

高一上大题练习

1. 已知二次函数 $f(x)$ 的最小值为1, 且 $f(0) = f(2) = 3$.
 - (1) 求 $f(x)$ 的解析式
 - (2) 若 $f(x)$ 在区间 $[3a, a+1]$ 上不单调, 求实数 a 的取值范围.
 - (3) 在区间 $x \in [-1, 1]$ 上, $y = f(x)$ 的图象恒在 $y = 2x + 2m + 1$ 的图象上方, 试确定实数 m 的取值范围.
2. 已知函数 $f(x) = 2 \sin x \cos x - 2\sqrt{3} \cos^2 x + \sqrt{3}$, $x \in \mathbf{R}$.
 - (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期.
 - (2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{24}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上的最大值和最小值.
 - (3) 若关于 x 的不等式 $mf(x) + 3m \geq f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立, 求实数 m 的取值范围.
3. 已知函数 $f(x) = (2 \log_4 x - 2) \left(\log_4 x + \frac{1}{2} \right)$.
 - (1) 当 $x \in [1, 16]$ 时, 求该函数的值域.
 - (2) 求不等式 $f(x) > 2$ 的解集.
 - (3) 若 $f(x) < m \log_4 x$ 对于 $x \in [4, 16]$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

4. 已知函数 $f(x) = a - \frac{1}{2^x + 1}$ ($x \in \mathbf{R}, a \in \mathbf{R}$) 是奇函数 .

(1) 求 a 的值 .

(2) 求证 : 函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 .

(3) 若 $f(2m - t^2 - 1) < f(2 - m + 2t)$ 对任意 $t \in [-2, 0]$ 恒成立 , 求实数 m 的取值范围 .

5. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的增函数 $y = f(x)$ 对任意 $x, y \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x + y) = f(x) + f(y)$.

(1) 求 $f(0)$ 的值 .

(2) 求证 $f(x)$ 为奇函数 .

(3) 若 $f(k \cdot 2^x) + f(4^{x+1} - 8^x - 2^x) > 0$ 对任意 $x \in [-1, 2]$ 恒成立 , 求实数 k 的取值范围 .

6. 求下列各式中参数的取值范围 .

(1) 已知不等式 $mx^2 - 2x + m - 2 < 0$ 对于任意的实数 x 恒成立 , 求 m 的取值范围 .

(2) 已知 $y = mx^2 - mx + m - 6$, 若对于 $1 \leq m \leq 3$, $y < 0$ 恒成立 , 求实数 x 的取值范围 .

7. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 , 且当 $x > 0$ 时 , $f(x) = x^2 - 2x + 2$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式 .

(2) 若 $g(x) = kx - k$, 若对任意的 $x \in (2, 4)$ 都有 $g(x) > f(x)$ 成立 , 求实数 k 的取值范围 .

8. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 18 \geq 0\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x+5}{x-14} \leq 0\right\}$.

(1) 求 $(\complement_U B) \cap A$.

(2) 若集合 $C = \{x | 2a < x < a+1\}$, 且 $B \cap C = C$, 求实数 a 的取值范围 .

9. 设集合 $A = \{x | (x - 2m + 1)(x - m + 2) < 0\}$, $B = \{x | 1 \leq x + 1 \leq 4\}$.

(1) 若 $m = 1$, 求 $A \cap B$.

(2) 若 $A \cap B = A$, 求实数 m 的取值集合 .

10. 设全集为 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 9x + 18 \geq 0\}$, $B = \left\{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \lg(9-x)\right\}$.

(1) 求 $A \cup B$, $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$.

(2) 已知 $C = \{x | a < x < a+1\}$ 若 $C \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围 .

11. 设函数 $f(x) = ax^2 + bx + 4$, $a, b \in \mathbf{R}$.

(1) 若函数 $f(x) < 0$ 的解集是 $\{x | 1 < x < 4\}$, 求不等式 $\frac{x-a}{x-b} \leq 0$ 的解集 .

(2) 若 $b = -2(a+1)$, 当 $a \geq 0$ 时 , 解关于 x 的不等式 $f(x) > 0$.

12. 设函数 $f(x) = ax^2 + (b-2)x + 3$.

(1) 若 $f(1) = 3$, 且 $a > 0$, $b > 0$, 求 $\frac{1}{a} + \frac{4}{b}$ 的最小值 .

(2) 若 $f(1) = 2$, 且 $f(x) > 2$ 在 $(-1, 1)$ 上恒成立 , 求实数 a 的取值范围 .

13. $A = \{x | x^2 - (3a+3)x + 2(3a+1) < 0, x \in \mathbf{R}\}$, 集合 $B = \left\{x \mid \frac{x-2a}{x-(a^2+1)} < 0, x \in \mathbf{R}\right\}$.

(1) 当 $4 \notin B$ 时 , 求实数 a 的取值范围 .

(2) 求使 $B \subseteq A$ 的实数 a 的取值范围 .

14. 已知集合 $A = \{x | x^2 - (3+a)x + 3a \leq 0\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x-2}{x-1} < 0\right\}$.

(1) 若 $a = 1$, 求 $A \cap (\mathbb{C}_{\mathbf{R}} B)$.

(2) 已知命题 $p: x \in A$, 命题 $q: x \in B$, 若命题 p 的充分不必要条件是命题 q , 求实数 a 的取值范围 .

(3) 求不等式 $x^2 - (3+a)x + 3a \leq 0$ 的解集 .

15. 已知不等式 $\log_2(ax^2 - 3x + 6) > 2$ 的解集是 $\{x|x < 1 \text{ 或 } x > b\}$.

(1) 求 a, b 的值.

(2) 解不等式 $\frac{c-x}{ax+b} > 0$.

16. 已知函数 $f(x) = 2^x - \frac{m-1}{2^x} (m \in \mathbf{R})$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数.

(1) 求 m 的值.

(2) 根据函数单调性的定义证明 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

(3) 若对 $\forall x \in [-1, 1]$, 不等式 $f(3x^2 + 1) + f(kx - x^2) \geq 0$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

17. 设函数 $f(x) = kx^2 - kx - 1$.

(1) 若对于一切实数, $f(x) < 0$ 恒成立, 求 k 的取值范围.

(2) 对于 $x \in [1, 3]$, $f(x) < -k + 5$ 恒成立, 求 k 的取值范围.

18. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2 + 2$.

(1) 若 $a = 1$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right]$ 的最小值.

(3) 关于 x 的方程 $f(x) = 2a^2$ 有解, 求实数 a 的取值范围.

19. 已知函数 $f(x) = x \cos x + \sin x$.

(1) 证明 : $f(x)$ 为奇函数 .

(2) 直线 $x = a$ 和直线 $x = a + \pi$ 分别与 $y = f(x)$ 的图象交于点 M, N , 记线段 MN 中点 P 的坐标为 (x_0, y_0) , 求证 : $y_0 = -\frac{\pi}{2} \sin x_0$.

(3) 记 m, n 为 $f(x) = 0$ 的两个相邻的零点 , 求证 : $|m - n| < \pi$.

20. 已知函数 $f(x) = \ln(x + a)$ ($a \in \mathbf{R}$) 的图象过点 $(1, 0)$, $g(x) = x^2 - 2e^{f(x)}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式 .

(2) 若函数 $y = f(x) + \ln(2x - k)$ 在区间 $(1, 2)$ 上有零点 , 求整数 k 的值 .

(3) 设 $m > 0$, 若对于任意 $x \in \left[\frac{1}{m}, m \right]$, 都有 $g(x) < -\ln(m - 1)$, 求 m 的取值范围 .