

零点存在定理

一、单选题

1. 函数 $f(x) = e^{x-1} + 4x - 4$ 零点所在区间为 ()

- A. $(-1, 0)$ B. $(0, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $(2, 3)$

【答案】B

【详解】因函数 $y = e^{x-1}$ 与 $y = 4x - 4$ 都是 $\mathbb{R}$ 上的增函数，则 $f(x) = e^{x-1} + 4x - 4$ 也是 $\mathbb{R}$ 上的增函数，

$$\text{又 } f(0) = e^{-1} - 4 < 0, f(1) = 1 + 4 - 4 = 1 > 0,$$

故函数 $f(x) = e^{x-1} + 4x - 4$ 有唯一的零点，其所在区间为 $(0, 1)$.

2. 函数 $f(x) = \ln x - \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{e}$ 的零点在下列区间内 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(3, 4)$

【答案】B

【分析】由函数 $f(x) = \ln x - \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{e}$ 的单调性，结合函数的零点存在定理判断即可.

【详解】函数 $f(x) = \ln x - \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{e}$ 在定义域 $(0, +\infty)$ 上连续，且为增函数，

$$\text{又 } f(1) = \ln 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{e} = \frac{1}{e} - \frac{1}{2} < 0,$$

$$f(2) = \ln 2 - \frac{1}{4} + \frac{1}{e} = \ln 2 + \frac{1}{e} - \frac{1}{4} > 0,$$

故函数 $f(x) = \ln x - \left(\frac{1}{2}\right)^x + \frac{1}{e}$ 的零点在区间 $(1, 2)$ 内.

3. 已知单调递增函数 $f(x) = \ln(x+2) + 2x - 8$ 的零点在区间 $(n, n+1)$ 内，且 $n \in \mathbb{Z}$ ，则 n 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】C

【详解】由解析式知 $f(x)$ 在定义域 $(-2, +\infty)$ 上单调递增，且 $f(3) = \ln 5 - 2 < 0 < f(4) = \ln 6$,

所以 $f(x)$ 的零点在 $(3,4)$ ，故 $n=3$ 。

4. 函数 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - x + 1$ 的零点所在的区间为 ()

- A. $(0,1)$ B. $(1,2)$ C. $(2,3)$ D. $(3,4)$

【答案】B

【详解】函数 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, y = -x + 1$ 都是 $\mathbf{R}$ 上的减函数，

因此函数 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - x + 1$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，

而 $f(1) = \frac{1}{3} > 0, f(2) = -\frac{8}{9} < 0$ ，所以函数 $f(x)$ 的零点所在的区间为 $(1,2)$ 。

5. 函数 $f(x) = \ln(x^2 + 1) + \frac{1}{2}x^2 - 2$ 的零点所在的一个区间是 ()

- A. $(0,1)$ B. $(1,2)$ C. $(2,3)$ D. $(3,4)$

【答案】B

【详解】结合选项可知 $x \in (0, +\infty)$ ，因为函数 $y = \ln(x^2 + 1)$ 和 $y = \frac{1}{2}x^2$ 在 $(0, +\infty)$ 均为增函数，

所以函数 $f(x) = \ln(x^2 + 1) + \frac{1}{2}x^2 - 2$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，

又 $f(0) = \ln 1 - 2 = -2 < 0$ ，

$f(1) = \ln 2 + \frac{1}{2} - 2 = \ln 2 - \frac{3}{2} < \ln e - \frac{3}{2} = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} < 0$ ，

$f(2) = \ln 5 + \frac{1}{2} \times 2^2 - 2 = \ln 5 > 0$ ，

所以函数 $f(x)$ 的零点在区间 $(1,2)$ 上。

6. 已知函数 $y = \ln x - 2x + 3$ 的零点所在的区间为 ()

- A. $(1,2)$ B. $(2,3)$ C. $(3,4)$ D. $(4,5)$

【答案】A

【分析】根据零点存在定理可得 $f(x) = \ln x - 2x + 3$ 在区间 $(1,2)$ 内有零点，再根据函数 $y = \ln x$ 和 $y = 2x - 3$ 的图象可知，当 $x > 2$ 时无零点即可得解。

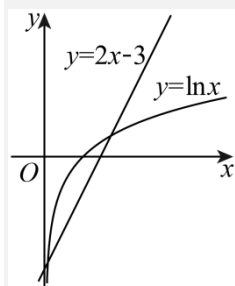
【详解】令 $f(x) = \ln x - 2x + 3$ ，则 $f(1) = 1 > 0$ ， $f(2) = \ln 2 - 1 < 0$ ，

根据零点存在定理，

得 $f(x) = \ln x - 2x + 3$ 在区间 $(1, 2)$ 内有零点,

借助函数 $y = \ln x$ 和 $y = 2x - 3$ 的图象可知, 当 $x > 2$ 时, $f(x) < 0$ 无零点,

所以函数 $y = \ln x - 2x + 3$ 的零点所在的区间选项中只有 $(1, 2)$.



故选: A.