

简易逻辑不等式练习

一、单选题

1. 设 $a \in \mathbf{R}$ ，则“ $a > 1$ ”是“ $\frac{1}{a} < 1$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【分析】由 $\frac{1}{a} < 1$ 可得 $a > 1$ 或 $a < 0$ ，即可判断.

【详解】由 $\frac{1}{a} < 1$ 可得 $a > 1$ 或 $a < 0$ ，

又 $\{a | a > 1\} \subsetneq \{a | a > 1 \text{ 或 } a < 0\}$

所以“ $a > 1$ ”是“ $\frac{1}{a} < 1$ ”的充分不必要条件.

故选: A

2. 设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a^2 = b^2$ ”是“ $2^a = 2^b$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【分析】根据充分条件、必要条件的定义判断即可.

【详解】必要性：若 $2^a = 2^b$ ，则可得 $a = b$ ，所以可得 $a^2 = b^2$ ，必要性成立；

若 $b = -a$ ，则 $a^2 = b^2$ ，而 $2^a \neq 2^b$ ，故充分性不成立，

“ $a^2 = b^2$ ”是“ $2^a = 2^b$ ”的必要不充分条件.

故选: B

3. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，则“ $A = B$ ”是“ $\sin A = \sin B$ ”的（ ）

- A. 充分不必要条件.
- B. 必要不充分条件.
- C. 充要条件.
- D. 既不充分也不必要条件.

【答案】C

【分析】由题意结合正弦定理确定充分性和必要性是否成立即可.

【详解】在 $\triangle ABC$ 中，若 $A=B$ ，则 $a=b$ ，

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，

得 $\sin A = \sin B$ ，即充分性成立；

若 $\sin A = \sin B$ ，

由正弦定理有 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ ，

得 $a=b$ ，则 $A=B$ ，即必要性成立；

综上所述：“ $A=B$ ”是“ $\sin A = \sin B$ ”的充要条件.

故选：C.

4. 设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a > b$ ”是“ $|a| > |b|$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】D

【分析】应用特殊值法结合既不充分也不必要条件定义判断即可.

【详解】当 $a=0, b=-1$ 时， $a > b, |a| < |b|$ ，所以 $a > b$ 是 $|a| > |b|$ 的不充分条件；

当 $a=-2, b=1$ 时， $|a| > |b|, a < b$ ，所以 $a > b$ 是 $|a| > |b|$ 的不必要条件.

故选：D.

5. 若 $x \in \mathbf{R}$ ，下列选项中，使“ $x^2 < 1$ ”成立的一个必要不充分条件为（ ）

A. $-2 < x < 1$

B. $-1 < x < 1$

C. $0 < x < 2$

D. $-1 < x < 0$

【答案】A

【分析】根据题意， $x^2 < 1$ 等价于 $-1 < x < 1$ ，若所求必要条件对应的范围为A，则 $(-1, 1) \subsetneq A$ ，由此判断即可得到本题的答案.

【详解】不等式 $x^2 < 1$ 等价于 $-1 < x < 1$ ，

使“ $x^2 < 1$ ”成立的一个必要不充分条件，对应的集合为A，则 $(-1, 1)$ 是A的真子集，

由此对照各项，可知只有A项符合题意.

故选：A.

6. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a^2 + b^2 > 2$ ”是“ $a + b > 2$ ”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 既不充分也不必要条件

D. 充要条件

【答案】B

【分析】根据题意，利用特例可判定充分性不成立，结合直线与圆的位置关系，可判定必要性成立，即可得到答案.

【详解】例如： $a=\sqrt{2}, b=\frac{1}{2}$ ，此时 $a^2+b^2=\frac{9}{4}>2$ ，但 $a+b=\sqrt{2}+\frac{1}{2}<2$ ，所以充分性不成立；

设直线 $l:x+y=2$ ，圆 $C:x^2+y^2=2$ ，则圆心为 $O(0,0)$ ，半径为 $r=\sqrt{2}$ ，

可得圆心 $O(0,0)$ 到 l 的距离为 $d=\frac{|2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}=r$ ，

此时直线 l 与圆 C 相切，所以 $x+y>2$ 与圆 C 没有公共点，

即满足不等式 $a+b>2$ 的点 (a,b) ，使得 $a^2+b^2>2$ 恒成立，即必要性成立，

所以“ $a^2+b^2>2$ ”是“ $a+b>2$ ”的必要不充分条件.

故选：B.

7. $\frac{1}{a}+1>0$ 是 $a<-1$ 成立的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【分析】解不等式 $\frac{1}{a}+1>0$ 即可求得 $a>0$ 或 $a<-1$ ，可判断得出结论.

【详解】由 $\frac{1}{a}+1>0$ ，得 $\frac{a+1}{a}>0$ ，

即 $a(a+1)>0$ ，解得 $a>0$ 或 $a<-1$ ，

所以 $\frac{1}{a}+1>0$ 是 $a<-1$ 成立的必要不充分条件，

故选：B.

8. 设 $x\in\mathbf{R}$ ，则“ $|x+1|<1$ ”是“ $\frac{1}{x}<\frac{1}{2}$ ”的（ ）条件

A. 充分不必要

B. 必要不充分

C. 充分必要

D. 既不充分也不必要

【答案】A

【分析】解绝对值不等式及分式不等式，结合充分条件不必要条件的概念可得到结果.

【详解】若 $|x+1|<1$ ，则 $-1<x+1<1$ ，所以 $-2<x<0$ ，

若 $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$, 则 $\frac{2-x}{2x} < 0$, 所以 $x(x-2) > 0$, 所以 $x < 0$ 或 $x > 2$,

因为 $\{x | -2 < x < 0\}$ 是 $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$ 的真子集,

所以“ $|x+1| < 1$ ”是“ $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$ ”的充分不必要条件.

故选: A.

9. 对于实数 x , “ $x \neq 5$ ”是“ $|x-3| \neq 2$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【分析】分析可知 $|x-3| \neq 2$, 等价于 $x \neq 1$ 且 $x \neq 5$, 再利用包含关系分析充分、必有条件.

【详解】因为 $|x-3| \neq 2$, 等价于 $x \neq 1$ 且 $x \neq 5$,

且 $(-\infty, 1) \cup (1, 5) \cup (5, +\infty)$ 是 $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$ 的真子集,

所以“ $x \neq 5$ ”是“ $|x-3| \neq 2$ ”的必要不充分条件.

故选: B.

10. 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $a=b$ ”是“ $ac^2=bc^2$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【分析】根据题意结合充分、必要条件分析判断.

【详解】若 $a=b$, 则 $ac^2=bc^2$, 即充分性成立;

若 $ac^2=bc^2$, 例如 $a=1, b=-1, c=0$, 可得 $ac^2=bc^2=0$, 满足题意,

但 $a \neq b$, 即必要性不成立;

综上所述: “ $a=b$ ”是“ $ac^2=bc^2$ ”的充分不必要条件.

故选: A.

11. “ $-1 \leq x \leq 12$ ”是“ $\frac{x+1}{x-12} \leq 0$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分又不必要条件

【答案】B

【分析】先解不等式，再利用集合的包含关系判断.

【详解】由题易知 $\frac{x+1}{x-12} \leq 0$ 的解集为 $[-1, 12)$ ， $[-1, 12)$ 真包含于 $[-1, 12]$ ，

故“ $-1 \leq x \leq 12$ ”是“ $\frac{x+1}{x-12} \leq 0$ ”的必要不充分条件.

故选：B

12. “ $0 \leq x \leq 1$ ”是“ $\frac{1}{x} \geq 1$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【分析】对 $\frac{1}{x} \geq 1$ 可得 $0 < x \leq 1$ ，然后根据充分条件和必要条件的定义判断即可.

【详解】由 $\frac{1}{x} \geq 1$ ，则 $\frac{1}{x} - 1 \geq 0$ ，即 $\frac{1-x}{x} \geq 0$ ，即 $\begin{cases} x(1-x) \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$ ，

解得 $0 < x \leq 1$ ，

则 $0 \leq x \leq 1$ 不能推出 $\frac{1}{x} \geq 1$ ， $\frac{1}{x} \geq 1$ 能推出 $0 < x \leq 1$ ，

则“ $0 \leq x \leq 1$ ”是“ $\frac{1}{x} \geq 1$ ”的必要不充分条件.

故选：B.

13. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $x > 0$ ”是“ $x^2 + x > 0$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【分析】解一元二次不等式结合充分不必要条件的定义即可得解.

【详解】由题意 $x^2 + x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ 或 $x < -1$ ，所以“ $x > 0$ ”是“ $x^2 + x > 0$ ”的充分不必要条件.

故选：A.

14. “ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ ， $k \in \mathbf{Z}$ ”是 $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【分析】利用充分条件与必要条件的定义，结合三角函数的性质求解即可.

【详解】若 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$, $k \in \mathbf{Z}$, 则 $\sin x = \sin\left(2k\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 充分性成立;

若 $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ 或 $x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$, $k \in \mathbf{Z}$, 必要性不成立,

所以“ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$, $k \in \mathbf{Z}$ ”是 $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的充分不必要条件.

故选: A.

15. 已知条件 $p: m > 2$, 条件 q : 点 $P(1, m)$ 在圆: $x^2 + y^2 = 5$ 外, 则 p 是 q 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【分析】等价转化 q , 结合充分条件和必要条件的定义判断结论.

【详解】点 $P(1, m)$ 在圆: $x^2 + y^2 = 5$ 外 $\Leftrightarrow 1 + m^2 > 5 \Leftrightarrow m > 2$ 或 $m < -2$,

故条件 $q: m > 2$ 或 $m < -2$, 又条件 $p: m > 2$,

所以 p 是 q 的充分不必要条件.

故选: A.

16. 已知 $p: x \in A$, $A = \left\{x \in \mathbf{Z} \mid \frac{6}{x} \in \mathbf{Z}\right\}$, $q: x \in B$, $B = \left\{x \mid (x^2 + 5x)^2 = 36\right\}$. 则 p 是 q 成立的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【分析】求出 A, B , 根据两集合包含关系以及必要不充分条件的判断即可得到答案.

【详解】因为 $A = \left\{x \in \mathbf{Z} \mid \frac{6}{x} \in \mathbf{Z}\right\} = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$,

$B = \left\{x \mid (x^2 + 5x)^2 = 36\right\} = \{-6, 1, -3, -2\}$,

则 B 是 A 的真子集,

则 p 是 q 成立的必要不充分条件.

故选: B.

17. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $\frac{1}{a} > b > 0$ ”是“ $4a < \frac{1}{b}$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】D

【分析】举出反例，即可根据逻辑关系求解.

【详解】举例 $a = \frac{1}{2}, b = 1$ ，满足 $\frac{1}{a} > b > 0$ ，但 $4a > \frac{1}{b}$ ，则正向无法推出；

举例 $a = -2, b = -1$ ，满足 $4a < \frac{1}{b}$ ，但不满足 $\frac{1}{a} > b > 0$ ，则反向也无法推出；

则“ $\frac{1}{a} > b > 0$ ”是“ $4a < \frac{1}{b}$ ”的既不充分也不必要条件.

故选：D.

18. “ $-2 < a < 2$ ”是“函数 $f(x) = \lg(x^2 - ax + 1)$ 的值域为 $\mathbf{R}$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】D

【分析】假设函数 $f(x) = \lg(x^2 - ax + 1)$ 的值域为 $\mathbf{R}$ ，借助对数的性质及二次函数的性质可得 a 的范围，结合充分条件与必要条件的性质即可得解.

【详解】若 $f(x) = \lg(x^2 - ax + 1)$ 的值域为 $\mathbf{R}$ ，

则对 $y = x^2 - ax + 1$ 有 $\Delta = a^2 - 4 \geq 0$ ，解得 $a \geq 2$ 或 $a \leq -2$ ，

“ $-2 < a < 2$ ”是“ $a \geq 2$ 或 $a \leq -2$ ”的既不充分也不必要条件.

故选：D.

19. 直线 $l_1: (3a+1)x + 2ay - 1 = 0$ 和直线 $l_2: ax - 3y + 3 = 0$ ，则“ $a = \frac{5}{3}$ ”是“ $l_1 \perp l_2$ ”的 ()

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【分析】由题意先求出 $l_1 \perp l_2$ 的充要条件，然后根据充分不必要条件的定义判断即可.

【详解】由题设 $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow a \times (3a+1) + 2a \times (-3) = 0$ ，

解得 $a = 0$ 或 $a = \frac{5}{3}$.

故 $a = \frac{5}{3} \Rightarrow l_1 \perp l_2$ ， $l_1 \perp l_2 \nRightarrow a = \frac{5}{3}$.

故选：B.

A. 充要条件

B. 既不充分也不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 充分不必要条件

【分析】根据面面垂直的判定定理以及性质，即可判断出答案.

故选：D