

同构

一、填空题

1. 同构式通俗的讲是结构相同的表达式, 如: $f(x) = x + e^x$, $f(\ln x) = \ln x + e^{\ln x} = \ln x + x$,

称 $x + e^x$ 与 $\ln x + x$ 为同构式. 已知实数 x_1, x_2 满足 $e^{x_1} + x_1 = 6$, $\ln \sqrt{3x_2 + 1} + \frac{3}{2}x_2 = \frac{5}{2}$, 则

$$x_1 + 3x_2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

二、解答题

2. 对下列不等式或方程进行同构变形, 并写出相应的同构函数.

$$(1) \log_2 x - k \cdot 2^{kx} \geq 0;$$

$$(2) e^{2\lambda x} - \frac{1}{\lambda} \ln \sqrt{x} \geq 0;$$

$$(3) x^2 \ln x - m e^{\frac{m}{x}} \geq 0;$$

$$(4) a(e^{ax} + 1) \geq 2\left(x + \frac{1}{x}\right) \ln x;$$

$$(5) a \ln(x-1) + 2(x-1) \geq ax + 2e^x;$$

$$(6) x + a \ln x + e^{-x} \geq x^a (x > 1);$$

$$(7) e^{-x} - 2x - \ln x = 0;$$

$$(8) x^2 e^x + \ln x = 0.$$

