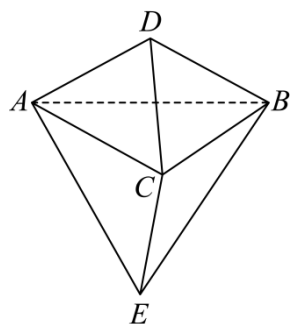


立体几何体积表面积三

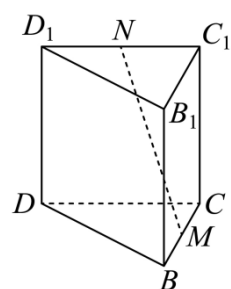
一、填空题

1. 如图, 已知三棱锥 $D-ABC$ 和三棱锥 $E-ABC$ 均为正三棱锥, 其中 $DA = \frac{\sqrt{21}}{3}$, $AB = AE = 2$, 则其内部能放入的最大的球的半径 $R =$ _____.



2. 已知在一个有底的圆锥容器 (厚度忽略不计) 内放入一个正方体, 若该正方体在其内部能任意转动, 且正方体的最大棱长为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 则该圆锥容器的容积的最小值为 _____.

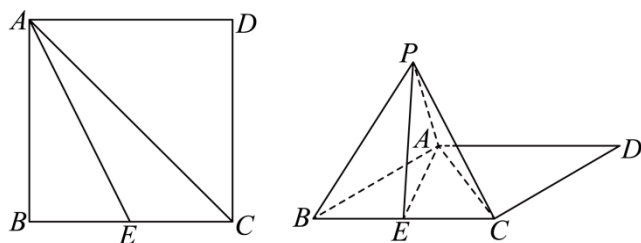
3. 如图, 在直三棱柱 $BCD-B_1C_1D_1$ 中, $BC = CD = CC_1 = 1$, $BC \perp CD$, M, N 分别是棱 BC, C_1D_1 的中点, 三棱柱 $BCD-B_1C_1D_1$ 的外接球为球 O , 则过 MN 的平面截球 O 所得截面面积的最小值为 _____.



4. 在四面体 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{3}$, $AD = BC = 1$, $CD = \sqrt{6}$, 且 $\angle BAD = \angle ABC = \frac{\pi}{2}$, 则该四面体 $ABCD$ 外接球的体积 _____.

5. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 为 BC 的中点, 将 $\triangle ACD$ 沿直线 AC 折起至 $\triangle ACP$ 处, 使得点 P 在平面 ABC 上的投影在直线 AE 上, 若三棱锥 $P-ABC$ 外接球的表面积为 8π , 则三

棱锥 $P-ABC$ 的体积为_____.

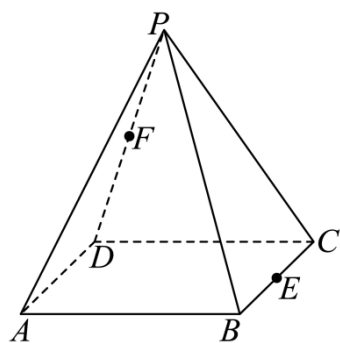


6. 已知 P 是棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 表面及其内部的点, 直线 AP 与直线 CD 所成的角为 45° , 且 $BP = PC_1$, 给出下列四个结论:

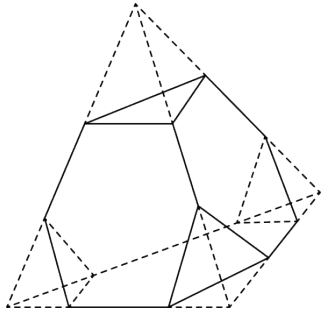
- ①满足条件的点 P 有无数个;
- ②点 P 的轨迹是一段圆弧;
- ③线段 BP 长度的最大值为 2;
- ④三棱锥 $P-BB_1C$ 体积的最大值为 $\frac{4-2\sqrt{2}}{3}$.

其中正确结论的序号是_____.

7. 如图, 正四棱锥 $P-ABCD$ 中, 点 E 和 F 分别为棱 BC 和 PD 的中点. 若过 A, E, F 三点的平面与侧面 PCD 的交线线段长为 $\sqrt{7}$, $\cos \angle PDC = \frac{\sqrt{2}}{4}$, 则该四棱锥的外接球的体积为_____.

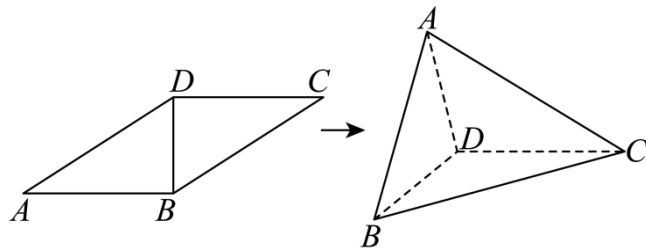


8. 如图, 从正四面体的 4 个顶点处截去 4 个相同的正四面体, 得到一个由正三角形与正六边形构成的多面体. 若该多面体的表面积是 $7\sqrt{3}$, 则该多面体外接球的表面积是_____.



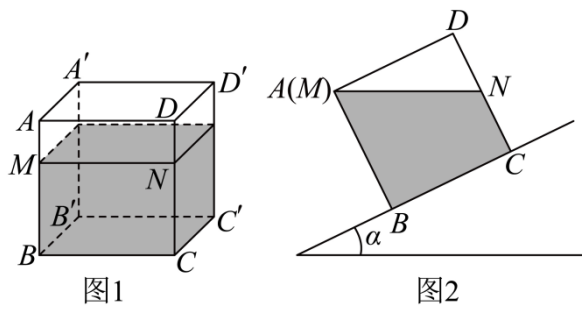
9. 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的棱长均为 2, M, N 分别是棱 BB_1, B_1C_1 的中点, 过点 A, M, N 的平面分别交直线 BC, CC_1 于点 D, E , 则三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 与三棱锥 $E-ACD$ 公共部分的体积为_____.

10. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB=\sqrt{3}, AD=2, BD=1$, 现将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起, 得到三棱锥 $A-BCD$, 且三棱锥 $A-BCD$ 外接球的表面积为 7π , 则 $AC=$ _____.

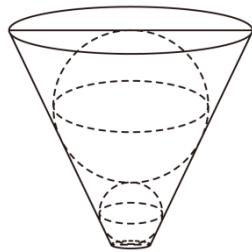


11. 已知正四面体 $ABCD$ 的棱长为 $2\sqrt{6}$, 点 P 为其外接球上的动点, 则点 P 到该正四面体 $ABCD$ 四个面的距离之和的最大值为_____.

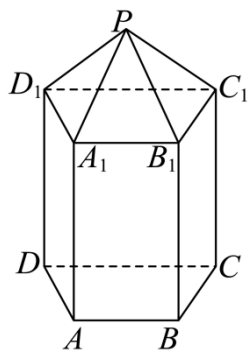
12. 如图 1, 棱长为 9cm 的密封透明正方体容器水平放置在桌面上, 水面高度 $BM=7\text{cm}$. 将此正方体放在坡角为 α 的斜坡上, 此时水面 MN 恰好与点 A 齐平, 其主视图如图 2 所示, 则 $\frac{\sin\alpha\sin 2\alpha + \sin\alpha + 2\cos^3\alpha}{\cos\alpha} =$ _____.



13. 如图，圆台形容器内放进半径分别为 2 和 4 的两个实心铁球，小球与容器下底面、容器壁均相切，大球与小球、容器壁、容器上底面均相切，若向该容器内注满水，则水的体积为_____.



14. 如图， $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为直四棱柱，底面 $ABCD$ 是等腰梯形， $AB \parallel CD$, $\angle ADC = 60^\circ$, $AB = AD = 2$. 点 P 在平面 CDD_1C_1 内， $\triangle PC_1D_1$ 是等腰三角形.



- ① 若 $PD_1 = 4$ ，直线 PD_1 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为_____；
- ② 若二面角 $P-A_1D_1-A$ 为 $\frac{2\pi}{3}$ ，四棱锥 $P-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为_____.

15. 如图，在正四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧棱与底面 $ABCD$ 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ，该四棱锥侧面积为12，且大球 O_1 ，与小球 O_2 均与该四棱锥的四个侧面相切，大球 O_1 与小球 O_2 相切，大球 O_1 与底面 $ABCD$ 相切，则三棱锥 O_2-PBC 的体积为_____.

