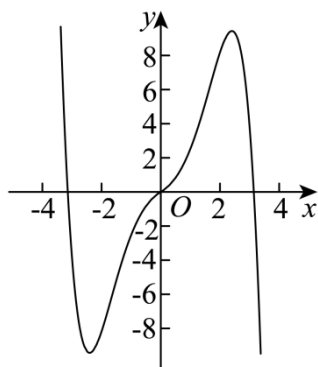


函数图像刷题练

一、单选题

1. 已知函数 $f(x)=3^{|x|}$, $g(x)=\sin x$, 某函数的部分图象如图所示, 则该函数可能是 ()



A. $y=f(x)+g(x)$

B. $y=f(x)-g(x)$

C. $y=f(x)g(x)$

D. $y=\frac{g(x)}{f(x)}$

【答案】C

【知识点】正弦函数图象的应用、函数图像的识别、函数奇偶性的定义与判断

【分析】结合函数的奇偶性及特值法可判断.

【详解】对于 A, 令 $h(x)=f(x)+g(x)=3^{|x|}+\sin x$, 由 $h(-x)=3^{|x|}-\sin x$, 则 $h(-x)\neq h(x)$,

$$h(-x)\neq -h(x),$$

所以 $y=f(x)+g(x)$ 是非奇非偶函数, 由图象不符, 故 A 错误;

对于 B, 令 $\varphi(x)=f(x)-g(x)=3^{|x|}-\sin x$, 由 $\varphi(-x)=3^{|x|}+\sin x$, 则 $\varphi(-x)\neq \varphi(x)$,

$$\varphi(-x)\neq -\varphi(x),$$

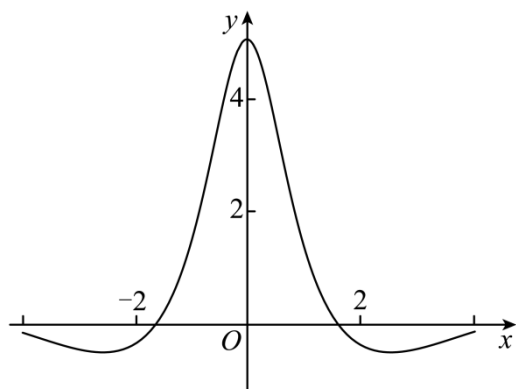
所以 $y=f(x)-g(x)$ 是非奇非偶函数, 由图象不符, 故 B 错误;

对于 D, $y=\frac{g(x)}{f(x)}=\frac{\sin x}{3^{|x|}}$, 当 $x=2$ 时, $y=\frac{\sin 2}{9}\in(0,1)$, 与图象不符, 排除 D, 故 C 正

确.

故选: C.

2. 已知函数 $f(x)$ 的部分图象如下图所示，则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()



A. $\frac{5e^x - 5e^{-x}}{x^2 + 2}$

B. $\frac{5\sin x}{x^2 + 1}$

C. $\frac{5e^x + 5e^{-x}}{x^2 + 2}$

D. $\frac{5\cos x}{x^2 + 1}$

【答案】D

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、判断指数型函数的图象形状、识别三角函数的图象（含正、余弦，正切）、根据函数图象选择解析式

【分析】由图知函数为偶函数，应用排除，先判断 B 中函数的奇偶性，再判断 A、C 中函数在 $(0, +\infty)$ 上的函数符号排除选项，即得答案.

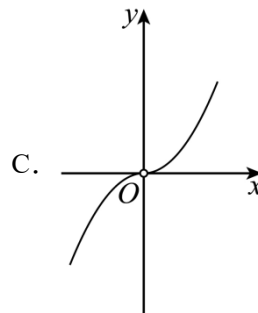
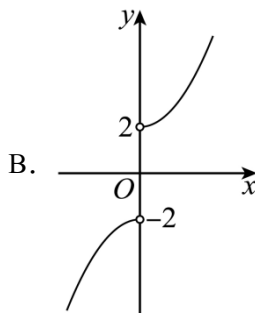
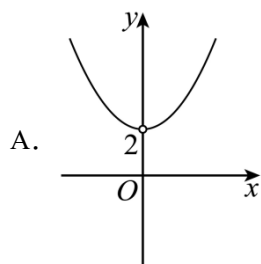
【详解】由图知：函数图象关于 y 轴对称，其为偶函数，且 $f(-2) = f(2) < 0$,

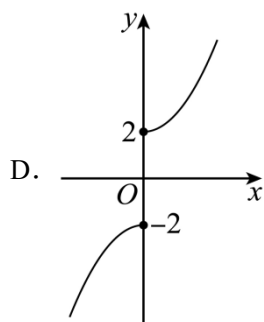
由 $\frac{5\sin(-x)}{(-x)^2 + 1} = -\frac{5\sin x}{x^2 + 1}$ 且定义域为 $\mathbb{R}$ ，即 B 中函数为奇函数，排除；

当 $x > 0$ 时 $\frac{5(e^x - e^{-x})}{x^2 + 2} > 0$ 、 $\frac{5(e^x + e^{-x})}{x^2 + 2} > 0$ ，即 A、C 中 $(0, +\infty)$ 上函数值为正，排除；

故选：D

3. 函数 $f(x) = (2^x + 2^{-x}) \frac{|x|}{x}$ 的大致图象是 ()





【答案】B

【知识点】基本不等式求和的最小值、函数图像的识别、函数奇偶性的定义与判断

【分析】先利用定义域排除 D，再利用奇偶性排除 A，最后利用基本不等式分别求解 $x > 0$ 和 $x < 0$ 的值域排除 C，即可求解.

【详解】 $f(x)$ 的定义域是 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ，关于原点对称，排除选项 D，

$$\text{因为 } f(-x) = (2^{-x} + 2^x) \frac{-x}{-x} = -(2^x + 2^{-x}) \frac{|x|}{x} = -f(x),$$

所以 $f(x)$ 是奇函数，其图象关于原点对称，排除 A，

$$\text{当 } x > 0 \text{ 时, } f(x) = (2^x + 2^{-x}) \frac{x}{x} = 2^x + 2^{-x} > 2\sqrt{2^x \cdot 2^{-x}} = 2,$$

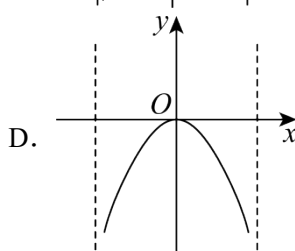
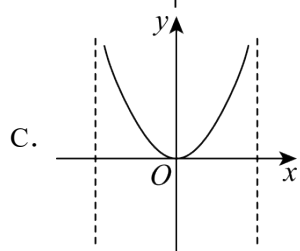
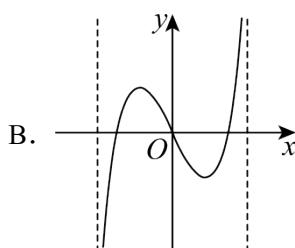
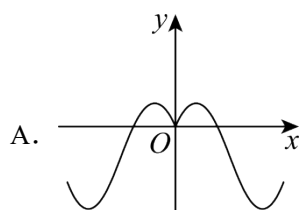
(等号条件为 $2^x = 2^{-x}$ 即 $x = 0$ ，故等号不成立)，

$$\text{当 } x < 0 \text{ 时, } f(x) = (2^x + 2^{-x}) \frac{-x}{x} = -(2^x + 2^{-x}) < -2\sqrt{2^x \cdot 2^{-x}} = -2,$$

(等号条件为 $2^x = 2^{-x}$ 即 $x = 0$ ，故等号不成立)，排除 C，只有选项 B 符合题意.

故选：B.

4. 函数 $f(x) = \sin x \cdot \ln \frac{2+x}{2-x}$ 的大致图象是 ()



【答案】C

【知识点】求含 $\sin x$ 的函数的奇偶性、函数图像的识别、函数奇偶性的定义与判断

【分析】根据函数的奇偶性单调性与函数值符号确定函数的图象.

【详解】由 $\frac{2+x}{2-x} > 0$, 得 $x \in (-2, 2)$, 所以 $f(x)$ 的定义域为 $(-2, 2)$.

$$\text{又 } f(-x) = \sin(-x) \cdot \ln \frac{2-x}{2+x} = (-\sin x) \cdot \left(-\ln \frac{2+x}{2-x} \right) = \sin x \cdot \ln \frac{2+x}{2-x} = f(x),$$

所以函数 $f(x)$ 为偶函数, 图象关于 y 轴对称, 故 B 错误;

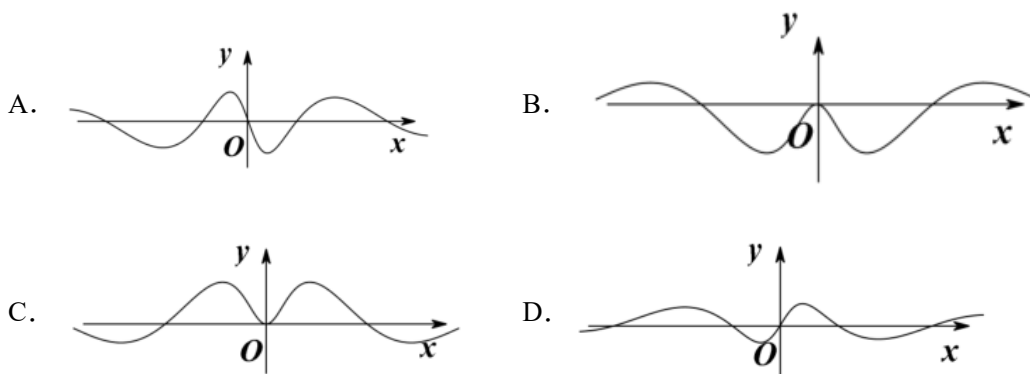
因为 $\ln \frac{2+x}{2-x} = \ln \left(\frac{4}{2-x} - 1 \right)$, 所以当 $x \in (0, 2)$ 时, $\ln \frac{2+x}{2-x} > 0, \sin x > 0$, 所以 $f(x) > 0$,

且在定义 $x \in (0, 2)$ 内为增函数, 故 A, D 错误.

对 C: 符合函数的定义域, 奇偶性, 单调性, 故 C 正确.

故选:C

5. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2} \cdot \sin x$, 则函数 $y = f(x)$ 的图象大致为 ()



【答案】C

【知识点】函数图像的识别

【解析】根据函数为偶函数和 $x \rightarrow 0$ 时函数值为正, 即可得到答案.

【详解】因为 $f(x)$ 定义域为 R , 且 $f(-x) = \frac{-x}{1+(-x)^2} \cdot \sin(-x) = f(x)$,

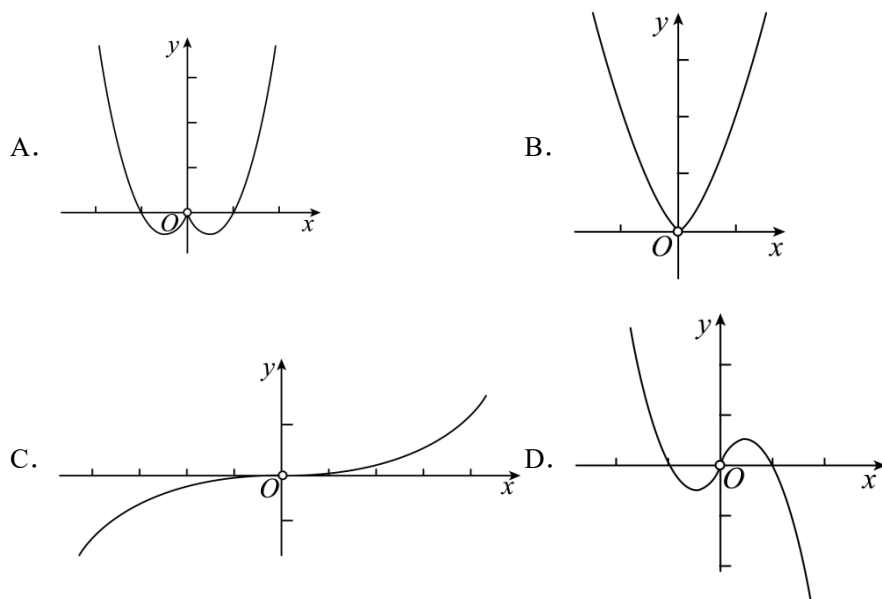
所以 $f(x)$ 为偶函数, 故排除 A, D;

当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) > 0$, 故排除 B.

故选: C

【点睛】本题考查根据函数的解析式选择对应的图象, 考查数形结合思想的应用, 求解时注意从解析式挖掘函数的性质, 并注意特殊值代入法的应用.

6. 函数 $f(x) = (x^2 + |x|) \cdot \ln |x|$ 的图象大致是 ()



【答案】A

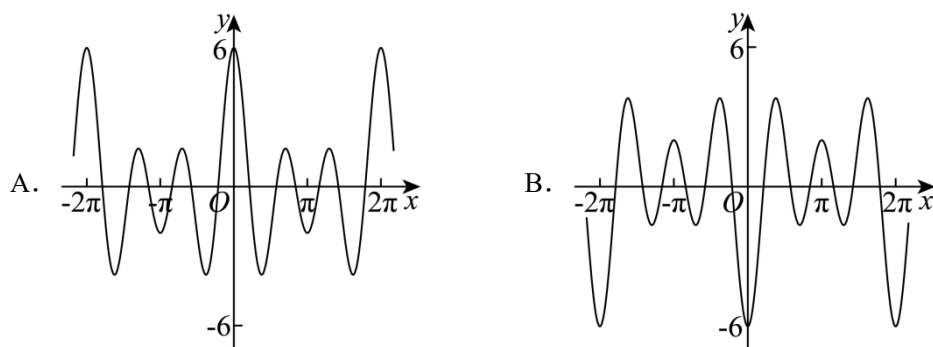
【知识点】函数奇偶性的定义与判断、函数图像的识别、判断对数型函数的图象形状

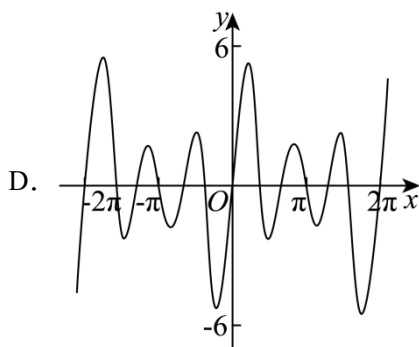
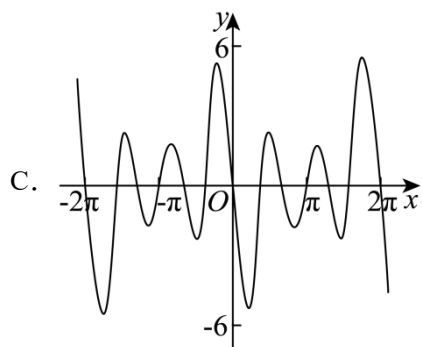
【分析】根据奇偶函数的定义和 $f(-1) = f(1) = 0$ 依次排除选项即可.

【详解】由题知, 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, 定义域关于原点对称, 且 $f(-x) = f(x)$, 所以函数 $f(x)$ 是偶函数, 其函数图象关于 y 轴对称, 故排除选项 C, D; 又 $f(-1) = f(1) = 0$, 故排除选项 B.

故选: A.

7. 函数 $f(x) = \cos x + 2\cos 2x + 3\cos 3x$ 的大致图象可能是 ()





【答案】A

【知识点】识别三角函数的图象（含正、余弦，正切）、函数图像的识别

【分析】利用定义法证明 $f(x)$ 为偶函数，根据 $f(0)=6$ ，结合排除法即可求解.

【详解】 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,

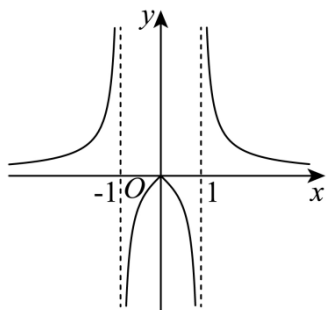
$$\text{则 } f(-x) = \cos(-x) + 2\cos(-2x) + 3\cos(-3x) = \cos x + 2\cos 2x + 3\cos 3x = f(x),$$

所以 $f(x)$ 为偶函数，图象关于 y 轴对称，故排除 C，D 选项；

又因为 $f(0)=6$ ，故排除 B 选项.

故选：A.

8. 已知函数 $y=f(x)$ 的图象如下，则 $f(x)$ 的解析式可能为（ ）



A. $f(x) = \frac{x}{1-|x|}$

B. $f(x) = \frac{x}{|x|-1}$

C. $f(x) = \frac{|x|}{1-x^2}$

D. $f(x) = \frac{|x|}{x^2-1}$

【答案】D

【知识点】奇偶函数对称性的应用、根据解析式直接判断函数的单调性、根据函数图象选择解析式

【分析】先由函数奇偶性排除 AB，再由 $x \in (0,1)$ 时函数值正负情况可得解.

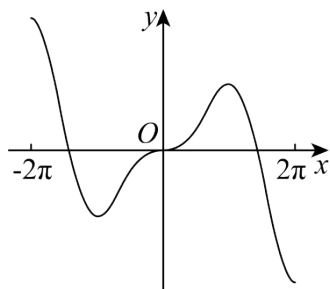
【详解】由图可知函数为偶函数，而函数 $f(x) = \frac{x}{1-|x|}$ 和函数 $f(x) = \frac{x}{|x|-1}$ 为奇函数，故排除选项 AB；

又当 $x \in (0,1)$ 时 $1-x^2 > 0, x^2-1 < 0$, 此时 $f(x) = \frac{|x|}{1-x^2} > 0, f(x) = \frac{|x|}{x^2-1} < 0$,

由图可知当 $x \in (0,1)$ 时, $f(x) < 0$, 故 C 不符合, D 符合.

故选: D

9. 已知函数 $y = f(x)$ 的部分图象如图所示, 则此函数的解析式可能是 ()



A. $y = \ln(\sqrt{x^2+1}-x)$

B. $y = \frac{1-\cos x}{e^x - e^{-x}}$

C. $y = \sin x - x \cos x$

D. $y = \sin x - xe^x$

【答案】C

【知识点】根据函数图象选择解析式

【分析】根据函数图象关于原点对称可知原函数为奇函数, 利用奇偶性可排除 D, 结合函数定义域为 $\mathbf{R}$ 可排除 B; 利用函数单调性可排除 A, 由此可得正确选项.

【详解】对于 A, $\because \ln[\sqrt{(-x)^2+1}+x] = \ln(\sqrt{x^2+1}+x) = \ln \frac{1}{\sqrt{x^2+1}-x} = -\ln(\sqrt{x^2+1}-x)$,

又 $y = \ln(\sqrt{x^2+1}-x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,

$\therefore y = \ln(\sqrt{x^2+1}-x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 图象关于原点对称, 与已知图象相符;

当 $x \geq 0$ 时, $y = \sqrt{x^2+1}$ 为增函数, $y = x$ 为增函数, 又 $y = \ln t$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

由复合函数单调性可知: $y = \ln(\sqrt{x^2+1}+x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,

又 $y = \ln(\sqrt{x^2+1}-x) = -\ln(\sqrt{x^2+1}+x)$,

$\therefore y = \ln(\sqrt{x^2+1}-x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递减, 与已知图象不符, A 错误;

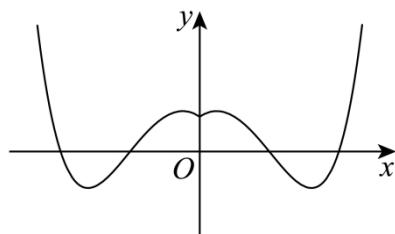
对于 B, 由 $e^x - e^{-x} \neq 0$ 得: $x \neq 0$, $\therefore y = \frac{1-\cos x}{e^x - e^{-x}}$ 的定义域为 $\{x|x \neq 0\}$, 与已知图象不符, B 错误;

对于 D, $\because \sin(-x) - (-x)e^{-x} = -\sin x + xe^{-x} \neq -\sin x + xe^x$,

$\therefore y = \sin x - xe^x$ 不是奇函数，图象不关于原点对称，与已知图象不符，D 错误.

故选：C.

10. 已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示，则该图象所对应的函数可能是 ()



A. $f(x) = \frac{x}{2^{|x|}}$

B. $f(x) = 2^{|x|} - 2$

C. $f(x) = 2^{|x|} - x^2$

D. $f(x) = e^{|x|} - |x|$

【答案】C

【知识点】用导数判断或证明已知函数的单调性、函数图像的识别、函数奇偶性的定义与判断

【分析】对各选项的单调性与函数值的情况一一判断，利用排除法即可得解；

【详解】对于 A: $f(x) = \frac{x}{2^{|x|}}$ ，当 $x < 0$ 时， $f(x) < 0$ ，故排除 A；

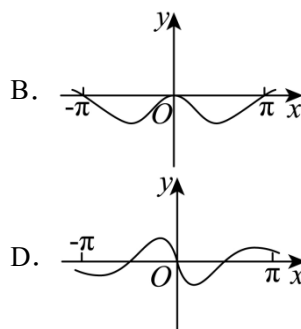
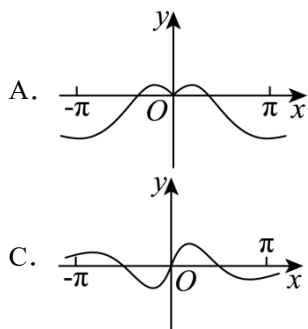
对于 B: 当 $x \geq 0$ 时，函数 $y = 2^x - 2$ 为增函数，当 $x < 0$ 时，函数 $y = 2^{-x} - 2$ 为减函数，故排除 B；

对于 D: 当 $x > 0$ 时， $f(x) = e^x - x$ ， $f'(x) = e^x - 1 > 0$ ，所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，故排除 D；

对于 C: $f(x) = 2^{|x|} - x^2$ 为偶函数，由 $f(x) = 0$ 可得 $x = \pm 2, \pm 4$ ，满足图象，故 C 正确.

故选：C.

11. 函数 $f(x) = \frac{x \cos x}{e^{|x|-1}}$ 的图象大致为 ()



【答案】C

【知识点】函数奇偶性的应用、函数图像的识别、求 $\cos x$ (型) 函数的对称轴及对称中心

【分析】求出 $y=f(x)$ 为奇函数，排除 AB；由 $f(\pi)=\frac{-\pi}{e^{\pi-1}}<0$ 排除 D，得到答案.

【详解】 $f(x)=\frac{x\cos x}{e^{|x|-1}}$ 定义域为 $\mathbf{R}$,

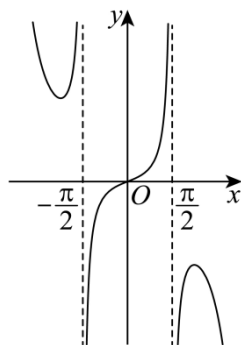
$$f(-x)=\frac{-x\cos(-x)}{e^{-|x|-1}}=\frac{-x\cos x}{e^{|x|-1}}=-f(x), \text{ 函数 } y=f(x) \text{ 为奇函数,}$$

图象关于原点对称，排除 AB；

$$\text{又 } f(\pi)=\frac{-\pi}{e^{\pi-1}}<0, \text{ 排除 D.}$$

故选：C.

12. 函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示，则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()



A. $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{\cos x}$

B. $f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{\cos x}$

C. $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$

D. $f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{\sin x}$

【答案】A

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、函数图像的识别、余弦函数图象的应用

【分析】通过观察图象，根据函数的奇偶性和定义域即可用排除法进行作答.

【详解】根据图象可以看出，函数的定义域不包括 $\pm\frac{\pi}{2}$,

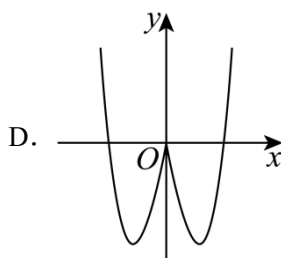
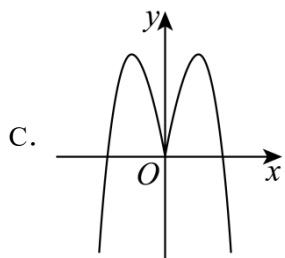
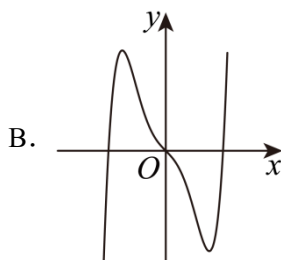
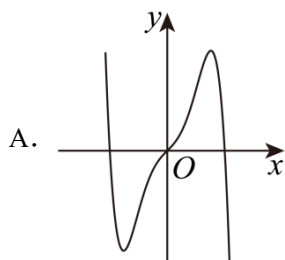
这说明函数在这两个点上无意义，而选项 C,D 的定义域包括 $\pm\frac{\pi}{2}$ ，所以排除 C,D.

由图象可以看出，函数关于原点对称，是奇函数，而选项 B 中，

因为 $f(-x)=\frac{e^{-x}+e^x}{\cos x}=f(x)$ ，说明选项 B 中的函数为偶函数，不符合图象，所以排除.

故选：A.

13. 函数 $f(x)=-x+(e^x+e^{-x})\sin x$ 在区间 $[-3.2,3.2]$ 的图象大致为 ()



【答案】A

【知识点】正弦函数图象的应用、函数图像的识别、函数奇偶性的定义与判断

【分析】根据函数的奇偶性以及函数值的正负即可排除求解.

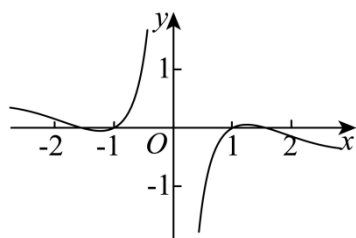
【详解】由于 $f(-x) = x + (e^{-x} + e^x)\sin(-x) = -[-x + (e^x + e^{-x})\sin x] = -f(x)$,

故 $f(x)$ 为奇函数, 其图象关于原点对称, 此时可排除 CD,

又 $\because \sin 3.2 < 0, \therefore f(3.2) = -3.2 + (e^{3.2} + e^{-3.2})\sin 3.2 < 0$, 故排除 B,

故选: A

14. 已知函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()



A.
$$f(x) = \frac{\ln|x| \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)}{x}$$

B.
$$f(x) = \frac{\ln|x| \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{x}$$

C.
$$f(x) = \frac{\ln|x| \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{x^2}$$

D.
$$f(x) = \frac{\ln|x| \cdot \sin x}{x}$$

【答案】B

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、函数图像的识别、求正弦(型)函数的奇偶性、求余弦(型)函数的奇偶性

【分析】根据函数的奇偶性，结合选项判断函数的奇偶性，结合 $f(2) < 0$ 即可求解.

【详解】由图象可知 $f(x)$ 的图象关于原点对称，所以 $f(x)$ 为奇函数，且 $f(2) < 0$,

对于 A, $f(2) = \frac{\ln 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)}{2} > 0$, 故不符合, A 错误,

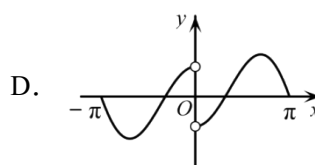
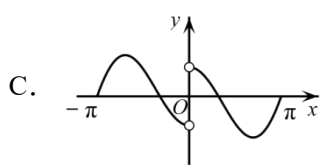
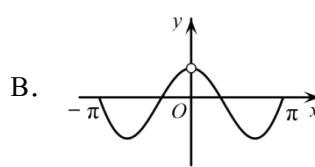
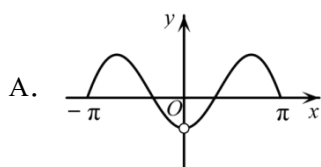
对于 B, $f(x) = \frac{\ln|x| \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{x} = \frac{\ln|x| \cdot \cos x}{x}$, $f(-x) = \frac{\ln|-x| \cdot \cos(-x)}{-x} = f(x)$ 则 $f(x)$ 为奇函数, 且满足 $f(2) < 0$, 故 B 正确,

对于 C, $f(x) = \frac{\ln|x| \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{x^2} = \frac{\ln|x| \cdot \cos x}{x^2}$, $f(-x) = \frac{\ln|-x| \cdot \cos(-x)}{(-x)^2} = f(x)$, 则 $f(x)$ 为偶函数, 不符合, C 错误,

对于 D, $f(x) = \frac{\ln|x| \cdot \sin x}{x}$, $f(-x) = \frac{\ln|-x| \cdot \sin(-x)}{-x} = f(x)$, $f(x)$ 为偶函数, 不符合, D 错误,

故选: B

15. 函数 $f(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right) \sin|x|$ ($-\pi \leq x \leq \pi, x \neq 0$) 的图象可能为 ()



【答案】D

【知识点】函数图像的识别、求含 $\sin x$ 的函数的奇偶性

【解析】根据函数的奇偶性排除 A、B, 再由 $x \in (0, 1)$, $f(x) < 0$ 即可得出选项.

【详解】 $f(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right) \sin|x|$ ($-\pi \leq x \leq \pi, x \neq 0$),

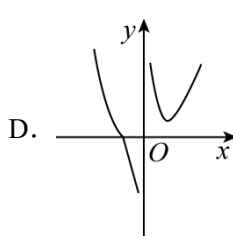
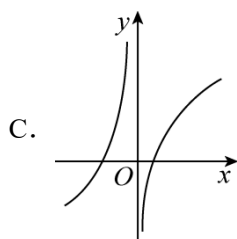
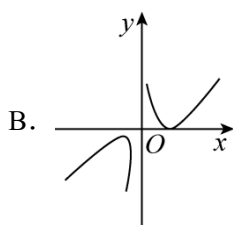
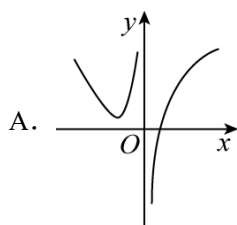
$f(-x) = \left(-x + \frac{1}{x}\right) \sin|-x| = \left(-x + \frac{1}{x}\right) \sin|x| = -f(x)$,

所以函数为奇函数, 故排除 A、B;

当 $x \in (0,1)$ 时, $f(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right) \sin |x| < 0$, 故 D 正确;

故选: D

16. 已知函数 $f(x) = x^2 - \frac{\ln|x|}{x}$, 则函数 $f(x)$ 的图像为 ()



【答案】D

【知识点】函数图像的识别、利用导数求函数的单调区间 (不含参)、由导数求函数的最值 (不含参)

【分析】根据绝对值的性质, 可以化简函数的解析式, 用导数研究函数在 $x < 0$ 时的单调性, 运用排除法可以选出正确的答案.

【详解】
$$f(x) = x^2 - \frac{\ln|x|}{x} = \begin{cases} x^2 - \frac{\ln x}{x}, & (x > 0) \\ x^2 - \frac{\ln(-x)}{x}, & (x < 0) \end{cases},$$

当 $x < 0$ 时, $f'(x) = 2x - \frac{1 - \ln(-x)}{x^2} = \frac{2x^3 - 1 + \ln(-x)}{x^2}.$

令 $g(x) = 2x^3 - 1 + \ln(-x),$

由 $g'(x) = 6x^2 + \frac{1}{x} = \frac{6x^3 + 1}{x} = 0,$ 得 $x = -\sqrt[3]{\frac{1}{6}},$

当 $x \in \left(-\infty, -\sqrt[3]{\frac{1}{6}}\right)$ 时, $g'(x) > 0,$ 当 $x \in \left(-\sqrt[3]{\frac{1}{6}}, 0\right)$ 时, $g'(x) < 0.$

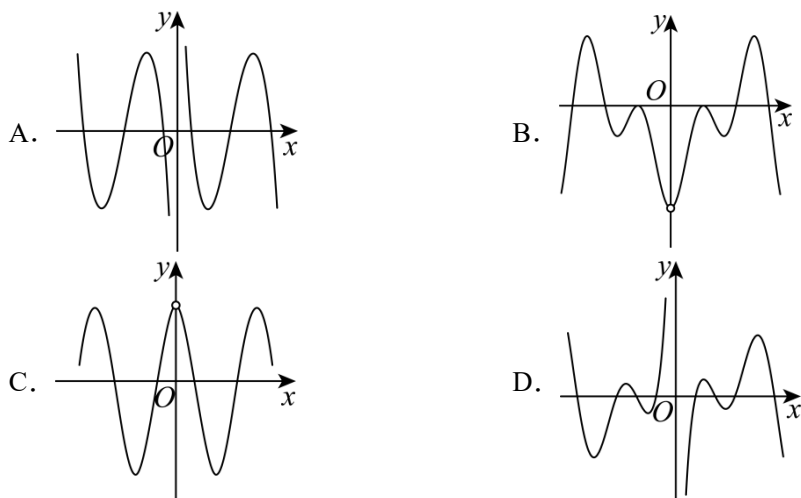
所以 $g(x)$ 有极大值为 $g\left(-\sqrt[3]{\frac{1}{6}}\right) = 2 \times \left(-\sqrt[3]{\frac{1}{6}}\right)^3 - 1 + \ln^3 \sqrt{\frac{1}{6}} = -\frac{4}{3} - \frac{1}{3} \ln 6 < 0.$

又 $x^2 > 0 (x \neq 0),$ 所以 $f'(x)$ 的最大值小于 0.

所以函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上为减函数, 这样可以排除 A、B、C,

故选：D.

17. 函数 $f(x) = \left(x - \frac{4}{x}\right) \cos \frac{\pi}{2}x$ 的部分图象大致为 ().



【答案】D

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、函数图像的识别

【分析】由奇偶函数的定义可排除 BC，再由特值法可排除 A.

【详解】 $f(x) = \left(x - \frac{4}{x}\right) \cos \frac{\pi}{2}x$ 的定义域为 $\{x|x \neq 0\}$,

则 $f(-x) = \left(-x + \frac{4}{x}\right) \cos \frac{\pi}{2}(-x) = -\left(x - \frac{4}{x}\right) \cos \frac{\pi}{2}x = -f(x)$,

所以 $f(x) = \left(x - \frac{4}{x}\right) \cos \frac{\pi}{2}x$ 为奇函数，故排除 BC，

令 $f(x) = \left(x - \frac{4}{x}\right) \cos \frac{\pi}{2}x = 0$ ，则 $x - \frac{4}{x} = 0$ 或 $\cos \frac{\pi}{2}x = 0$ ，

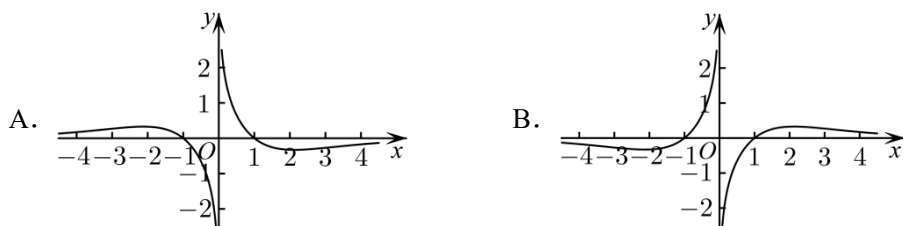
则 $x^2 = 4$ 或 $\frac{\pi}{2}x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ，解得： $x = \pm 2$ 或 $x = 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$ ，

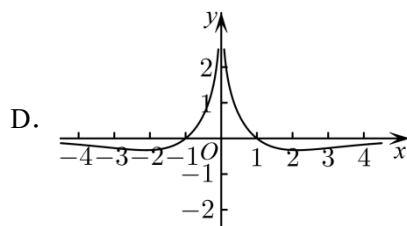
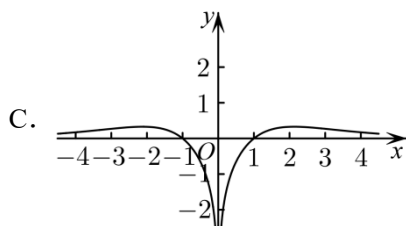
所以当 $x > 0$ 时， $f(x) = 0$ 的最小 x 为 1，

则 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} - 8\right) \cos \frac{\pi}{4} < 0$ ，故 A 错误，D 正确.

故选：D.

18. 函数 $f(x) = \frac{2 \ln |x|}{2^x + 2^{-x}}$ 的图象大致为 ()





【答案】C

【知识点】函数奇偶性的应用、函数图像的识别、对数函数单调性的应用

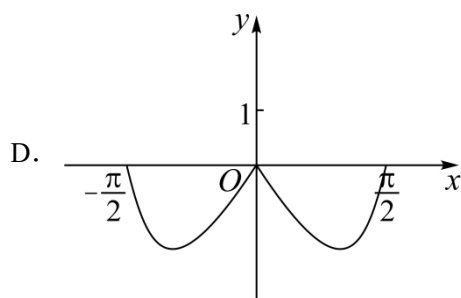
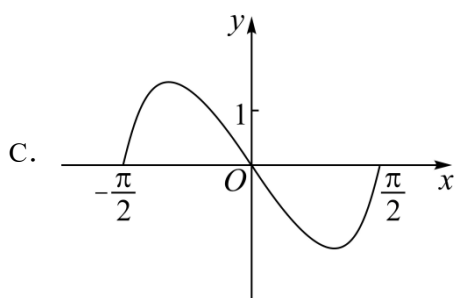
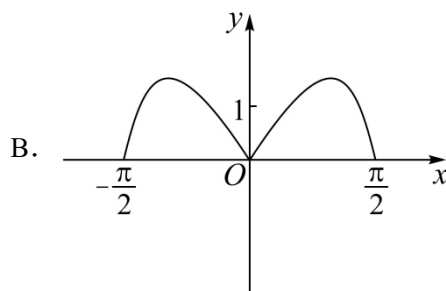
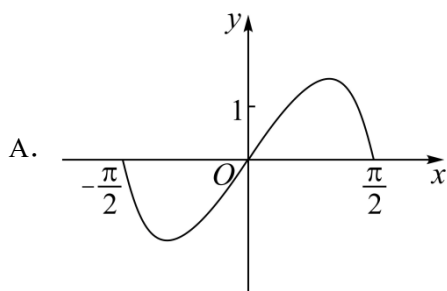
【分析】确定函数的奇偶性，再利用函数值的正负排除三个错误选项后得结论.

【详解】函数定义域是 $\{x | x \neq 0\}$, $f(-x) = \frac{2\ln|x|}{2^{-x} + 2^x} = f(x)$, 函数为偶函数, 排除 AB,

又 $0 < x < 1$ 时, $f(x) < 0$, 排除 D.

故选: C.

19. 函数 $y = (3^x - 3^{-x})\cos x$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 的图象大致为 ()



【答案】A

【知识点】函数图像的识别、识别正（余）弦型三角函数的图象

【分析】由函数的奇偶性结合指数函数、三角函数的性质逐项排除即可得解.

【详解】令 $f(x) = (3^x - 3^{-x})\cos x, x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$,

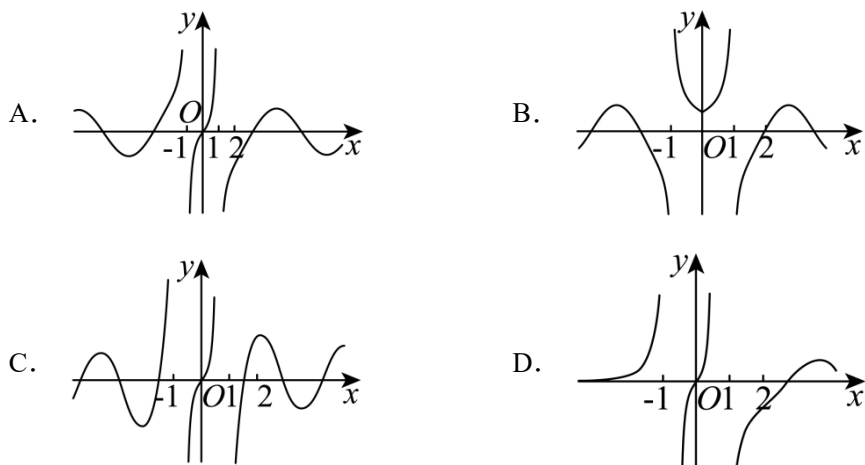
则 $f(-x) = (3^{-x} - 3^x)\cos(-x) = -(3^x - 3^{-x})\cos x = -f(x)$,

所以 $f(x)$ 为奇函数, 排除 BD;

又当 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时, $3^x - 3^{-x} > 0, \cos x > 0$, 所以 $f(x) > 0$, 排除 C.

故选: A.

20. 函数 $f(x) = \frac{(1+x^2)\sin x}{1-x^2}$ 的部分图象大致是 ()



【答案】A

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、函数图像的识别、求正弦(型)函数的奇偶性

【分析】由 $f(x) = \frac{(1+x^2)\sin x}{1-x^2}$, 可得 $f(-x) = -f(x)$, 函数 $f(x)$ 为奇函数, 排除 B、D 项,

再由 $f(2) < 0$, 排除 C 项, 即可得到答案.

【详解】由函数 $f(x) = \frac{(1+x^2)\sin x}{1-x^2}$, 定义域为 $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, +\infty)$,

有 $f(-x) = \frac{[1+(-x)^2]\sin(-x)}{1-(-x)^2} = -\frac{(1+x^2)\sin x}{1-x^2} = -f(x)$,

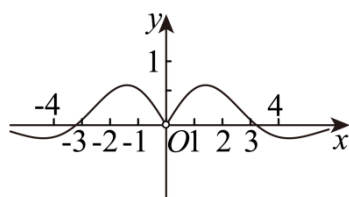
所以函数 $f(x)$ 为奇函数, 其图象关于原点对称, 可排除 B、D 项;

又由 $f(2) = \frac{(1+2^2)\sin 2}{1-2^2} = -\frac{5\sin 2}{3} < 0$, 可排除 C 项,

所以函数 $f(x)$ 的图象为选项 A.

故选: A.

21. 如图所示, 图象对应的函数解析式为 ()



$$A. f(x) = \frac{|x| \cos x}{2^x - 2^{-x}}$$

$$B. f(x) = \frac{|x| \cos x}{2^x + 2^{-x}}$$

$$C. f(x) = \frac{|x| \sin x}{2^x + 2^{-x}}$$

$$D. f(x) = \frac{|x| \sin x}{2^x - 2^{-x}}$$

【答案】D

【知识点】函数图像的识别、函数奇偶性的定义与判断

【分析】函数图象关于 y 轴对称，排除 A，C，由 $f(\frac{\pi}{2}) = 0$ 排除 B，利用排除法即可。

【详解】函数图象关于 y 轴对称，则函数是偶函数，

$$\text{对于 A, } \because f(x) = \frac{|x| \cos x}{2^x - 2^{-x}}, x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty),$$

$$\therefore f(-x) = \frac{|-x| \cos(-x)}{2^{-x} - 2^x} = \frac{|x| \cos x}{-(2^x - 2^{-x})} = -f(x),$$

$$\text{即函数 } f(x) = \frac{|x| \cos x}{2^x - 2^{-x}} \text{ 是奇函数, 故 A 错,}$$

$$\text{对于 B, } \because f(x) = \frac{|x| \cos x}{2^x + 2^{-x}}, x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty),$$

$$\therefore f(-x) = \frac{|-x| \cos(-x)}{2^{-x} + 2^x} = \frac{|x| \cos x}{2^x + 2^{-x}} = f(x),$$

$$\therefore f(x) = \frac{|x| \cos x}{2^x + 2^{-x}} \text{ 是偶函数,}$$

$$\text{当 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 时, } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}{2^{\frac{\pi}{2}} + 2^{-\frac{\pi}{2}}} = 0, \text{ 故 B 错,}$$

$$\text{对于 C, } \because f(x) = \frac{|x| \sin x}{2^x + 2^{-x}}, x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty),$$

$$\therefore f(-x) = \frac{|-x| \sin(-x)}{2^{-x} + 2^x} = -\frac{|x| \sin x}{2^x + 2^{-x}} = -f(x),$$

$$\therefore f(x) = \frac{|x| \sin x}{2^x + 2^{-x}} \text{ 是奇函数, 故 C 错,}$$

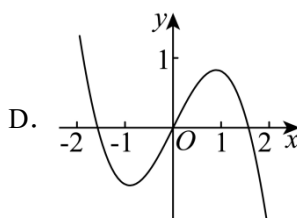
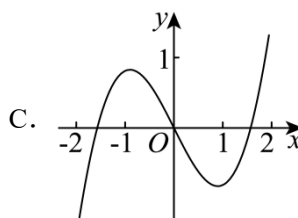
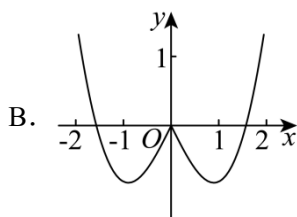
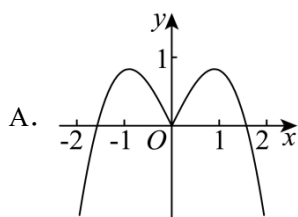
$$\text{对于 D, } f(x) = \frac{|x| \sin x}{2^x - 2^{-x}}, x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty),$$

$$\therefore f(-x) = \frac{|-x| \sin(-x)}{2^{-x} - 2^x} = \frac{-|x| \sin x}{-(2^x - 2^{-x})} = \frac{|x| \sin x}{2^x - 2^{-x}} = f(x),$$

$$\therefore f(x) = \frac{|x| \sin x}{2^x - 2^{-x}} \text{ 是偶函数, } f\left(\frac{\pi}{2}\right) > 0, \text{ 符合题意, 故 D 正确.}$$

故选：D

22. 函数 $f(x) = (2^{-x} - 2^x) \cos x$ 的图象大致为 ()



【答案】C

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、函数图像的识别、判断指数型函数的图象形状、求含 $\cos x$ 的函数的奇偶性

【分析】根据奇偶性的定义判断 $f(x)$ 为奇函数，再结合 $f(1)$ 的符合及排除法，即可得.

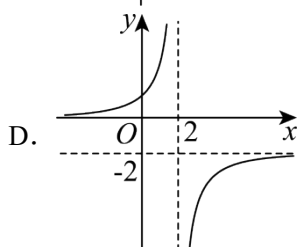
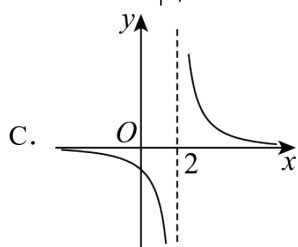
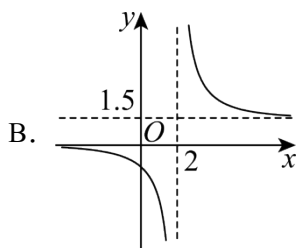
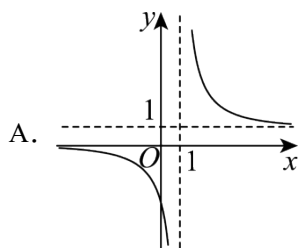
【详解】由 $f(-x) = (2^x - 2^{-x})\cos(-x) = -(2^{-x} - 2^x)\cos x = -f(x)$ ，且定义域为 $\mathbf{R}$ ，

所以 $f(x)$ 为奇函数，排除 A、B；

$f(1) = (2^{-1} - 2)\cos 1 = -\frac{3}{2}\cos 1 < 0$ ，排除 D.

故选：C

23. 函数 $f(x) = \frac{1.5^x}{1.5^{x-1} - 1.5}$ 的图象大致为 ()



【答案】B

【知识点】函数图像的识别

【分析】由函数的图像与性质即可得到图像.

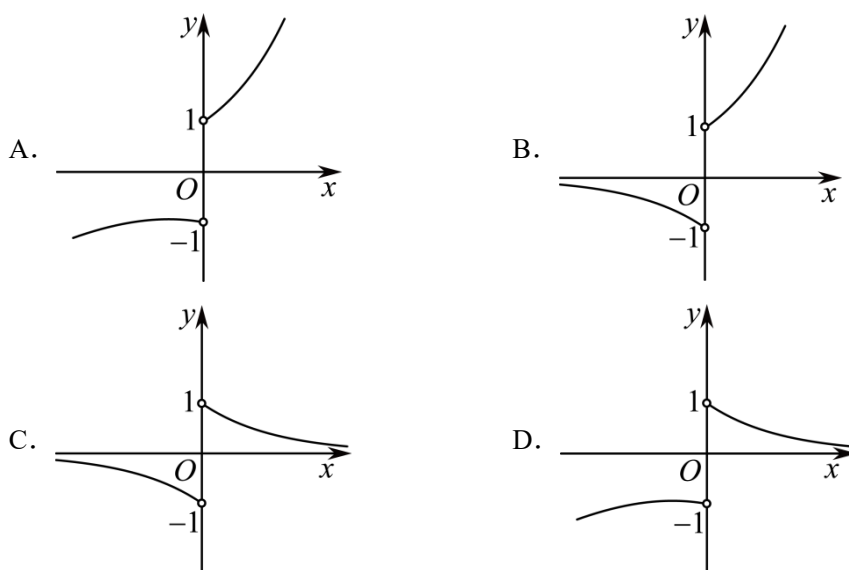
【详解】 $f(x) = \frac{1.5^x}{1.5^{x-1} - 1.5} = \frac{1.5 \times 1.5^{x-1}}{1.5^{x-1} - 1.5} = \frac{1.5 \times (1.5^{x-1} - 1.5) + 2.25}{1.5^{x-1} - 1.5} = 1.5 + \frac{2.25}{1.5^{x-1} - 1.5},$

由 $1.5^{x-1} - 1.5 \neq 0$ 得 $1.5^{x-1} \neq 1.5$ 解得 $x \neq 2$,

当 $x = 2$ 时, $y \neq 1.5$, 所以函数 $f(x)$ 的图像与直线 $x = 2$ 和 $y = 1.5$ 没有交点.

故选: B

24. 函数 $f(x) = \frac{x}{|x|} \cdot 2x$ 的图象大致形状是 ()



【答案】 B

【知识点】 函数图像的识别、判断指数型函数的图象形状、求指数函数在区间内的值域

【分析】 利用函数的单调性、值域排除选项可得到结果.

【详解】 由函数 $f(x) = \frac{x}{|x|} \cdot 2x = \begin{cases} 2^x, & x > 0 \\ -2^x, & x < 0 \end{cases},$

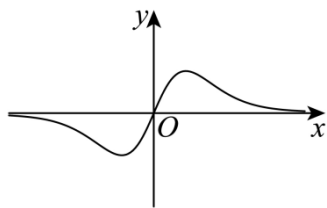
可得函数在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 且此时函数值大于 1;

在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 且此时函数值大于 -1 且小于零,

结合所给的选项, 只有 B 项满足条件,

故选: B.

25. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可能是 ()



A. $f(x) = \frac{-x - \sin x}{e^x + e^{-x}}$

B. $f(x) = \frac{x - \cos x}{e^x + e^{-x}}$

C. $f(x) = \frac{x + \sin x}{e^x + e^{-x}}$

D. $f(x) = \frac{x + \cos x}{e^x + e^{-x}}$

【答案】C

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、求含 $\cos x$ 的函数的奇偶性、根据函数图象选择解析式

【分析】依题意可得 $f(x)$ 为奇函数，即可排除 B、D，由函数在 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 上的函数值的特征排除 A.

【详解】由图可知 $f(x)$ 的图象关于原点对称，则 $f(x)$ 为奇函数，

对于 A： $f(x) = \frac{-x - \sin x}{e^x + e^{-x}}$ 定义域为 $\mathbb{R}$ ，

当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时 $-x - \sin x < 0$ ， $e^x + e^{-x} > 0$ ，所以 $f(x) < 0$ ，不符合题意，故 A 错误；

对于 B： $f(x) = \frac{x - \cos x}{e^x + e^{-x}}$ 定义域为 $\mathbb{R}$ ，

$$f(-x) = \frac{-x - \cos(-x)}{e^{-x} + e^x} = \frac{-x - \cos x}{e^{-x} + e^x} \neq -f(x) \text{ 且 } f(-x) \neq f(x),$$

所以 $f(x) = \frac{x - \cos x}{e^x + e^{-x}}$ 为非奇非偶函数，不符合题意，故 B 错误；

对于 D： $f(x) = \frac{x + \cos x}{e^x + e^{-x}}$ 定义域为 $\mathbb{R}$ ，

$$f(-x) = \frac{-x + \cos(-x)}{e^{-x} + e^x} = \frac{-x + \cos x}{e^{-x} + e^x} \neq -f(x) \text{ 且 } f(-x) \neq f(x),$$

所以 $f(x) = \frac{x + \cos x}{e^x + e^{-x}}$ 为非奇非偶函数，不符合题意，故 D 错误；

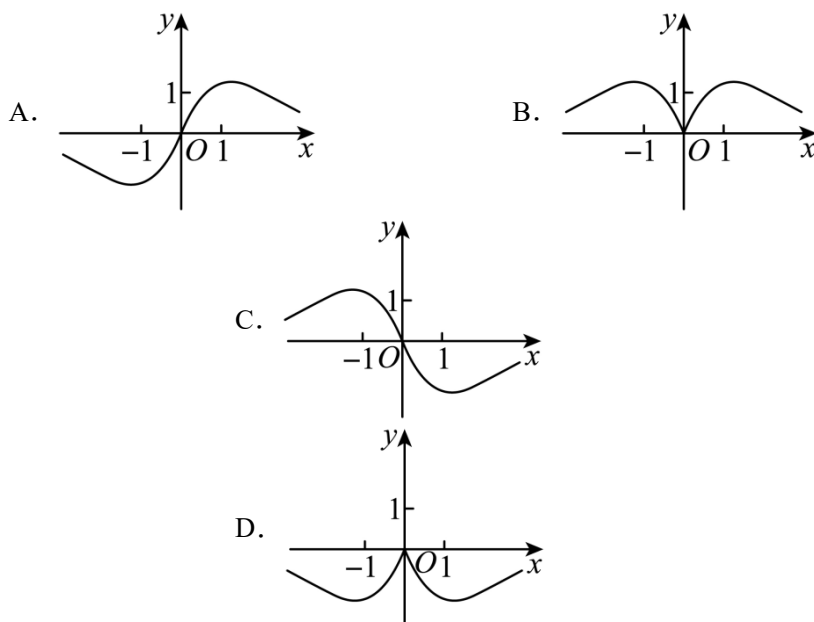
对于 C： $f(x) = \frac{x + \sin x}{e^x + e^{-x}}$ 定义域为 $\mathbb{R}$ ， $f(-x) = \frac{-x + \sin(-x)}{e^{-x} + e^x} = -\frac{x + \sin x}{e^x + e^{-x}} = -f(x)$ ，

所以 $f(x) = \frac{x + \sin x}{e^x + e^{-x}}$ 为奇函数，

且当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时 $x + \sin x > 0$ ， $e^x + e^{-x} > 0$ ，所以 $f(x) > 0$ ，符合题意，故 C 正确；

故选：C

26. 函数 $y = \frac{4x}{e^x + e^{-x}}$ 的图象大致是 ()



【答案】A

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、函数图像的识别

【分析】先判断函数的奇偶性排除 B,D, 再根据 $f(1)$ 排除 C 得解.

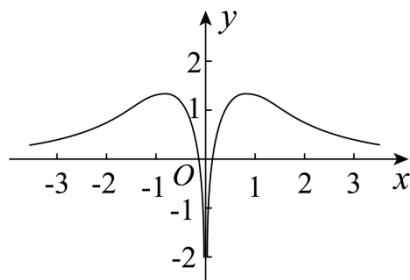
【详解】由题得 $f(-x) = \frac{-4x}{e^{-x} + e^x} = -f(x)$, 所以函数是奇函数, 排除选项 B,D.

由题得 $f(1) = \frac{4}{e + e^{-1}} > 0$, 所以排除选项 C.

故选 A

【点睛】本题主要考查函数图像的识别, 考查函数的奇偶性的判断, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平, 属于基础题.

27. 已知函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()



A. $f(x) = \frac{4 + \ln|x|}{1 + \frac{1}{2}\cos x}$

B. $f(x) = \frac{x^2 \cos x}{e^{|x|}}$

C. $f(x) = \frac{\cos x \cdot \ln|x|}{2 + \sin x}$

D. $f(x) = \frac{2 + \ln|x|}{x^2 + \cos x}$

【答案】D

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、判断对数型函数的图象形状、识别三角函数的图象

(含正、余弦, 正切)、根据函数图象选择解析式

【分析】根据图象得函数 $f(x)$ 定义域为 $\{x|x \neq 0\}$, 图象关于 y 轴对称, 结合选项一一判断即可.

【详解】根据图象得函数 $f(x)$ 定义域为 $\{x|x \neq 0\}$, 图象关于 y 轴对称, 即 $f(x)$ 为偶函数.

对于 A 选项, $f(1) = \frac{4}{1 + \frac{1}{2}\cos 1} > 2$, 排除;

对于 B 选项, 函数定义域为 R , 排除;

对于 C 选项, 函数定义域为 $\{x|x \neq 0\}$, $f(-x) = \frac{\cos(-x) \cdot \ln|-x|}{2 + \sin(-x)} = \frac{\cos x \cdot \ln|x|}{2 - \sin x}$, 故函数为非奇非偶函数, 排除;

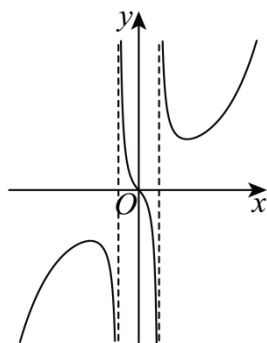
对于 D 选项, 函数 $f(x)$ 符合图象要求.

故选: D

【点睛】思路点睛: 函数图象的辨识可从以下方面入手:

- (1) 从函数的定义域, 从函数的值域判断图象的上下位;
- (2) 从函数的单调性判断;
- (3) 从函数的奇偶性判断;
- (4) 从函数的特征点排除不合要求的选项.

28. 已知函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()



A. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{3 - 4|x|}$

B. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{4|x| - 3}$

C. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{4|x| - 8}$

D. $f(x) = \frac{x}{|x| - 1}$

【答案】B

【知识点】根据解析式直接判断函数的单调性、函数图像的识别、函数奇偶性的定义与判断

【分析】根据题意，由给定的函数的图象，结合函数的单调性与奇偶性性质，结合排除法，即可求解.

【详解】对于 A 中，函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{3 - 4|x|}$ ，当 $x > 1$ 时，可得 $e^x - e^{-x} > 0, 3 - 4x < 0$ ，

所以 $f(x) < 0$ ，不满足图象，所以 A 错误；

对于 C 中，函数 $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{4|x| - 8}$ 的定义域为 $(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$ ，

又由 $f(-x) = \frac{e^{-x} + e^x}{4|-x| - 8} = \frac{e^x + e^{-x}}{4|x| - 8} = f(x)$ ，所以函数 $f(x)$ 为偶函数，

此时函数 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称，所以 C 错误；

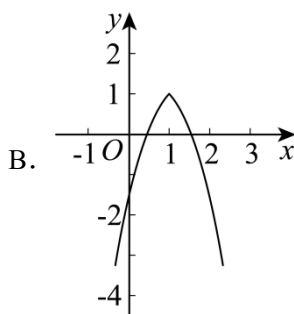
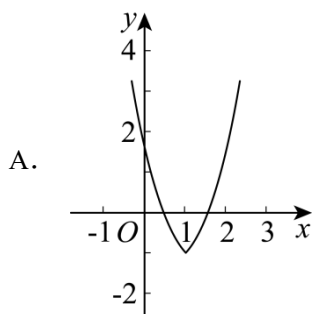
对于 D 中，函数 $f(x) = \frac{x}{|x| - 1}$ ，当 $x > 1$ 时，可得 $f(x) = \frac{x}{|x| - 1} = \frac{x}{x - 1} = 1 + \frac{1}{x - 1}$ ，

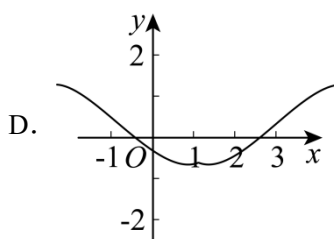
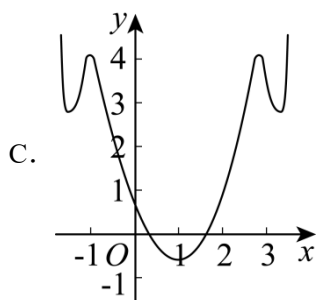
由反比例函数的性质，可得函数 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上为单调递减函数，所以 D 错误，

经检验，选项 B 中函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{3 - 4|x|}$ 满足图中的性质，所以 B 正确.

故选：B.

29. 函数 $f(x) = e^{|x-1|} - 2\cos(x-1)$ 的部分图象可能是 ()





【答案】A

【知识点】用导数判断或证明已知函数的单调性

【解析】排除法，根据 $f(1)$ 和 $f(0)$ 的符号可排除 B, D, 再对函数求导，判断函数在 $(2, +\infty)$ 上的单调性即可得出结论.

【详解】解： $\because f(1) = -1$, $\therefore$ 舍去 B, $\because f(0) = e - 2\cos 1 > 0$, $\therefore$ 舍去 D,

$\because x > 2$ 时, $f(x) = e^{x-2} - 2\cos(x-1)$,

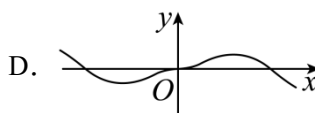
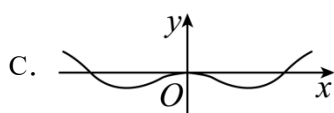
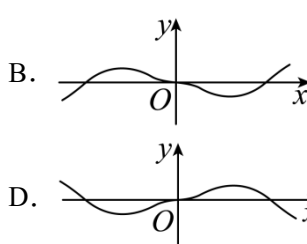
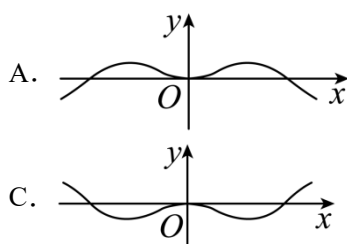
$\therefore f'(x) = e^{x-1} + 2\sin(x-1) \geq e - 2 > 0$,

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 上单调递增,

故选: A.

【点睛】本题主要考查函数图象的识别, 考查利用导数研究函数的单调性, 属于中档题.

30. 函数 $f(x) = \left(\frac{1-e^x}{1+e^x} \right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ 的部分图象大致形状是 ()



【答案】C

【知识点】函数奇偶性的应用、函数图像的识别、诱导公式五、六、正弦函数图象的应用

【分析】根据函数的奇偶性、对称性以及函数值的对应性, 利用排除法即可得出结果.

【详解】因为 $f(x) = \left(\frac{1-e^x}{1+e^x} \right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \left(\frac{1-e^x}{1+e^x} \right) \sin x$ 的定义域为 $\mathbf{R}$. 定义域关于原点对称,

$$f(-x) = \left(\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}} \right) \sin(-x) = - \left(\frac{1-\frac{1}{e^x}}{1+\frac{1}{e^x}} \right) \sin x = \left(\frac{1-e^x}{1+e^x} \right) \sin x = f(x),$$

所以 $f(x)$ 是偶函数，图象关于 y 轴对称，故排除选项 B、D，

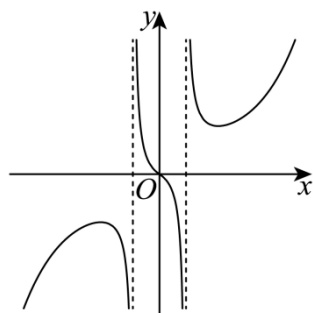
当 $x > 0$ 时，令 $f(x) = 0$ 可得 $x = 0$ 或 $x = k\pi (k \in \mathbf{Z})$ ，

所以 $x > 0$ 时，两个相邻的零点为 $x = 0$ 和 $x = \pi$ ，当 $0 < x < \pi$ 时， $\frac{1-e^x}{1+e^x} < 0$ ， $\sin x > 0$ ，

$$f(x) = \left(\frac{1-e^x}{1+e^x} \right) \sin x < 0, \text{ 故排除选项 A,}$$

故选：C.

31. 已知函数 $f(x)$ 的部分图像如图所示，则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()



A. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{4|x| - 3}$

B. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{3 - 4|x|}$

C. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{4|x| - 3}$

D. $f(x) = \frac{x}{|x| - 1}$

【答案】A

【知识点】常见（一次函数、二次函数、反比例函数等）的函数值域、函数奇偶性的定义与判断、函数图像的识别、比较指数幂的大小

【分析】利用 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上的值排除 B，利用奇偶性排除 C，利用 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上的单调性排除 D，从而得解.

【详解】对于 B，当 $x > 1$ 时， $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{3 - 4x}$ ，易知 $e^x - e^{-x} > 0$ ， $3 - 4x < 0$ ，

则 $f(x) < 0$ ，不满足图象，故 B 错误；

对于 C, $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{4|x| - 3}$, 定义域为 $\left(-\infty, -\frac{3}{4}\right) \cup \left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$,

又 $f(-x) = \frac{e^{-x} + e^x}{4|-x| - 3} = \frac{e^x + e^{-x}}{4|x| - 3} = f(x)$, 则 $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称, 故 C 错误;

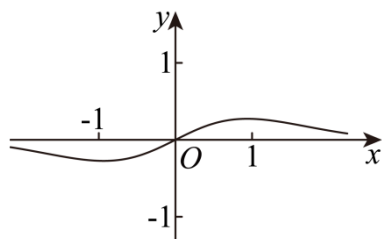
对于 D, 当 $x > 1$ 时, $f(x) = \frac{x}{|x| - 1} = \frac{x}{x - 1} = 1 + \frac{1}{x - 1}$,

由反比例函数的性质可知, $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 故 D 错误;

检验选项 A, $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{4|x| - 3}$ 满足图中性质, 故 A 正确.

故选: A.

32. 已知函数 $y = f(x)$ 的部分图象如下:



则 $f(x)$ 的解析式可能为 ().

A. $f(x) = \sin x + e^x + e^{-x} - 2$

B. $f(x) = \sin x - e^x - e^{-x} + 2$

C. $f(x) = \sin x \cdot (e^x + e^{-x})$

D. $f(x) = \frac{\sin x}{e^x + e^{-x}}$

【答案】D

【知识点】比较正弦值的大小、函数图像的识别、函数奇偶性的定义与判断

【分析】由图可知函数 $f(x)$ 为奇函数, 可以排除 AB 两个选项, 再由特殊点排除错误选项, 从而得到正确选项.

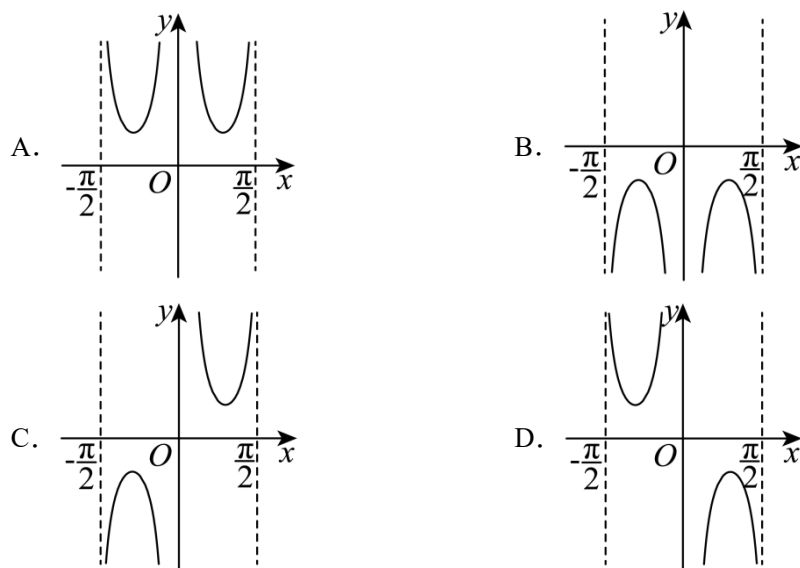
【详解】由图可知函数 $f(x)$ 为奇函数, 排除 AB 两个选项;

C 选项, 因为 $\sin 1 > \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, 所以 $f(1) = \left(e + \frac{1}{e}\right) \sin 1 > \frac{1}{2} \left(e + \frac{1}{e}\right) > 1$, 由图 $f(1) < 1$, 故排除 C 选项;

D 选项, $f(-x) = \frac{\sin(-x)}{e^{-x} + e^x} = \frac{-\sin x}{e^x + e^{-x}} = -f(x)$ 是奇函数, 故 D 正确.

故选: D.

33. 函数 $f(x) = \tan x + \frac{1}{\tan x}$, 则 $y = f(x)$ 的部分图象大致是 ()



【答案】C

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、识别正切型三角函数的图象

【分析】根据奇偶性排除 AB；根据特殊值的函数值排除 D，即可得解.

【详解】函数 $f(x)$ 的定义域为 $\left\{x \mid x \neq \frac{k\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$,

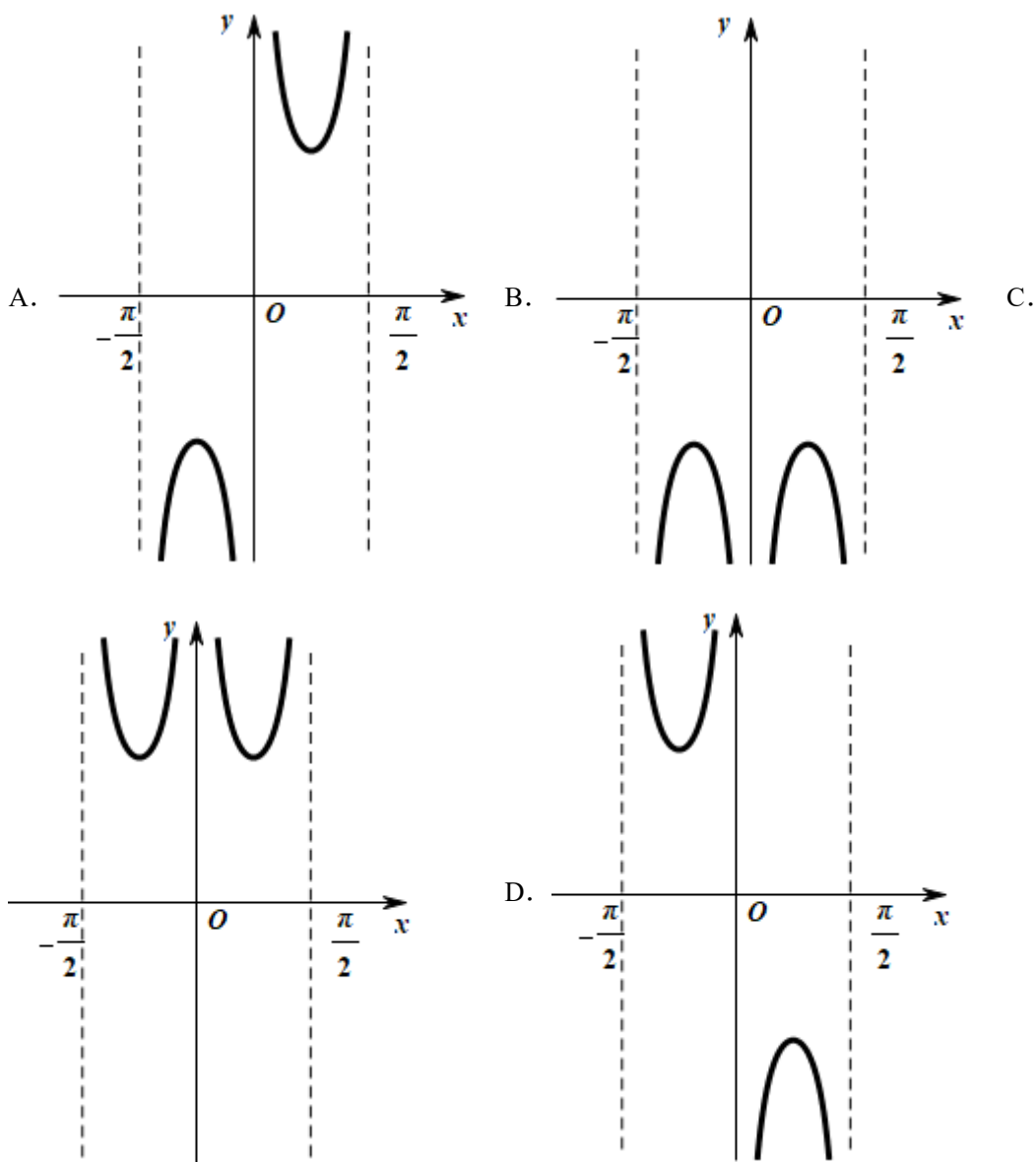
因为 $f(-x) = -\tan x - \frac{1}{\tan x} = -f(x)$,

所以函数 $f(x)$ 为奇函数，故排除 AB；

又因为 $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 > 0$ ，故排除 D.

故选：C.

34. 函数 $f(x) = \tan x + \frac{1}{\tan x}$, $x \in \{x \mid -\frac{\pi}{2} < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < \frac{\pi}{2}\}$ 的图像为 ()



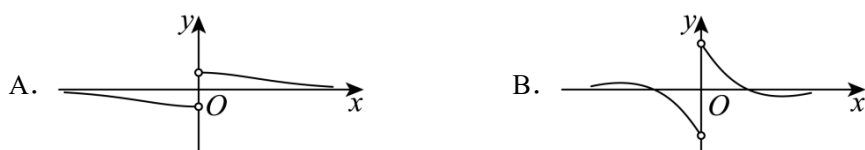
【答案】A

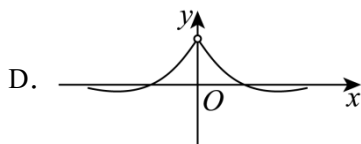
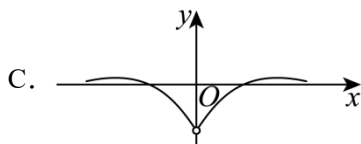
【知识点】函数图像的识别

【分析】略

【详解】先根据函数为奇函数，舍去 B,C
再根据 x 等于 1 时，函数值大于零，舍去 D
故选：A

35. 函数 $f(x) = \frac{|x|}{2^x - 2^{-x}}$ 的图象大致为 ()





【答案】A

【知识点】判断指数型函数的图象形状、函数图像的识别、函数奇偶性的定义与判断

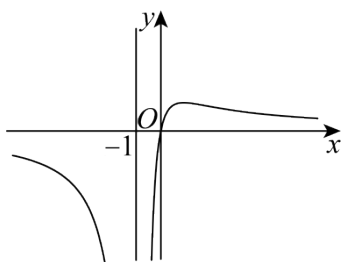
【分析】由奇函数性质以及指数函数单调性即可判断.

【详解】 $f(-x) = \frac{|-x|}{2^{-x} - 2^x} = -f(x)$, 且函数定义域为 $\{x | x \neq 0\}$, 关于原点对称, 所以 $f(x)$ 为奇函数, 排除 CD.

当 $x > 0$ 时, $2^x - 2^{-x} > 0$, 所以 $f(x) > 0$, 排除 B, 经检验 A 选项符合题意.

故选: A.

36. 如图是下列四个函数中某一个的部分图象, 则该函数为 ()



A. $f(x) = \frac{x}{\ln|x+2|}$

B. $f(x) = \frac{x+1}{e^{x+1}-1}$

C. $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$

D. $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$

【答案】D

【知识点】根据函数图象选择解析式、用导数判断或证明已知函数的单调性

【分析】根据定义域排除选项 A, 根据函数图象过原点排除选项 B, 根据函数单调性排除选项 C, 根据定义域和单调性判断 D.

【详解】对于 A, 要使函数 $f(x)$ 有意义, 则 $\begin{cases} |x+2| > 0 \\ \ln|x+2| \neq 0 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ |x+2| \neq 1 \end{cases}$,

所以 $x < -3$ 或 $-3 < x < -2$ 或 $-2 < x < -1$ 或 $x > -1$,

所以函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, -3) \cup (-3, -2) \cup (-2, -1) \cup (-1, +\infty)$, A 不正确;

对于 B, $f(0) = \frac{1}{e-1} \neq 0$, 而已知函数 $f(x)$ 图象过原点, B 不正确;

对于 C, 对于函数 $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$, 则 $f'(x) = \frac{x^3 + 3x^2}{(x+1)^3}$, 当 $x > 0$ 时, $f'(x) > 0$,

则函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 不符合题中图象, C 不正确,

对于 D, 对于函数 $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$, 定义域为 $(-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$, 且 $f(0) = 0$,

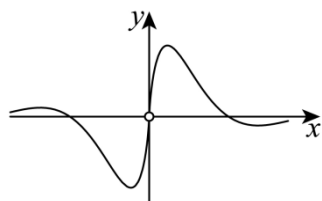
$f'(x) = \frac{1-x}{(x+1)^3}$, 当 $x < -1$ 时, $f'(x) < 0$, 当 $-1 < x < 1$ 时, $f'(x) > 0$,

当 $x > 1$ 时, $f'(x) < 0$, 所以函数 $f(x) = \frac{x}{(x+1)^2}$ 在 $(-\infty, -1)$ 上单调递减,

在 $(-1, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 符合图象, 故 D 正确.

故选: D.

37. 已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示, 则函数 $f(x)$ 的解析式可能为 ()



A. $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$

B. $f(x) = \sin 2x \cdot \ln \frac{x^2 + 1}{x^2}$

C. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{x}$

D. $f(x) = \cos 2x \cdot \ln \frac{x^2 + 1}{x^2}$

【答案】B

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、函数图像的识别

【分析】根据图象得到该函数的定义域、奇偶性、零点等性质, 据此逐项判断即可.

【详解】根据题意, 由函数的图象, $f(x)$ 的定义域为 $\{x | x \neq 0\}$, 其图象关于原点对称, 为奇函数; 在 $(0, +\infty)$ 上, 函数图象与 x 轴存在交点.

由此分析选项:

对于 A, $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$, 其定义域为 $\{x | x \neq 0\}$, 有 $f(-x) = \frac{e^{-x} - e^x}{-x} = \frac{e^x - e^{-x}}{x} = f(x)$,

$f(x)$ 为偶函数, 不符合题意;

对于 B, $f(x) = \sin 2x \cdot \ln \frac{x^2 + 1}{x^2}$, 其定义域为 $\{x | x \neq 0\}$,

有 $f(-x) = \sin(-2x) \cdot \ln \frac{x^2+1}{x^2} = -\sin 2x \cdot \ln \frac{x^2+1}{x^2} = -f(x)$, $f(x)$ 为奇函数, 其图象关于原点对称;

当 $x = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ 时, $\sin 2x = 0, f(x) = 0$, 函数图象与 x 轴存在交点, 符合题意;

对于 C, $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{x}$, 当 $x > 0$ 时, $e^x + e^{-x} > 0, x > 0$, 故 $f(x) > 0$ 恒成立, 所以该函数图象在 $(0, +\infty)$ 上与 x 轴不存在交点, 不符合题意;

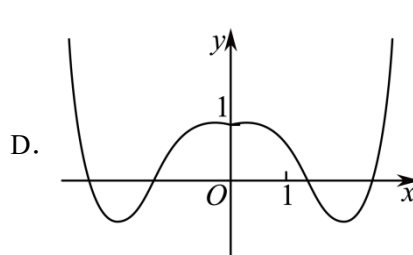
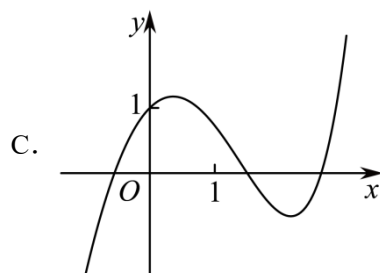
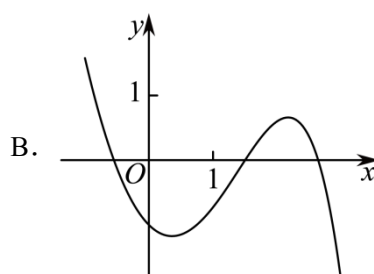
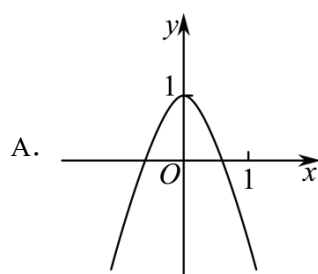
对于 D, $f(x) = \cos 2x \cdot \ln \frac{x^2+1}{x^2}$, 其定义域为 $\{x | x \neq 0\}$,

有 $f(-x) = \cos(-2x) \cdot \ln \frac{x^2+1}{x^2} = \cos 2x \cdot \ln \frac{x^2+1}{x^2} = f(x)$, $f(x)$ 为偶函数, 不符合题意.

综上所述, 只有选项 B 的函数满足,

故选: B.

38. 函数 $f(x) = e^x - 2x^2$ 的图象大致为 ()



【答案】C

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、判断指数型函数的图象形状

【分析】判断函数 $f(x)$ 的奇偶性, 排除 AD, 取特殊点排除 B, 由此可得结论.

【详解】由 $f(x) = e^x - 2x^2$ 可得, $f(1) = e - 2$, $f(-1) = \frac{1}{e} - 2$,

因为 $f(1) \neq f(-1), f(-1) \neq -f(1)$,

所以函数 $f(x)$ 不是奇函数, 也不是偶函数,

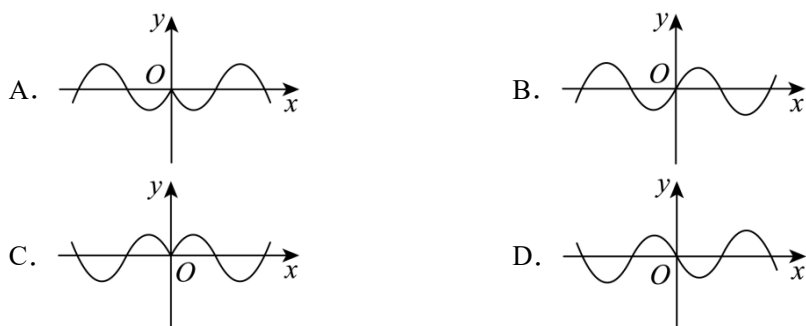
所以函数 $f(x)$ 的图象不关于 y 轴对称，A，D 错误，

又 $f(1) = e - 2 > 0$ ，B 错误；

选项 C 满足以上要求.

故选：C.

39. 函数 $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1} \cdot \sin x$ 的部分图象大致是 ()



【答案】C

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、函数图像的识别、识别正（余）弦型三角函数的图象

【分析】先求奇偶性，排除 BD，再由特殊区间的正负，排除 A.

【详解】 $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1} \cdot \sin x$ 定义域为 $\mathbb{R}$,

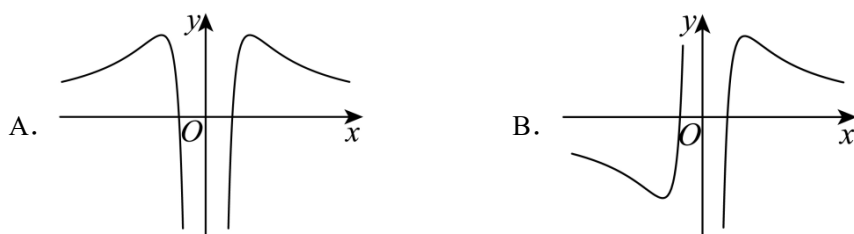
$$\text{且 } f(-x) = \frac{2^{-x} - 1}{2^{-x} + 1} \cdot \sin(-x) = -\frac{1 - 2^x}{1 + 2^x} \cdot \sin x = f(x),$$

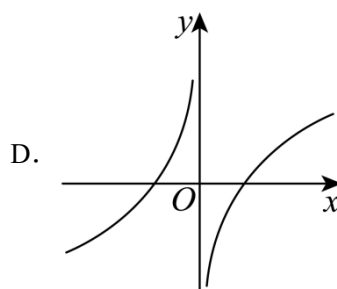
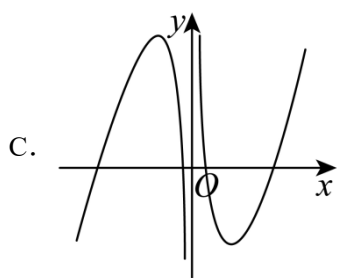
所以 $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1} \cdot \sin x$ 为偶函数，排除 BD；

当 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时， $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1} \cdot \sin x > 0$ ，故排除 A

故选：C

40. 函数 $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^3}$ 的大致图象为 ()





【答案】B

【知识点】函数图像的识别、函数奇偶性的定义与判断

【分析】分析函数 $f(x)$ 的奇偶性，在 $(0, \frac{\sqrt{3}}{3})$, $(3, +\infty)$ 上的函数值情况，由此排除不符合要求的图象即可.

【详解】函数 $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^3}$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$,

而 $f(-x) = \frac{3x^2 - 1}{-x^3} = -\frac{3x^2 - 1}{x^3} = -f(x)$, 即函数 $f(x)$ 是奇函数, A 不满足;

当 $x \in (0, \frac{\sqrt{3}}{3})$ 时, $f(x) < 0$, C 不满足;

当 $x \in (3, +\infty)$ 时, $x^3 > 3x^2 > 3x^2 - 1$, 则 $0 < \frac{3x^2 - 1}{x^3} < 1$, D 不满足, 选项 B 符合题意.

故选: B