

高一上学期第二次月考

一、选择题

(本大题共8题, 每小题3分, 共计24分。)

1. $\sin 240^\circ$ 的值为() .
A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. 若全集 $U = \{x|x^2 - 2x - 8 < 0\}$, 集合 $A = \{x|1 < 3^x < 27\}$, 则 $\complement_U A = ()$.
A. $(0, 3)$ B. $(-2, 0) \cup (3, 4)$ C. $(-2, 0] \cup [3, 4)$ D. $(-2, 1] \cup [2, 4)$
3. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $\lg x < 0$ ”是“ $2^{x-1} < 1$ ”的() .
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 设 $a = 0.5^{0.4}$, $b = \log_{0.5} 0.3$, $c = \log_8 0.4$, 则 a, b, c 的大小关系是() .
A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$
5. 已知扇形的周长为8cm, 圆心角为2, 则扇形的面积为() .
A. 1 B. 2 C. 4 D. 5
6. 已知 $\alpha \in (0, \pi)$, 且 $\cos \alpha = -\frac{15}{17}$, 则 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi + \alpha) = ()$.
A. $-\frac{15}{17}$ B. $\frac{15}{17}$ C. $-\frac{8}{17}$ D. $\frac{8}{17}$
7. 若函数 $f(x) = \log_2(mx^2 - mx + 1)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则实数 m 的取值范围是() .
A. $(0, 4)$ B. $[0, 4)$ C. $(0, 4]$ D. $[0, 4]$
8. 已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1, & x \leq 0 \\ |\log_{2019} x|, & x > 0 \end{cases}$, 若存在三个不同实数 a, b, c 使得 $f(a) = f(b) = f(c)$, 则 abc 的取值范围是() .
A. $(0, 1]$ B. $[-2, 0)$ C. $(-2, 0]$ D. $(0, 1)$

二、填空题

(本大题共5题, 每小题4分, 共计20分。)

1. 若 $x > -3$, 则函数 $f(x) = x + \frac{2}{x+3}$ 的最小值为 _____ .

2. 不等式 $2^{x^2-4x-3} > \left(\frac{1}{2}\right)^{3(x-1)}$ 的解集为 _____ .
3. 已知 $3^x = 4^y = 6$, 则 $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} =$ _____ .
4. 函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的单调递增区间是 _____ .
5. 已知 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - ax - a)$ 在区间 $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ 上是增函数, 则实数 a 的取值范围是 _____ .

三、解答题

(本大题共6题, 共计56分。)

1. 计算 :

(1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} + 81^{\frac{3}{4}} + \left(\frac{2}{3}\right)^0 - (2 - \sqrt{3})^{-1}$.

(2) $e^{\ln 4} + \log_{\sqrt{5}} 25 + \lg 25 + \lg 2 \cdot \lg 50 + (\lg 2)^2$.

2. 已知 $f(\alpha) = \frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) \tan(\pi + \alpha) \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\sin(2\pi - \alpha) \tan(-\alpha - \pi) \sin(-\alpha - \pi)}$.

(1) 化简 $f(\alpha)$.

(2) 若 α 是第三象限角, 且 $\cos(\alpha - \frac{3\pi}{2}) = \frac{1}{5}$, 求 $f(\alpha)$.

3. 已知 x 是三角形的内角, 且 $\tan x = -2$, 求 :

(1) 求 $\sin x$, $\cos x$ 的值 .

(2) $\frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$ 的值 .

(3) $2\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x$ 的值 .

4. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x) = \frac{-2^x + a}{2^x + 1}$ 是奇函数 .
- (1) 求实数 a 的值 .
 - (2) 判断 $f(x)$ 的单调性并用定义证明 .
 - (3) 已知不等式 $f\left(\log_m \frac{3}{4}\right) + f(-1) > 0$ 恒成立 , 求实数 m 的取值范围 .
5. 已知函数 $f(x) = \log_2(4^x + 1) - ax$.
- (1) 若函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 , 求实数 a 的值 .
 - (2) 若 $a = 4$, 求函数 $f(x)$ 的零点 .
6. 已知函数 $f(x) = \log_a(x+1)(0 < a < 1)$, 函数 $g(x)$ 与 $f(x)$ 的图像关于原点对称 .
- (1) 写出 $g(x)$ 的解析式 .
 - (2) 判断 $f(x) - g(x)$ 的奇偶性 , 并说明理由 .
 - (3) 当 $x \in [0, 1)$ 时 , $f(x) + g(x) \leq m$ 恒成立 , 求实数 m 的取值范围 .