{(x-2)(x+2)}{x} > 0$ ，

解得 $-2 < x < 0$ 或 $x > 2$,

所以“ $x > 2$ ”是“ $x > \frac{4}{x}$ ”的充分不必要条件.

故选: A.

6. 若 $x, y \in R$, 则“ $x < |y|$ ”是“ $x^2 < y^2$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】利用充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】当 $x < 0$, 且 $|x| > |y|$ 时, $x^2 < y^2$ 不成立, 所以是不充分条件;

当 $x^2 < y^2$ 时, 即 $|x| < |y|$, 即必有 $x < |y|$, 所以是必要条件.

故选: B.

7. 已知 x, y 是实数, 则“ $\frac{y}{x} > 1$ ”是“ $x < y$ ”是的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】D

【知识点】既不充分也不必要条件、由不等式的性质比较数(式)大小

【分析】根据不等式的特征, 举例说明充分必要性.

【详解】若 $y = -4, x = -3$, 满足 $\frac{y}{x} > 1$, 此时 $x > y$, 所以 $\frac{y}{x} > 1$ 不是 $x < y$ 的充分条件,

反过来, 若 $x = -1, y = 1$, 满足 $x < y$, 此时 $\frac{y}{x} = -1 < 1$, 所以 $\frac{y}{x} > 1$ 也不是 $x < y$ 的必要条件,

所以 $\frac{y}{x} > 1$ 是“ $x < y$ ”的既不充分也不必要条件.

故选: D

8. 设 $a, b \in R$, 则“ $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ ”是“ $\ln a = \ln b$ ”的 ()

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件、求对数函数的定义域、对数函数单调性的应用

【分析】结合根式的意义和对数函数性质依次分析充分性和必要性即可求解.

【详解】若“ $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ ”则 $a = b \geq 0$,

所以当 $a = b = 0$ 时, “ $\ln a = \ln b$ ”不成立, 故充分性不成立;

若“ $\ln a = \ln b$ ”, 因为 $y = \ln x$ 是增函数,

所以 $a = b > 0$, 所以“ $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ ”, 故必要性成立,

“ $\sqrt{a} = \sqrt{b}$ ”是“ $\ln a = \ln b$ ”的必要不充分条件.

故选: B

9. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (k, -1)$, 则“ $k = -\frac{1}{2}$ ”是“ $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【知识点】由向量共线(平行)求参数、充要条件的证明

【分析】根据向量的共线的坐标关系, 即可根据充要条件的定义判断.

【详解】由 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (k, -1)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $2k = -1$, 解得 $k = -\frac{1}{2}$,

故“ $k = -\frac{1}{2}$ ”是“ $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ”的充要条件,

故选: C

10. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则“ $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $a_{n+2} > a_n$,”是“ $\{a_n\}$ 是递增数列”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【知识点】由定义判定等比数列、充要条件的证明

【分析】利用等比递增数列的定义判断即可.

【详解】(1) 充分性证明: 设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 由 $a_{n+2} > a_n$, 得 $a_{n+2} - a_n = a_n(q^2 - 1) > 0$,

当 $a_n > 0$ 时, $q^2 - 1 > 0$, 则 $q > 1$ 或 $q < -1$, 当 $q > 1$ 时, 显然 $\{a_n\}$ 是递增数列,

当 $q < -1$ 时, 则数列为摆动数列不能保证对任意正整数 n 使得 $a_{n+2} > a_n$ (舍去),

同理当 $a_n < 0$ 时, $q^2 - 1 < 0$, 当 $0 < q < 1$ 时, 显然 $\{a_n\}$ 是递增数列,

当 $-1 < q < 0$ ，为摆动数列不能保证对任意正整数 n 使得 $a_{n+2} > a_n$ （舍去），

故充分性成立.

(2) 必要性证明：若 $\{a_n\}$ 是递增数列，则从第二项开始，每一项都比它的前一项大，

所以 $\forall n \in \mathbf{N}^*$ ， $a_{n+1} > a_n$ ，故 $a_{n+2} > a_{n+1}$ ，由上两个式子可得 $\forall n \in \mathbf{N}^*$ ， $a_{n+2} > a_n$ ，必要性成立.

故选：C

11. 已知 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_1 = 1$ ，则“ $S_3 = 3$ ”是“ $q = -2$ ”的（ ）条件.

- A. 充分不必要. B. 必要不充分. C. 充分必要. D. 既不充分也不必要.

【答案】B

【知识点】求等比数列前 n 项和、判断命题的必要不充分条件

【分析】利用充分条件与必要条件的定义以及等比数列的前和公式即可得出选项.

【详解】因为 $a_1 = 1$ ，当 $q = 1$ 时，则 $a_1 + a_2 + a_3 = 1$ ，所以 $S_3 = 3$ ，

当 $q \neq 1$ 时， $S_3 = \frac{a_1(1-q^3)}{1-q} = 3 (q \neq 1)$ ，解得 $q = -2$ ，

所以“ $S_3 = 3$ ”是“ $q = -2$ ”的必要不充分条件.

故选：B.

12. “ $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ”是“ $\pi^a > \pi^b$ ”的（ ）

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】比较指数幂的大小、判断命题的充分不必要条件

【分析】根据充分条件与必要条件的概念，结合指数函数的单调性求解判断.

【详解】若 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ，则 $a > b$ ，从而 $\pi^a > \pi^b$ ，故充分性成立，

若 $\pi^a > \pi^b$ ，则 $a > b$ ，但 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 不一定成立，如取 $a = 2, b = -1$ ，故必要性不成立，

所以，“ $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ”是“ $\pi^a > \pi^b$ ”的充分而不必要条件.

故选：A.

13. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $2^a > 2^b$ ”是“ $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件、由指数函数的单调性解不等式

【分析】根据充分必要条件的定义、以及指数函数的性质判断即可.

【详解】取 $a = -1, b = -2$, 满足 $2^a > 2^b$, 但得不出 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$,

所以“ $2^a > 2^b$ ”是“ $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ”的不充分条件;

由 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$, 可得 $a > b$, 又因为 $y = 2^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,

所以 $2^a > 2^b$, 所以“ $2^a > 2^b$ ”是“ $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ”的必要条件;

所以“ $2^a > 2^b$ ”是“ $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

14. 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是向量, 则“ $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ ”是“ $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ”的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】D

【知识点】判断命题的充分不必要条件、判断命题的必要不充分条件

【详解】试题分析: 由 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ 无法得到 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 充分性不成立; 由 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 两向量的模不一定相等, 必要性不成立, 故选 D.

【考点】充要条件, 向量运算

【名师点睛】由向量数量积的定义 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \theta$ (θ 为 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的夹角) 可知, 数量积的值、模的乘积、夹角知二可求一, 再考虑到数量积还可以用坐标表示, 因此又可以借助坐标进行运算. 当然, 无论怎样变化, 其本质都是对数量积定义的考查. 求解夹角与模的题目在近几年高考中出现的频率很高, 应熟练掌握其解法.

15. “ $k = \frac{1}{2}$ ”是“直线 $y = kx + 1$ 与抛物线 $y^2 = 2x$ 只有一个公共点”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不

充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件、判断直线与抛物线的位置关系

【分析】联立直线与抛物线的方程，可得 $k^2x^2 + (2k-2)x+1=0$ ，分 $k=0$ 和 $k \neq 0$ ，讨论方程只有一个解可得 $k=0$ 或 $k = \frac{1}{2}$ ，再由充分条件和必要条件的定义即可得出答案.

【详解】若直线 $y=kx+1$ 与抛物线 $y^2=2x$ 只有一个公共点，

则方程 $(kx+1)^2=2x$ 只有一个解，

即方程 $k^2x^2 + (2k-2)x+1=0$ 只有一个解，

当 $k=0$ 时， $-2x+1=0$ 恒有一个解；

当 $k \neq 0$ 时， $(2k-2)^2 - 4k^2 = 0$ ，得 $k = \frac{1}{2}$ ，此时方程只有一个解.

即直线 $y=kx+1$ 与抛物线 $y^2=2x$ 只有一个公共点，可得 $k=0$ 或 $k = \frac{1}{2}$ ，

故“ $k = \frac{1}{2}$ ”是“直线 $y=kx+1$ 与抛物线 $y^2=2x$ 只有一个公共点”的充分不必要条件，

故选：A.

16. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $x=0$ ”是“ $\sin 2x=0$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件、特殊角的三角函数值

【分析】通过判断是否能相互推出，由充分条件与必要条件的定义可得.

【详解】由 $x=0 \Rightarrow \sin 2x = \sin 0 = 0$ ，则“ $x=0$ ”是“ $\sin 2x=0$ ”的充分条件；

又当 $x=\pi$ 时， $\sin 2x = \sin 2\pi = 0$ ，可知 $\sin 2x=0 \nRightarrow x=0$ ，

故“ $x=0$ ”不是“ $\sin 2x=0$ ”的必要条件，

综上所述，“ $x=0$ ”是“ $\sin 2x=0$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

17. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a^2 > b^2$ ”是“ $a^3 > b^3$ ”的（ ）

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】D

【知识点】既不充分也不必要条件

【分析】分别从充分性和必要性角度去判断即可.

【详解】由 $a^2 > b^2$ 得 $|a| > |b|$, 由 $a^3 > b^3$ 得 $a > b$,

当 $a = -2$, $b = 1$ 时, 满足 $|a| > |b|$, 但不满足 $a > b$;

当 $a = -2$, $b = -3$ 时, 满足 $a > b$, 但不满足 $|a| > |b|$;

故“ $a^2 > b^2$ ”是“ $a^3 > b^3$ ”的既不充分也不必要条件,

故选: D

18. 若 $a, b \in \mathbb{R}$, 则“ $a \neq b$ ”是“ $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】根据充分必要条件的定义判断.

【详解】 $ab < 0$ 且 $a \neq b$ 时, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} < 0$, $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ 不成立, 不充分,

$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$, 则 $ab > 0$ 且 $\frac{b}{a} \neq 1$ 即 $a \neq b$, 必要性成立,

因此是必要不充分条件.

故选: B.

19. 数列 $\{a_n\}$ 中, “ $a_n^2 = a_{n-1}a_{n+1}$ 对任意 $n \geq 2$ 且 $n \in \mathbb{N}^*$ 都成立”是“ $\{a_n\}$ 是等比数列”的 ()

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的必要不充分条件、等比中项的应用

【分析】利用充分条件和必要条件的定义判断.

【详解】易知“ $\{a_n\}$ 是等比数列”能推出“ $a_n^2 = a_{n-1}a_{n+1}$ 对任意 $n \geq 2$ 且 $n \in \mathbb{N}^*$ 都成立”.

当 $n \geq 2$ 时, 若 $a_n = a_{n-1} = a_{n+1} = 0$, 满足 $a_n^2 = a_{n-1}a_{n+1}$, 此时 $\{a_n\}$ 不是等比数列.

故“ $a_n^2 = a_{n-1}a_{n+1}$ 对任意 $n \geq 2$ 且 $n \in \mathbf{N}^*$ 都成立”是“ $\{a_n\}$ 是等比数列”的必要不充分条件，
故选：A.

20. 若 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 是平面上两个非零的向量，则“ $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ”是“ $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件、平行向量（共线向量）、数量积的运算律

【分析】由 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ，两边平方化简可得 $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 1$ ，即 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 同向，可判断充分性成立，

由 $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ，可得 $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \pm 1$ ，即 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 共线，可举反例 $\vec{a} = -\vec{b}$ ，判断必要性不成立.

【详解】因为 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ，所以 $(|\vec{a} + \vec{b}|)^2 = (|\vec{a}| + |\vec{b}|)^2$ ，

即 $|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ，即 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ，

由于 $\vec{a}, \vec{b}$ 是平面上两个非零的向量，所以 $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 1$ ，所以 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 同向，

所以有 $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ，故充分性成立；

因为 $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ，则 $|\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle| = 1$ ，即 $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \pm 1$ ，

由于 $\vec{a}, \vec{b}$ 是平面上两个非零的向量，所以 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 共线，

不妨取 $\vec{a} = -\vec{b}$ ，此时 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 共线，但 $|\vec{a} + \vec{b}| = 0$ ， $|\vec{a}| + |\vec{b}| = 2|\vec{b}| \neq 0$ ，

故必要性不成立，

所以“ $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ”是“ $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ ”的充分不必要条件.

故选：A

21. 已知 $a, b \in (0, +\infty)$ ，则“ $a > b$ ”是“ $a - \frac{1}{a} > b - \frac{1}{b}$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【知识点】充要条件的证明、比较函数值的大小关系

【分析】构造函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$ ，利用函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增检验充分必要性即可求解.

【详解】令 $f(x) = x - \frac{1}{x} (x > 0)$ ， $\because y = x, y = -\frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上都为增函数， $\therefore f(x) = x - \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增，

又 $a, b \in (0, +\infty)$ ，所以 $a > b \Leftrightarrow f(a) > f(b)$ ，

即“ $a > b$ ”是“ $a - \frac{1}{a} > b - \frac{1}{b}$ ”的充要条件，

故选：C

22. 命题“ $\exists x \in \mathbf{N}, x^2 > 1$ ”的否定是 ()

A. $\forall x \notin \mathbf{N}, x^2 < 1$

B. $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 < 1$

C. $\forall x \notin \mathbf{N}, x^2 \leq 1$

D. $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 \leq 1$

【答案】D

【知识点】特称命题的否定及其真假判断

【分析】根据特称命题的否定为全称命题即可求解.

【详解】命题“ $\exists x \in \mathbf{N}, x^2 > 1$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 \leq 1$ ”，

故选：D

23. 已知 $x > 0, y > 0$ ，则“ $x^{2025} > y^{2025}$ ”是“ $\ln x > \ln y$ ”的 ()

A. 充要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】充要条件的证明、比较对数式的大小、由幂函数的单调性比较大小

【分析】根据相关幂函数、对数函数的单调性判断条件间的推出关系，结合充分、必要性定义即可得.

【详解】对于函数 $y = x^{2025}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，由 $x > 0, y > 0$ ， $x^{2025} > y^{2025}$ ，知 $x > y > 0$ ，由函数 $y = \ln x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，则 $\ln x > \ln y$ ，故充分性成立；

由上， $\ln x > \ln y$ 有 $x > y > 0$ ，进而有 $x^{2025} > y^{2025}$ ，故必要性也成立；

所以“ $x^{2025} > y^{2025}$ ”是“ $\ln x > \ln y$ ”的充要条件.

故选：A

24. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a \neq b$ ”是“ $a^2 \neq b^2$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】求出 $a^2 \neq b^2$ 的等价条件, 结合充分条件、必要条件的定义判断可得出结论.

【详解】由 $a^2 \neq b^2$ 可得 $a \neq b$ 且 $a \neq -b$,

因为“ $a \neq b$ ” $\not\Rightarrow$ “ $a \neq b$ 且 $a \neq -b$ ”, “ $a \neq b$ ” $\Leftarrow$ “ $a \neq b$ 且 $a \neq -b$ ”,

因此, “ $a \neq b$ ”是“ $a^2 \neq b^2$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

25. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a > \frac{1}{2}$ ”是“ $\frac{1}{a} < 2$ ”的 ().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件

【分析】求解分式不等式 $\frac{1}{a} < 2$, 求得 a 的范围, 进而从充分性和必要性进行判断即可.

【详解】 $\frac{1}{a} < 2$, 即 $\frac{1-2a}{a} < 0$, $a(2a-1) > 0$, 解得 $a < 0$ 或 $a > \frac{1}{2}$;

故当 $a > \frac{1}{2}$ 时, 可以推出 $\frac{1}{a} < 2$; 当 $\frac{1}{a} < 2$, 推不出 $a > \frac{1}{2}$;

故“ $a > \frac{1}{2}$ ”是“ $\frac{1}{a} < 2$ ”的充分不必要条件.

故选: A.

26. 已知命题 $p: a > b > 0$, 命题 $q: 2^a > 2^b$, 则命题 p 是命题 q 的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断指数函数的单调性、判断命题的充分不必要条件

【分析】利用指数函数单调性可判断得出结论.

【详解】根据题意由指数函数 $y = 2^x$ 的单调性可知 $p: a > b > 0$ 能推出 $q: 2^a > 2^b$,

即充分性成立；

由 $q: 2^a > 2^b$ 可推出 $a > b$ ，不能推出 $p: a > b > 0$ ，即必要性不成立；

因此命题 p 是命题 q 的充分不必要条件.

故选：A

27. “ $a > b$ ”是“ $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 > ab$ ”成立的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件、由基本不等式证明不等关系

【分析】先化简后面的条件，然后通过重要不等式说明前者推出后者成立；反之通过举反例说明不成立.

【详解】 $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 > ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 > 2ab \Leftrightarrow a \neq b$;

所以若 $a > b$ 成立，则 $a \neq b$ ，即 $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 > ab$ ；

反之若 $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 > ab$ 成立，即 $a \neq b$ 则 $a > b$ 不一定成立，还可能 $a < b$ ；

所以“ $a > b$ ”是“ $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 > ab$ ”的充分不必要条件；

故选 A.

【点睛】本题考查了充要条件的定义及应用；考查了重要不等式成立的条件及举反例的方法，属于基础题.

28. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $x^2 > 4$ ”是“ $2^x > 4$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件、由指数函数的单调性解不等式

【解析】由 $x^2 > 4$ ，可得 $x > 2$ 或 $x < -2$ ，由 $2^x > 4$ ，得 $x > 2$ ，根据充分条件和必要条件的定

义,结合包含关系即可得到结论

【详解】由 $x^2 > 4$, 得 $x > 2$ 或 $x < -2$,

由 $2^x > 4$, 得 $x > 2$,

$x > 2$ 或 $x < -2$ 不能推出 $x > 2$, $x > 2$ 能推出 $x > 2$ 或 $x < -2$.

所以“ $x^2 > 4$ ”是“ $2^x > 4$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

29. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a > b$ ”是“ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不

充分也不必要条件

【答案】D

【知识点】既不充分也不必要条件

【分析】根据充分必要条件的定义判断.

【详解】若 $a > 0 > b$, 则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$; 若 $\frac{1}{a} < 0 < \frac{1}{b}$, 则 $a < 0 < b$, 即“ $a > b$ ”是“ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”的既不充分也不必要条件、

故选: D.

30. 已知 $\{a_n\}$ 是一个无穷数列, “ $a_2 > a_1$ ”是“ $\{a_n\}$ 为递增数列”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断数列的增减性、判断命题的必要不充分条件

【分析】根据递增数列的概念及充分、必要条件的定义判断即可.

【详解】递增数列是指一个数列从第二项起, 每一项都大于它的前一项, 即

$$a_{n+1} > a_n (n \in \mathbf{N}^*).$$

若 $\{a_n\}$ 是摆动数列, 可能有 $a_2 > a_1$, 但是 $\{a_n\}$ 不是递增数列, 则仅 $a_2 > a_1$ 不能推出 $\{a_n\}$ 为递增数列, 但 $\{a_n\}$ 为递增数列可以推出 $a_2 > a_1$.

所以“ $a_2 > a_1$ ”是“ $\{a_n\}$ 为递增数列”的必要不充分条件.

故选: B.

31. “ $\sqrt{x} < 2$ ”是“ $\frac{x}{x-4} \leq 0$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【知识点】判断两个集合的包含关系、充要条件的证明、解不含参数的一元二次不等式、分式不等式

【分析】解出两不等式的解集，并根据其包含关系判断即可.

【详解】易知不等式 $\sqrt{x} < 2$ 的解集为 $[0, 4)$,

不等式 $\frac{x}{x-4} \leq 0$ 的解集也为 $[0, 4)$,

所以“ $\sqrt{x} < 2$ ”是“ $\frac{x}{x-4} \leq 0$ ”的充分必要条件.

故选: C

32. 若 $a \in \mathbf{R}$, 直线 $l_1: x + 2ay - 1 = 0$, 直线 $l_2: (3a - 1)x - ay - 1 = 0$, 则“ $a = 0$ ”是“ $l_1 // l_2$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】既不充分也不必要条件、已知直线平行求参数、判断命题的必要不充分条件、判断命题的充分不必要条件

【分析】根据两直线的位置关系, 结合充分条件、必要条件的概念即可求解.

【详解】当 $a = 0$ 时, $l_1: x - 1 = 0, l_2: -x - 1 = 0$, 则 $l_1 // l_2$;

若 $l_1 // l_2$, 则 $1 \times (-a) = 2a(3a - 1)$, 解得 $a = 0$ 或 $\frac{1}{6}$.

所以“ $a = 0$ ”是“ $l_1 // l_2$ ”的充分不必要条件.

故选: A

33. “ $a < b + e$ ”是“ $\ln(a - b) < 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

【答案】B

【知识点】由对数函数的单调性解不等式、判断命题的必要不充分条件

【分析】根据对数函数性质结合充分、必要条件分析判断即可求解.

【详解】因为 $a < b + e$ ，所以 $a - b < e$ ，

又因为 $a - b$ 不一定大于 0，即 $\ln(a - b)$ 不一定成立，

所以“ $a < b + e$ ”是“ $\ln(a - b) < 1$ ”的不充分条件，

因为 $y = \ln x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，

所以 $\ln(a - b) < 1 \Leftrightarrow 0 < a - b < e$ ，即 $a < b + e$ ，所以“ $a < b + e$ ”是“ $\ln(a - b) < 1$ ”的必要条件，

所以“ $a < b + e$ ”是“ $\ln(a - b) < 1$ ”的必要不充分条件，

故选：B.

34. 已知 $x \in \mathbb{R}$ ，命题 $p: x^3 \neq 1$ ，命题 $q: |x| \neq 1$ ，则 p 是 q 的 ()

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分又不必要条件

【答案】C

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】由命题间的必要不充分条件判断即可.

【详解】命题 $p: x^3 \neq 1$ 即 $x \neq 1$ ，

命题 $q: |x| \neq 1$ 即 $x \neq \pm 1$ ，

所以命题 q 能推出命题 p ，而命题 p 不能推出命题 q ，

所以 p 是 q 的必要不充分条件.

故选：C

35. “ $\ln(x+2) < 0$ ”是“ $x < -1$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】由对数函数的单调性解不等式、判断命题的充分不必要条件

【分析】由 $\ln(x+2) < 0$ 可得 $-2 < x < -1$ ，即可判断出结论.

【详解】由 $\ln(x+2) < 0$ 可得 $0 < x+2 < 1$ ，即 $-2 < x < -1$

当 $-2 < x < -1$, 必有 $x < -1$

当 $x < -1$ 时, 未必有 $-2 < x < -1$

所以“ $\ln(x+2) < 0$ ”是“ $x < -1$ ”的充分不必要条件

故选: A

36. 已知命题 $p: \log_2 x > \log_2 y$, 命题 $q: 2^x > 2^y$, 则命题 p 是命题 q 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】由对数函数的单调性解不等式、由指数函数的单调性解不等式、判断命题的充分不必要条件

【分析】根据对数以及指数的单调性化简, 即可求解.

【详解】由 $p: \log_2 x > \log_2 y$ 可得 $x > y > 0$,

由 $q: 2^x > 2^y$ 可得 $x > y$,

因此 $x > y > 0 \Rightarrow x > y$, 但 $x > y \not\Rightarrow x > y > 0$,

因此命题 p 是命题 q 的充分不必要条件,

故选: A

37. “ $x^{\frac{1}{3}} > y^{\frac{1}{3}}$ ”是“ $\ln x > \ln y$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】由幂函数的单调性解不等式、由对数函数的单调性解不等式、判断命题的必要不充分条件

【分析】借助函数单调性, 分别解两个不等式, 再利用充分条件和必要条件的定义判断.

【详解】因为函数 $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 所以由 $x^{\frac{1}{3}} > y^{\frac{1}{3}}$ 得 $x > y$,

因为函数 $f(x) = \ln x$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 所以由 $\ln x > \ln y$ 得 $x > y > 0$,

若 $x > y$ 成立, 则 $x > y > 0$ 不一定成立, 充分性不成立,

若 $x > y > 0$ 成立, 则 $x > y$ 一定成立, 必要性成立,

即“ $x^{\frac{1}{3}} > y^{\frac{1}{3}}$ ”是“ $\ln x > \ln y$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

38. 已知 $\alpha \in \mathbf{R}$, 则“ $\tan \alpha = 1$ ”是“ $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【知识点】探求命题为真的充要条件、由正切(型)函数的值域(最值)求参数

【分析】由充分必要条件的概念判断即可.

【详解】若 $\tan \alpha = 1$, 则 $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 反之若 $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 则 $\tan \alpha = 1$, 所以 $\tan \alpha = 1$ 是 $\alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 的充要条件.

故选: C

39. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $ab \geq 0$ ”是“ $|a+b| = |a| + |b|$ ”的 ()

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充分必要条件 D. 既非充分又非必要条件

【答案】C

【知识点】充要条件的证明

【分析】根据充分条件和必要条件来判断.

【详解】当 $ab \geq 0$ 时, 即 $|a+b| = |a| + |b|$, 所以充分性成立; 当 $|a+b| = |a| + |b|$ 时, 即可得到 $ab \geq 0$, 所以必要性成立.

故选: C

40. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则“ $x^2 + y^2 > 0$ ”是“ $xy > 0$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】必要条件、由已知条件判断所给不等式是否正确

【分析】根据不等式的性质判断条件间的推出关系, 即可得.

【详解】若 $x^2 + y^2 > 0$, 如 $x = -1, y = 1$, 但 $xy > 0$ 不成立, 充分性不成立;

若 $xy > 0$ ，显然 x, y 同号且不为 0，则 $x^2 + y^2 > 0$ 成立，必要性成立；

所以“ $x^2 + y^2 > 0$ ”是“ $xy > 0$ ”的必要不充分条件.

故选：B

41. 设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a > b$ ”是“ $\lg(a-b) > 0$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】由对数函数的单调性解不等式、对数的运算、判断命题的必要不充分条件

【分析】根据充分条件、必要条件的判定方法结合对数运算即可判断.

【详解】若 $a = 1, b = 0$ ，此时 $a > b$ ，但 $\lg(a-b) = \lg 1 = 0$ ，即 $a > b \not\Rightarrow \lg(a-b) > 0$ ，所以“ $a > b$ ”不是“ $\lg(a-b) > 0$ ”的充分条件；

若 $\lg(a-b) > 0$ ，则 $a-b > 1 > 0$ ，得 $a > b$ ，所以“ $a > b$ ”是“ $\lg(a-b) > 0$ ”的必要条件；

故选：B.

42. “ $\lg a = \lg b$ ”是“ $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \left(\frac{1}{2}\right)^b$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】对数的概念判断与求值、判断命题的充分不必要条件

【分析】根据对数相等，指数相等及对数的概念即可判断.

【详解】若 $\lg a = \lg b$ ，则 $a = b (a > 0, b > 0)$ ，所以 $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \left(\frac{1}{2}\right)^b$ ，

反之，若 $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \left(\frac{1}{2}\right)^b$ ，则 $a = b (a, b \in \mathbf{R})$ ，当 $a < 0, b < 0$ 时， $\lg a, \lg b$ 没有意义，

所以“ $\lg a = \lg b$ ”是“ $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \left(\frac{1}{2}\right)^b$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

43. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，则“ $A = B$ ”是“ $\sin A = \sin B$ ”的 ()

A. 充分不必要条件.

B. 必要不充分条件.

C. 充要条件.

D. 既不充分也不必要条件.

【答案】C

【知识点】充要条件的证明、正弦定理边角互化的应用

【分析】由题意结合正弦定理确定充分性和必要性是否成立即可.

【详解】在 $\triangle ABC$ 中, 若 $A=B$, 则 $a=b$,

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$,

得 $\sin A = \sin B$, 即充分性成立;

若 $\sin A = \sin B$,

由正弦定理有 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$,

得 $a=b$, 则 $A=B$, 即必要性成立;

综上可得: “ $A=B$ ”是“ $\sin A = \sin B$ ”的充要条件.

故选: C.

44. 若数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则“首项 $a_1 > 0$, 且公比 $q > 1$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 单调递增”的 ()

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 非充分非必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的充分不必要条件、等比数列的单调性

【分析】证明由 $a_1 > 0$, $q > 1$ 可以得到数列 $\{a_n\}$ 单调递增, 而由数列 $\{a_n\}$ 单调递增, 不一定得到 $a_1 > 0$, $q > 1$, 从而做出判断, 得到答案.

【详解】数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 首项 $a_1 > 0$, 且公比 $q > 1$,

所以数列 $a_n = a_1 q^{n-1} > 0$, 且 $a_{n+1} = a_n q > a_n$,

所以得到数列 $\{a_n\}$ 单调递增;

因为数列 $\{a_n\}$ 单调递增,

可以得到首项 $a_1 > 0$, 且公比 $q > 1$,

也可以得到 $a_1 < 0$, 且公比 $0 < q < 1$.

所以“首项 $a_1 > 0$ ，且公比 $q > 1$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 单调递增”的充分不必要条件.

故选：B.

【点睛】本题考查等比数列为递增数列的判定和性质，考查充分不必要条件，属于简单题.

45. 已知 m, l 是两条不同的直线， α, β 是两个不同的平面. 则 $\alpha \perp \beta$ 是 $l \perp \alpha, m // l, m // \beta$ ()

- A. 充分不必要条 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

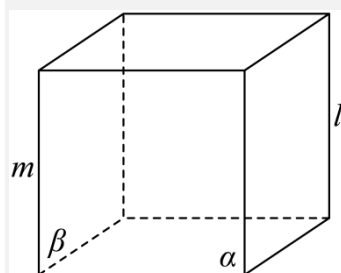
【知识点】面面关系有关命题的判断、线面关系有关命题的判断、判断命题的必要不充分条件

【分析】根据空间中直线与平面的位置关系，结合必要不充分的定义即可判断.

【详解】若 $l \perp \alpha, m // l$ ，则 $m \perp \alpha$ ，又 $m // \beta$ ，可得 $\alpha \perp \beta$ ；

反之，若 $\alpha \perp \beta$ ，不一定有 $l \perp \alpha, m // l, m // \beta$ ，

如图， $\alpha \perp \beta$ ， $l \perp \alpha, m // l$ ，但 $m \subset \beta$.



所以 $\alpha \perp \beta$ 是 $l \perp \alpha, m // l, m // \beta$ 的必要不充分条件.

故选：B.

46. 若 α, β 是两个不同的平面，直线 $m \perp \alpha$ ，则“ $m // \beta$ ”是“ $\alpha \perp \beta$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】证明面面垂直、线面关系有关命题的判断、判断命题的充分不必要条件

【分析】由面面垂直的判定定理得到充分性成立，再举出反例得到必要性不成立，得到答案.

【详解】 $m \perp \alpha, m // \beta$ ，由面面垂直的判定定理可知， $\alpha \perp \beta$ ，充分性成立，

$m \perp \alpha, \alpha \perp \beta$ ，则 $m // \beta$ 或 $m \subset \beta$ ，必要性不成立，

则“ $m // \beta$ ”是“ $\alpha \perp \beta$ ”的充分不必要条件.

故选：A

47. “ $x^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{3}}$ ”是“ $\ln x = \ln y$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】比较对数式的大小、研究对数函数的单调性、判断命题的必要不充分条件

【分析】借助函数单调性，分别找出其等价条件，再利用充分条件和必要条件的定义判断.

【详解】充分性：当 $x^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{3}}$ 时，可得 $x = y$.

但是对数函数 $\ln x$ 中， x 的取值范围是 $(0, +\infty)$ ，当 $x = y \leq 0$ 时， $\ln x$ 和 $\ln y$ 无意义，所以由“ $x^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{3}}$ ”不能推出“ $\ln x = \ln y$ ”，充分性不成立.

必要性：因为对数函数 $\ln x$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ，若 $\ln x = \ln y$ ，根据对数函数的性质，对数相等则真数相等，所以可得 $x = y > 0$.

对 $x = y$ ，可得 $x^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{3}}$ ，所以由“ $\ln x = \ln y$ ”可以推出“ $x^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{3}}$ ”，必要性成立.

所以“ $x^{\frac{1}{3}} = y^{\frac{1}{3}}$ ”是“ $\ln x = \ln y$ ”的必要不充分条件，

故选：B.

48. 设 $x \in \mathbb{R}$ ，则“ $x - \sin x < 0$ ”是“ $x < 0$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【知识点】比较函数值的大小关系、用导数判断或证明已知函数的单调性、充要条件的证明

【分析】利用导数研究 $f(x) = x - \sin x$ 的单调性，结合 $f(x) = x - \sin x < f(0) = 0$ 及充分、必要性定义即可得答案.

【详解】对应 $f(x) = x - \sin x$ ，有 $f'(x) = 1 - \cos x \geq 0$ ，故 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增，

若 $f(x) = x - \sin x < f(0) = 0$ ，即 $x < 0$ ，

所以“ $x - \sin x < 0$ ”是“ $x < 0$ ”的充要条件.

故选：C

49. 已知 a 为正数，则“ $a > 3$ ”是“ $a^a > a^3$ ”的 () .

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分也非必要条件

【答案】A

【知识点】判断指数函数的单调性、判断命题的充分不必要条件

【分析】根据给定条件，当 $a > 3$ 时，利用指数函数的单调性即可判断，当 $a^a > a^3$ 时，分类讨论，最后利用充分条件、必要条件的定义判断作答.

【详解】当 $a > 3$ 时，所以 $y = a^x$ 为增函数，所以 $a^a > a^3$,

当 $a^a > a^3$ 时，当 $a > 1$ 时，则 $a > 3$ ，当 $0 < a < 1$ 时，则 $a < 3$ ，此时 $0 < a < 1$;

所以“ $a > 3$ ”是“ $a^a > a^3$ ”的充分非必要条件.

故选：A.

50. 设 l 为直线， α 为平面，则 $l // \alpha$ 的一个充要条件是（ ）

A. α 内存在一条直线与 l 平行

B. l 平行 α 内无数条直线

C. 垂直于 α 的直线都垂直于 l

D. 存在一个与 α 平行的平面经过 l

【答案】D

【知识点】探求命题为真的充要条件、判断线面平行、判断面面平行、线面平行的性质

【分析】根据题意，结合直线与平面平行，以及平面与平面平行的判定及性质，逐项判定，即可求解.

【详解】对于A中，由 α 内存在一条直线与 l 平行，则 $l // \alpha$ 或 $l \subset \alpha$ ，所以A不正确；

对于B中，由 l 平行 α 内无数条直线，则 $l // \alpha$ 或 $l \subset \alpha$ ，所以B不正确；

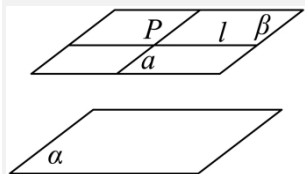
对于C中，由垂直于 α 的直线都垂直于 l ，则 $l // \alpha$ 或 $l \subset \alpha$ ，所以C不正确；

对于D中，如图所示，由 $l // \alpha$ ，在直线 l 上任取一点 P 作直线 a ，使得 $a // \alpha$ ，

因为 $l \cap a = P$ 且 $l, a \subset$ 平面 β ，所以 $\alpha // \beta$ ，即充分性成立；

反之，若存在一个与 α 平行的平面经过 l ，根据面面平行的性质，可得 $l // \alpha$ ，即必要性成立，所以D正确.

故选：D.



51. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，设甲： $\{a_n\}$ 为等差数列；乙： $\{\frac{S_n}{n}\}$ 为等差数列，则（ ）

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

- B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
- C. 甲是乙的充要条件
- D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

【答案】C

【知识点】充要条件的证明、判断等差数列、由递推关系证明数列是等差数列、求等差数列前 n 项和

【分析】利用充分条件、必要条件的定义及等差数列的定义，再结合数列前 n 项和与第 n 项的关系推理判断作答.

【详解】方法 1，甲： $\{a_n\}$ 为等差数列，设其首项为 a_1 ，公差为 d ，

$$\text{则 } S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, \frac{S_n}{n} = a_1 + \frac{n-1}{2}d = \frac{d}{2}n + a_1 - \frac{d}{2}, \frac{S_{n+1}}{n+1} - \frac{S_n}{n} = \frac{d}{2},$$

因此 $\{\frac{S_n}{n}\}$ 为等差数列，则甲是乙的充分条件；

$$\text{反之，乙：}\{\frac{S_n}{n}\}\text{ 为等差数列，即 } \frac{S_{n+1}}{n+1} - \frac{S_n}{n} = \frac{nS_{n+1} - (n+1)S_n}{n(n+1)} = \frac{na_{n+1} - S_n}{n(n+1)} \text{ 为常数，设为 } t,$$

$$\text{即 } \frac{na_{n+1} - S_n}{n(n+1)} = t, \text{ 则 } S_n = na_{n+1} - t \cdot n(n+1), \text{ 有 } S_{n-1} = (n-1)a_n - t \cdot n(n-1), n \geq 2,$$

两式相减得： $a_n = na_{n+1} - (n-1)a_n - 2tn$ ，即 $a_{n+1} - a_n = 2t$ ，对 $n=1$ 也成立，

因此 $\{a_n\}$ 为等差数列，则甲是乙的必要条件，

所以甲是乙的充要条件，C 正确.

方法 2，甲： $\{a_n\}$ 为等差数列，设数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 ，公差为 d ，即 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ ，

$$\text{则 } \frac{S_n}{n} = a_1 + \frac{(n-1)}{2}d = \frac{d}{2}n + a_1 - \frac{d}{2}, \text{ 因此 } \{\frac{S_n}{n}\} \text{ 为等差数列，即甲是乙的充分条件；}$$

$$\text{反之，乙：}\{\frac{S_n}{n}\}\text{ 为等差数列，即 } \frac{S_{n+1}}{n+1} - \frac{S_n}{n} = D, \frac{S_n}{n} = S_1 + (n-1)D,$$

$$\text{即 } S_n = nS_1 + n(n-1)D, \quad S_{n-1} = (n-1)S_1 + (n-1)(n-2)D,$$

当 $n \geq 2$ 时，上两式相减得： $S_n - S_{n-1} = S_1 + 2(n-1)D$ ，当 $n=1$ 时，上式成立，

于是 $a_n = a_1 + 2(n-1)D$ ，又 $a_{n+1} - a_n = a_1 + 2nD - [a_1 + 2(n-1)D] = 2D$ 为常数，

因此 $\{a_n\}$ 为等差数列，则甲是乙的必要条件，

所以甲是乙的充要条件.

故选：C

52. 命题“ $\exists m \in \mathbf{N}, \sqrt{m^2+1} \in \mathbf{N}$ ”的否定是 ()

A. $\forall m \in \mathbf{N}, \sqrt{m^2+1} \in \mathbf{N}$

B. $\forall m \notin \mathbf{N}, \sqrt{m^2+1} \notin \mathbf{N}$

C. $\exists m \in \mathbf{N}, \sqrt{m^2+1} \notin \mathbf{N}$

D. $\forall m \in \mathbf{N}, \sqrt{m^2+1} \notin \mathbf{N}$

【答案】D

【知识点】特称命题的否定及其真假判断

【分析】利用命题否定的定义求解即可.

【详解】由命题否定的定义得命题“ $\exists m \in \mathbf{N},$

$\sqrt{m^2+1} \in \mathbf{N}$ ”的否定是 $\forall m \in \mathbf{N}, \sqrt{m^2+1} \notin \mathbf{N}$, 故 D 正确.

故选: D

53. 若 $x \in \mathbf{R}$, 下列选项中, 使“ $x^2 < 1$ ”成立的一个必要不充分条件为 ()

A. $-2 < x < 1$

B. $-1 < x < 1$

C. $0 < x < 2$

D. $-1 < x < 0$

【答案】A

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】根据题意, $x^2 < 1$ 等价于 $-1 < x < 1$, 若所求必要条件对应的范围为 A , 则 $(-1, 1) \subsetneq A$, 由此判断即可得到本题的答案.

【详解】不等式 $x^2 < 1$ 等价于 $-1 < x < 1$,

使“ $x^2 < 1$ ”成立的一个必要不充分条件, 对应的集合为 A , 则 $(-1, 1)$ 是 A 的真子集, 由此对照各项, 可知只有 A 项符合题意.

故选: A.

54. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $ab < 0$ ”是“ $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} = 0$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【知识点】充要条件的证明、由已知条件判断所给不等式是否正确

【分析】根据充要条件的概念即可求解.

【详解】当 $ab < 0$ 时, $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$, 则 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} = 0$, 即充分性成立;

当 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} = 0$ 时, $\frac{|b|}{|a|} = -\frac{b}{a} > 0$, 则 $ab < 0$, 即必要性成立;

综上可知, “ $ab < 0$ ”是“ $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} = 0$ ”的充要条件.

故选: C.

55. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a < 1$ 且 $b < 1$ ”是“ $a + b < 2$ ”的 ().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件

【分析】根据题意结合充分、必要条件分析判断.

【详解】若 $a < 1$ 且 $b < 1$, 则 $a + b < 2$, 即充分性成立;

若 $a + b < 2$, 例如 $a = 1, b = 0$, 满足 $a + b < 2$,

但不满足 $a < 1$ 且 $b < 1$, 即必要性不成立;

综上所述: “ $a < 1$ 且 $b < 1$ ”是“ $a + b < 2$ ”的充分不必要条件.

故选: A.

56. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $1 < x < 2$ ”是“ $|x - 2| < 1$ ”的 ().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】公式法解绝对值不等式、判断命题的充分不必要条件

【分析】根据充分条件、必要条件的定义判断即可.

【详解】由 $|x - 2| < 1$ 可得 $-1 < x - 2 < 1$, 解得 $1 < x < 3$,

所以由 $1 < x < 2$ 推得出 $|x - 2| < 1$, 故充分性成立;

由 $|x - 2| < 1$ 推不出 $1 < x < 2$, 故必要性不成立,

所以“ $1 < x < 2$ ”是“ $|x - 2| < 1$ ”的充分不必要条件.

故选: A

57. 已知 a, b 为非零实数, 则“ $0 < \frac{a}{b} < 1$ ”是“ $|a| < |b|$ ”的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件

【分析】根据充分、必要条件的知识求得正确答案.

【详解】当 $0 < \frac{a}{b} < 1$ 时, a, b 同号且非零, 则 $0 < \frac{|a|}{|b|} < 1$, 所以 $|a| < |b|$.

当 $|a| < |b|$ 时, 如 $a = -1, b = 2$, 则 $\frac{b}{a} < 0$, 无法得到 $0 < \frac{a}{b} < 1$.

所以“ $0 < \frac{a}{b} < 1$ ”是“ $|a| < |b|$ ”的充分不必要条件.

故选: A

58. 对于实数 x , “ $x \neq 5$ ”是“ $|x - 3| \neq 2$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件、判断两个集合的包含关系

【分析】分析可知 $|x - 3| \neq 2$, 等价于 $x \neq 1$ 且 $x \neq 5$, 再利用包含关系分析充分、必有条件.

【详解】因为 $|x - 3| \neq 2$, 等价于 $x \neq 1$ 且 $x \neq 5$,

且 $(-\infty, 1) \cup (1, 5) \cup (5, +\infty)$ 是 $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$ 的真子集,

所以“ $x \neq 5$ ”是“ $|x - 3| \neq 2$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

59. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^2 - 3x < 0$ ”是“ $|x - 1| < 2$ ”的 ()

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件

【分析】分别求出 $x^2 - 3x < 0$ 和 $|x - 1| < 2$ 的解, 根据充分必要条件的定义判定, 即可求出结论,

【详解】 $x^2 - 3x < 0$ 得 $0 < x < 3$ ， $|x-1| < 2$ 得 $-1 < x < 3$ ，

$\therefore 0 < x < 3$ 成立，则 $-1 < x < 3$ 成立，

而 $-1 < x < 3$ 成立， $0 < x < 3$ 不一定成立，

所以“ $x^2 - 3x < 0$ ”是“ $|x-1| < 2$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

【点睛】本题考查充分不必要条件的判定，属于基础题.

60. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a > b$ ”是“ $\sqrt{a}(a-b) > 0$ ”的（ ）

A. 充要条件

B. 既不充分也不必要条件

C. 充分不必要条件

D. 必要不充分条件

【答案】D

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】根据充分条件和必要条件的概念推理即可.

【详解】若 $a, b \in \mathbf{R}$ ， $a > b$ ，则 $\sqrt{a} \geq 0, a-b > 0$ ，则 $\sqrt{a}(a-b) \geq 0$ ，

$\therefore$ “ $a > b$ ”是“ $\sqrt{a}(a-b) > 0$ ”的不充分条件；

若 $\sqrt{a}(a-b) > 0$ ， $\because \sqrt{a} \geq 0$ ， $\therefore a-b > 0$ ，即 $a > b$ ，

$\therefore$ “ $a > b$ ”是“ $\sqrt{a}(a-b) > 0$ ”的必要条件；

综上，“ $a > b$ ”是“ $\sqrt{a}(a-b) > 0$ ”的必要不充分条件.

故选：D.

61. 下列条件中，使 $a > b$ 成立的必要而不充分条件是（ ）

A. $a-1 > b$

B. $a+1 > b$

C. $|a| > |b|$

D. $a^3 > b^3$

【答案】B

【知识点】由已知条件判断所给不等式是否正确、判断命题的必要不充分条件

【解析】根据不等式的性质和必要不充分条件的定义判断.

【详解】 $a > b \Rightarrow a-1 > b$ 是假命题，不是必要而不充分条件；

$a > b \Rightarrow a+1 > b$ 是正确的，但 $a+1 > b$ 不能得出 $a > b$ ，是必要而不充分条件；

$a > b$ 与 $|a| > |b|$ 之间不能相互推出，不是必要而不充分条件，也不充分；

$a > b \Leftrightarrow a^3 > b^3$ ，是充要条件.

故选：B.

62. 已知 $x \in \mathbf{R}$ ， p ：“ $x^2 - x > 0$ ”， q ：“ $x > 1$ ”，则 p 是 q 的（ ）

- A. 充分但不必要条件 B. 必要但不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件、解不含参数的一元二次不等式

【分析】首先解一元二次方程，再根据充分条件、必要条件的定义判断即可.

【详解】由 $x^2 - x > 0$ ，即 $x(x-1) > 0$ ，解得 $x > 1$ 或 $x < 0$ ，

所以 p ：“ $x > 1$ 或 $x < 0$ ”，

故由 p 推不出 q ，即充分性不成立，

由 q 推得出 p ，即必要性成立，

所以 p 是 q 的必要但不充分条件.

故选：B

63. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a = b = 0$ ”是“ $|a + b| = 0$ ”的（ ）.

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件

【分析】根据题意可直接判断充分性，举例说明必要性不成立即可.

【详解】若 $a = b = 0$ ，则 $|a + b| = 0$ ，即充分性成立；

若 $|a + b| = 0$ ，例如 $a = 1, b = -1$ ，满足条件，但 $a = b = 0$ 不成立，即必要性不成立；

综上所述：“ $a = b = 0$ ”是“ $|a + b| = 0$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

64. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，不等式 $|x - 3| < 2$ 的一个充分不必要条件是（ ）

- A. $1 < x < 5$ B. $x > 0$ C. $x < 4$ D. $2 \leq x \leq 3$

【答案】D

【知识点】判断命题的充分不必要条件、公式法解绝对值不等式

【分析】由 $|x-3|<2$ 可得 $1<x<5$ ，再由充分不必要条件的定义、结合选项即可得答案.

【详解】解：因为 $|x-3|<2$ ，

所以 $-2<x-3<2$ ，解得 $1<x<5$ ，

由充分不必要条件的定义可知，只有 D 选项符合.

故选：D.

65. 已知 $p:x^2+2x-3<0$ ， $q:x^2+x-2<0$ ，则 p 是 q 的（ ）条件

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

【答案】B

【知识点】解不含参数的一元二次不等式、判断命题的必要不充分条件

【分析】分别求得对应命题的范围，根据集合语言和命题语言的关系，即可判断.

【详解】由 $p:x^2+2x-3<0$ 得 $-3<x<1$ ，

由 $q:x^2+x-2<0$ 得 $-2<x<1$ ，

则 p 是 q 的必要不充分条件.

故选：B.

66. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a^3 = b^3$ ”是“ $3^a = 3^b$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【知识点】充分条件、必要条件、比较指数幂的大小、判断一般幂函数的单调性

【分析】说明二者与同一个命题等价，再得到二者等价，即是充分必要条件.

【详解】根据立方的性质和指数函数的性质， $a^3 = b^3$ 和 $3^a = 3^b$ 都当且仅当 $a = b$ ，所以二者互为充要条件.

故选：C.

67. 若 $0 < b < 1$ ，则“ $a > b^3$ ”是“ $a > b$ ”的（ ）

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分也非必要条件

【答案】B

【知识点】充分条件、判断命题的必要不充分条件、必要条件

【分析】利用充分条件与必要条件直接判断即可.

【详解】当 $a = \frac{1}{3}, b = \frac{1}{2}$, 则 $a > b^3$ 成立, 但 $a > b$ 不成立,

所以充分性不成立;

因为 $0 < b < 1$, 所以 $b > b^3$,

又因为 $a > b$, 所以 $a > b > b^3$, 即 $a > b^3$,

所以必要性成立;

所以“ $a > b^3$ ”是“ $a > b$ ”的必要不充分条件,

故选: B.

68. 已知 $p: |x-1| < 2$, $q: x+2 \geq 0$, 则 p 是 q 的 () 条件

A. 充分不必要

B. 必要不充分

C. 充要

D. 既不充分也不必要

【答案】A

【知识点】公式法解绝对值不等式、充分条件

【分析】依次判断充分性、必要性, 即可求解.

【详解】由 $|x-1| < 2$, 解得 $-1 < x < 3$, 由 $x+2 \geq 0$, 解得 $x \geq -2$,

所以 p 能推出 q , q 不能推出 p , 则 p 是 q 的充分不必要条件.

故选: A

69. 已知 $x, y \in \mathbb{R}, y > 0$, 则“ $x^3 = y^3$ ”是“ $\ln x = \ln y$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【知识点】对数的概念判断与求值、充要条件的证明

【分析】根据 $\ln x = \ln y \Leftrightarrow x = y > 0$, 再利用充分必要条件的定义判断即可.

【详解】因为 $x, y \in \mathbb{R}, y > 0$, 则 $y^3 > 0$,

若 $x^3 = y^3$, 则 $x^3 = y^3 > 0$, 等价于 $x = y > 0$, 能推出 $\ln x = \ln y$,

所以“ $x^3 = y^3$ ”是“ $\ln x = \ln y$ ”的充分条件;

反之, 若 $\ln x = \ln y$, 则 $x = y > 0$, 即 $x^3 = y^3$;

所以“ $x^3 = y^3$ ”是“ $\ln x = \ln y$ ”的必要条件；

故“ $x^3 = y^3$ ”是“ $\ln x = \ln y$ ”的充要条件；

故选：C.

70. “ $0 < a < b$ ”是“ $\lg|a| - b^2 < \lg|b| - a^2$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】由对数函数的单调性解不等式、判断命题的充分不必要条件

【分析】构造函数 $f(x) = \lg|x| + x^2$ ，利用函数 $f(x)$ 的单调性与奇偶性，得到 $f(a) < f(b)$ ，得出 $0 < |a| < |b|$ ，再结合充分条件、必要条件的判定方法，即可求解.

【详解】由 $\lg|a| - b^2 < \lg|b| - a^2$ ，可得 $\lg|a| + a^2 < \lg|b| + b^2$ ，

令 $f(x) = \lg|x| + x^2$ ，显然函数 $f(x)$ 为偶函数，且 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，

所以 $f(a) < f(b)$ ，即 $0 < |a| < |b|$ ，

所以“ $0 < a < b$ ”是“ $\lg|a| - b^2 < \lg|b| - a^2$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

71. “ $(2x+a)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为 80”是“ $a=1$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件、由项的系数确定参数

【分析】利用二项式定理求出展开式中 x^3 的系数，再根据充分条件和必要条件的定义判断可得答案.

【详解】因为 $(2x+a)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为 $C_5^2 \cdot 2^3 \cdot a^2 = 80$ ，所以 $a=1$ 或 $a=-1$ ，

所以“ $(2x+a)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为 80”是“ $a=1$ ”的必要不充分条件，

故选：B.

72. “ $a > b$ ”是“ $a > |b| + 1$ ”的 ()

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件 C. 充要条件 D. 既不

充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【分析】利用不等式性质，及充分条件、必要条件的定义判断即得.

【详解】取 $a = -1, b = -2$ ，满足 $a > b$ ，而 $a < |b| + 1$ ，

反之， $a > |b| + 1$ ，则 $a > |b| \geq b$ ，

所以“ $a > b$ ”是“ $a > |b| + 1$ ”的必要不充分条件.

故选：A

73. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $x(1+x) > 0$ ”是“ $0 < x < 1$ ”的（ ）

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】必要条件、解不含参数的一元二次不等式

【分析】根据题意解出不等式比较两范围大小即可得出结果.

【详解】解不等式 $x(1+x) > 0$ 可得 $x > 0$ 或 $x < -1$ ；

显然 $\{x | 0 < x < 1\}$ 是 $\{x | x > 0 \text{ 或 } x < -1\}$ 的真子集，

所以可得“ $x(1+x) > 0$ ”是“ $0 < x < 1$ ”的必要不充分条件.

故选：B

74. 设 $a \in \mathbf{R}$ ，则“ $a = 3$ ”是“直线 $ax + 2y + 3a = 0$ 和直线 $3x + (a-1)y = a-7$ 平行”的（ ）

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【知识点】充要条件的证明、由一般式方程判断直线的平行

【分析】先判断当 $a = 3$ 成立是否能推出两条直线平行；再判断当两条直线平行时，一定有 $a = 3$ 成立，利用充要条件的定义得到结论.

【详解】解：当 $a = 3$ 时，两条直线的方程分别是 $3x + 2y + 9 = 0$ 和 $3x + 2y + 4 = 0$ ，此时两条

直线平行成立

反之，当两条直线平行时，有 $-\frac{a}{2} = \frac{3}{1-a}$ 但 $-\frac{3a}{2} \neq \frac{a-7}{a-1}$ 即 $a=3$ 或 $a=-2$ ，

$a=-2$ 时，两条直线都为 $x-y+3=0$ ，重合，舍去

$\therefore a=3$

所以“ $a=3$ ”是“直线 $ax+2y+2a=0$ 和直线 $3x+(a-1)y-a+7=0$ 平行”的充要条件.

故选：C.

【点睛】本题考查充分条件、必要条件的判定、两直线平行的判定等知识，意在考查学生的逻辑思维能力和基本计算能力.

75. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$ ，则“ $a=b$ ”是“ $ac^2=bc^2$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】判断命题的充分不必要条件

【分析】根据题意结合充分、必要条件分析判断.

【详解】若 $a=b$ ，则 $ac^2=bc^2$ ，即充分性成立；

若 $ac^2=bc^2$ ，例如 $a=1, b=-1, c=0$ ，可得 $ac^2=bc^2=0$ ，满足题意，

但 $a \neq b$ ，即必要性不成立；

综上所述：“ $a=b$ ”是“ $ac^2=bc^2$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

76. 设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $\lg a + \lg b = 0$ ”是“ $ab=1$ ”的（ ）.

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【知识点】对数的运算性质的应用、判断命题的充分不必要条件

【分析】根据对数的运算性质，结合充分性、必要性的定义进行判断即可.

【详解】由 $\lg a + \lg b = 0 \Rightarrow \lg ab = 0 \Rightarrow ab=1$ 且 $a>0$ 且 $b>0$ ，

故选：A.

77. 下列条件中，使得“ $a>b$ ”成立的充分不必要条件是（ ）

A. $a^3 > b^3$

B. $\log_{\frac{1}{2}} a < \log_{\frac{1}{2}} b$

C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

D. $|a| > |b|$

【答案】B

【知识点】判断一般幂函数的单调性、研究对数函数的单调性、判断命题的充分不必要条件

【分析】根据充分条件、必要条件的定义判断即可.

【详解】对于 A: 因为 $y = x^3$ 在定义域 $\mathbf{R}$ 上单调递增,

所以由 $a^3 > b^3$ 可以得到 $a > b$, 故充分性成立,

由 $a > b$ 可以推得出 $a^3 > b^3$, 故必要性成立,

所以 $a^3 > b^3$ 是 $a > b$ 的充要条件, 故 A 错误;

对于 B: 因为 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 由 $\log_{\frac{1}{2}} a < \log_{\frac{1}{2}} b$ 可得 $a > b > 0$, 故充分性成立,

由 $a > b$ 不一定得到 $\log_{\frac{1}{2}} a < \log_{\frac{1}{2}} b$, 故必要性不成立,

故 $\log_{\frac{1}{2}} a < \log_{\frac{1}{2}} b$ 是 $a > b$ 的充分不必要条件, 故 B 正确;

对于 C: 当 $a = -1$, $b = 1$ 时满足 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, 但是 $a > b$ 不成立, 即充分性不成立,

当 $a = 1$, $b = -1$ 时满足 $a > b$, 但是 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 故必要性不成立,

所以 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 是 $a > b$ 的既不充分又不必要条件, 故 C 错误;

对于 D: 当 $a = -2$, $b = 1$ 时满足 $|a| > |b|$, 但是 $a > b$ 不成立, 即充分性不成立,

当 $a = 2$, $b = -4$ 时满足 $a > b$, 但是 $|a| > |b|$ 不成立, 即必要性不成立,

所以 $|a| > |b|$ 是 $a > b$ 的既不充分又不必要条件, 故 D 错误.

故选: B

78. 对于实数 a, b, c , “ $a > b$ ”是“ $ac^2 > bc^2$ ”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不

充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件

【详解】试题分析: 由于不等式的基本性质, “ $a > b$ ” $\Rightarrow$ “ $ac^2 > bc^2$ ”必须有 $c^2 > 0$ 这一条件. 解: 主要考查不等式的性质. 当 $c=0$ 时显然左边无法推导出右边, 但右边可以推出左边. 故选 B

考点：不等式的性质

点评：充分利用不等式的基本性质是推导不等关系的重要条件.

79. 设 $p: x > 0$, $q: 2^x > 2$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】由指数函数的单调性解不等式、判断命题的必要不充分条件

【分析】利用指数函数单调性化简命题 q , 再利用充分条件、必要条件的定义判断作答.

【详解】因函数 $y=2^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增, 即有 $2^x > 2 \Leftrightarrow x > 1$, 则命题 $q: x > 1$, 而命题 $p: x > 0$, 显然, $q \Rightarrow p$, 且 $p \not\Rightarrow q$, 所以 p 是 q 的必要不充分条件.

故选: B

80. 已知 $a > 0$, $b > 0$, 则“ $a+b > 2$ ”是“ $ab > 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【知识点】判断命题的必要不充分条件、由基本不等式证明不等关系

【分析】通过举例的方法, 以及基本不等式, 结合充分, 必要条件的定义, 即可判断选项.

【详解】若 $a=1.5, b=0.6$, 满足 $a+b > 2$, 但 $ab < 1$, 若 $a > 0, b > 0$, $ab > 1$, 则 $a+b \geq 2\sqrt{ab} > 2$, 即 $a+b > 2$, 所以“ $a+b > 2$ ”是“ $ab > 1$ ”的必要不充分条件.

故选: B