

选填练习

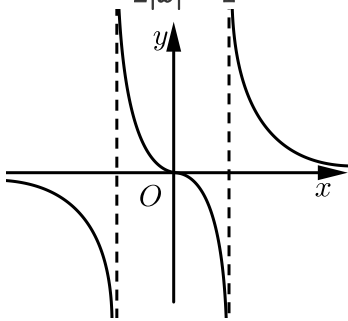
一、标题

1. 已知全集 $U = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, 集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 1, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) = (\quad)$.
- A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{-2, -1, 3\}$ D. $\{-2, -1, 0, 3\}$

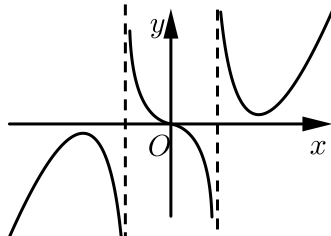
2. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 则 “ $-1 < a < 0$ ” 是 “ $ax^2 + 2ax - 1 < 0$ 对 $\forall x \in \mathbf{R}$ 恒成立” 的 ().
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
- C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2|x| - 1}$ 的图象大致是 ().

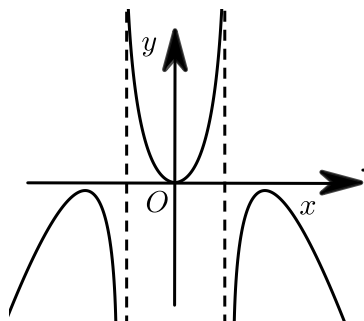
A.



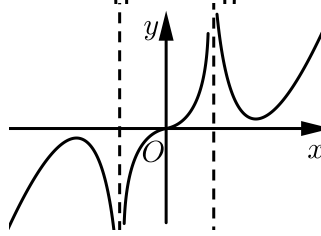
C.



B.



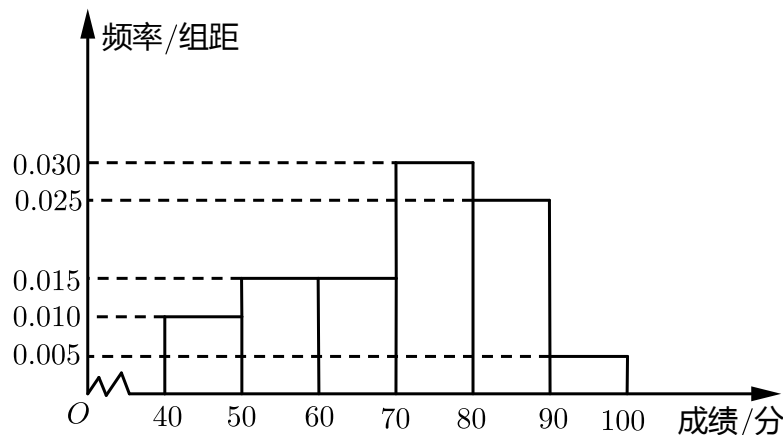
D.



4. 张衡是中国东汉时期伟大的天文学家、数学家, 他曾经得出圆周率的平方等于10, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧棱垂直于底面, 且 $AB = BC = \sqrt{2}$, $AB \perp BC$, $AA_1 = 2$. 若该三棱柱的所有顶点都在同一球面上, 利用张衡的结论可得该球的表面积为 ().

A. 8 B. $8\sqrt{10}$ C. 12 D. $12\sqrt{10}$

5. 某社区组织 “学习强国” 的知识竞赛, 从参加竞赛的市民中抽出40人, 将其成绩分成以下6组: 第1组 $[40, 50)$, 第2组 $[50, 60)$, 第3组 $[60, 70)$, 第4组 $[70, 80)$, 第5组 $[80, 90)$, 第6组 $[90, 100]$, 得到如图所示的频率分布直方图, 现采用分层抽样的方法, 从第2, 3, 4组中按分层抽样抽取8人, 则第2, 3, 4组抽取的人数依次为 ().



- A. 1, 3, 4 B. 2, 3, 3 C. 2, 2, 4 D. 1, 1, 6

6. 若双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线被圆 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 所截得的弦长为 $2\sqrt{3}$, 则双曲线 C 的离心率为 ().

- A. 2 B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

7. 已知函数 $y = f(x-2)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称, 在 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x)$ 单调递增. 若 $a = f(4^{\ln 3})$, $b = f(2^{-e})$, $c = f\left(\ln \frac{1}{\pi}\right)$ (其中 e 为自然对数的底数, π 为圆周率), 则 a, b, c 的大小关系为 ().

- A. $a > c > b$ B. $a > b > c$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

8. 关于函数 $f(x) = \cos 2x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x$, 有下列命题:

- ① $f(x)$ 的最小正周期为 π ;
 ② 函数 $f(x)$ 的图象关于 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称;
 ③ $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增;
 ④ 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位长度后所得到的图象与函数 $y = 2 \sin 2x$ 的图象重合.

其中正确的命题是 ().

- A. ①②③ B. ②④ C. ①③ D. ①②④

9. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 2$, $AD = 1$, $\angle DAB = \frac{\pi}{3}$, 点 F 是线段 AB 上的一点, M 为直线 BC 上的动点, 若 $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{AF} = \lambda \overrightarrow{AB}$, 且 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DF} = -1$, 则 $\overrightarrow{MF} \cdot \overrightarrow{DM}$ 的最大值为 ().

- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{63}{64}$ C. -1 D. $-\frac{23}{64}$

10. 若复数 z 满足: $z(1+i) = |1+\sqrt{3}i|$, 则复数 z 的虚部是 _____.

11. 二项式 $\left(3\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^5$ 中, 则其展开式中 x 的系数是 _____.

12. 抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F ，其准线过 $(-2, 2)$ ，过焦点 F 倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线交抛物线于 A, B 两点，则 $p = \underline{\hspace{2cm}}$ ；弦 AB 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 为了贯彻落实党中央对新冠肺炎疫情防控工作的部署和要求，坚决防范疫情向校园蔓延、切实保障广大师生身体健康和生命的安全，教育主管部门决定通过电视频道、网络平台等多种方式实施线上教育教学工作。为了了解学生和家長对网课授课方式的满意度，从经济不发达的 A 城市和经济发达的 B 城市分别随机调查了 20 个用户，得到了一个用户满意度评分的样本，并绘制出茎叶图如下：

A城市						B城市				
				8 6	4					
			6 4	3 1	5		3			
		5 5	4 2		6		2 4 6			
	9 6	4 3	3		7		3 4 6 6 8 8			
		3 2	1		8		1 2 5 6 8 9			
		3 1			9		2 5 5 7			

若评分不低于 80 分，则认为该用户对此授课方式“认可”，否则认为该用户对此授课方式“不认可”。以该样本中 A, B 城市的用户对此授课方式“认可”的频率分别作为 A, B 城市用户对此授课方式“认可”的概率。

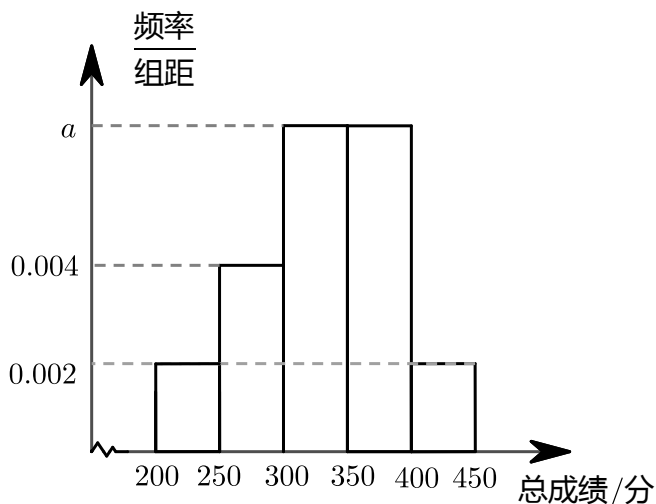
现从 A 城市和 B 城市的所有用户中分别随机抽取 2 个用户，用 X 表示这 4 个用户中对此授课方式“认可”的用户个数，则 $P(X = 3) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；用 Y 表示这从 A 城市随机抽取 2 个用户中对此授课方式“认可”的用户个数，则 Y 的数学期望为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 若对任意 $a, b, c \in (0, +\infty)$ ，存在实数 m ，使得不等式 $\frac{a^2 + \frac{1}{2}b^2 + c^2}{ab + bc} < \frac{3}{2}m + m^2$ 成立，则实数 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x+1}, & x \leq 1 \\ -x^2 + 3x - 2, & x > 1 \end{cases}$ ，若函数 $g(x) = f(x) - k|x + 2|$ 有三个零点，则实数 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、标题

- 已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x|x > 0\}$ ， $B = \{x|x \geq 1\}$ ，则 $A \cap (\complement_U B) = ()$.
 A. $\{x|0 < x < 1\}$ B. $\{x|0 < x \leq 1\}$ C. $\{x|x < 0\}$ D. $\{x|x > 1\}$
- 下列函数中，在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是 $()$.
 A. $y = x^{\frac{1}{2}}$ B. $y = 2^x$ C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ D. $y = -\frac{1}{x}$
- 已知 $a = \ln \pi$ ， $b = \log_{\frac{1}{2}} 5$ ， $c = e^{-\frac{1}{2}}$ ，则 $()$.
 A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $a > c > b$
- 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则 “ $|x - 1| < 2$ ” 是 “ $x^2 < x$ ” 的 $()$.
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 某地区教育主管部门为了对该地区模拟考试成进行分析，随机抽取了200分到450分之间的2000名学生的成绩，并根据这2000名学生的成绩画出样本的频率分布直方图，如图所示，则成绩在 $[250, 350]$ 内的学生人数为 $()$.



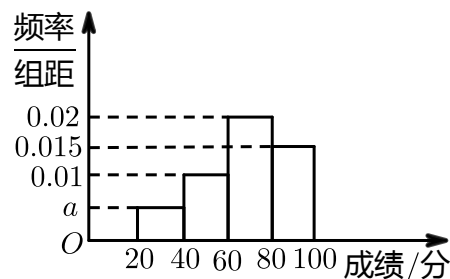
- A. 800 B. 1000 C. 1200 D. 1600
- 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x - \cos \omega x (\omega > 0)$ ， $y = f(x)$ 的图像与直线 $y = 2$ 的两个相邻交点的距离等于 π ，则 $f(x)$ 的一条对称轴是 $()$.
 A. $x = -\frac{\pi}{12}$ B. $x = \frac{\pi}{12}$ C. $x = -\frac{\pi}{3}$ D. $x = \frac{\pi}{3}$
- 设 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点， O 为坐标原点，以 OF 为直径的圆与圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 交于 P, Q 两点，若 $|PQ| = |OF|$ ，则 C 的离心率为 $()$.
 A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$ ，且 $a_{n+1} = 4a_n + 3(n \in \mathbf{N}^*)$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为() .
- A. $2^{2n-1} + 1$ B. $2^{2n-1} - 1$ C. $2^{2n} + 1$ D. $2^{2n} - 1$
9. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ ，函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(a+1)x^2 + ax, & x \geq 0 \end{cases}$ ，若函数 $y = f(x) - ax - b$ 恰有三个零点，则() .
- A. $a < -1, b < 0$ B. $a < -1, b > 0$ C. $a > -1, b < 0$ D. $a > -1, b > 0$
10. 已知复数 $z = (a + 2i)(1 + i)$ ，其中 i 为虚数单位，若复数 z 为纯虚数，则实数 a 的值是 _____ .
11. 在 $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^8$ 的展开式中， x 的系数等于 _____ .
12. 一个袋中装着标有数字1, 2, 3, 4, 5的小球各2个，从中任意摸取3个小球，每个小球被取出的可能性都相等，则取出的3个小球中数字最大的为4的概率是 _____ .
13. 曲线 $y = (x^2 + 1)e^x$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 _____ .
14. 已知 $x > 0, y > 0, x + 3y = 5xy$ ，则 $x + 2y$ 的最小值是 _____ .
15. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$ ，且已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为 60° ， $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = 0$ ，则 $|\vec{c}|$ 的最小值是 _____ .

三、标题

1. 已知函数 $f(x) = 2^x + 5x$. 若 $a = f\left(\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}\right)$, $b = f(\log_3 \sqrt{5})$, $c = f(6^{0.2})$, 则 a 、 b 、 c 的大小关系为 ().
- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$
2. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的最小正周期为 π , 其图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称. 给出下面四个结论:
- ① 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的函数图象关于原点对称,
- ② 点 $\left(\frac{5\pi}{12}, 0\right)$ 为 $f(x)$ 图象的一个对称中心;
- ③ $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$;
- ④ $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增. 其中正确的结论为 ().
- A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ①④
3. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的两条渐近线与圆 $x^2 + y^2 = 10$ 相交于 A, B, C, D 四点, 若四边形 $ABCD$ 的面积为 12, 则双曲线的离心率是 ().
- A. $\frac{\sqrt{10}}{3}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\sqrt{10}$ 或 $\frac{\sqrt{10}}{3}$ D. $2\sqrt{10}$
4. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 若 $a - 2i = \frac{b+i}{i}$ (i 是虚数单位), 则复数 $a + bi$ 是 ().
- A. $1 - 2i$ B. $1 + 2i$ C. $2 - i$ D. $2 + i$
5. 设 $\theta \in \mathbf{R}$, 则 $\left|\theta - \frac{\pi}{2}\right| < \frac{\pi}{2}$ 是 $\sin \theta > 0$ 的 ().
- A. 充分不必要条件 B. 充要条件
- C. 必要不充分条件 D. 既不充分又不必要条件
6. 已知函数 $f(x) = \ln x + x^2 - ax$, 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $y = 2x$ 平行, 则实数 $a =$ ().
- A. $\frac{7}{2}$ B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. 1
7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$, 以边 BC 所在的直线为轴, 将 $\triangle ABC$ 旋转一周, 所成的曲面围成的几何体的体积为 ().
- A. 36π B. 12π C. 36 D. 12
8. 为普及环保知识, 增强环保意识, 某中学随机抽取部分学生参加环保知识测试, 这些学生的成绩 (分) 的频率分布直方图如图所示, 数据 (分数) 的分组依次为 $[20, 40)$, $[40, 60)$, $[60, 80)$,

[80, 100] . 若分数在区间[20, 40)的频数为5 , 则大于等于60分的人数为 () .



A. 15

B. 20

C. 35

D. 45

9. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle BAD = 60^\circ$, $AB = 8$, $CD = 4$. 若 M 为线段 BC 的中点, E 为线段 CD 上一点, 且 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AE} = 27$, 则 $\overrightarrow{DM} \cdot \overrightarrow{DE} = ()$.

A. 15

B. 10

C. $\frac{20}{3}$

D. 5

10. 已知集合 $A = \{2, 2^m\}$, $B = \{m, n\}$ ($m, n \in \mathbf{R}$), 且 $A \cap B = \left\{\frac{1}{4}\right\}$, 则 $A \cup B =$ _____ .

11. 在 $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - 2x^2\right)^5$ 的展开式中, x^5 项的系数为 _____ (用数字作答) .

12. 设 $a > 0$, $b > 0$, 若 a 与 b^2 的等差中项是2, 则 $\log_2 a + 2\log_2 b$ 的最大值是 _____ .

13. 已知圆 $C: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 16$, 过点 $P(-2, 3)$ 的直线 l 与 C 相交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 2\sqrt{11}$, 则 l 的方程为 _____ .

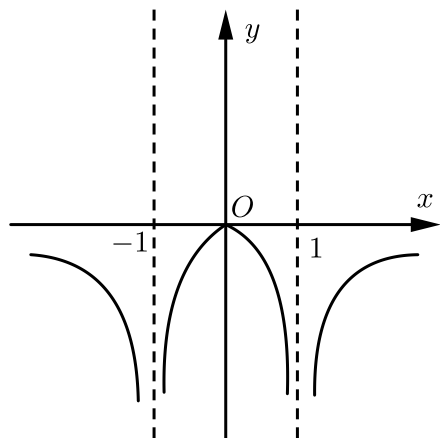
14. 天津市某学校组织教师进行“学习强国”知识竞赛, 规则为: 每位参赛教师都要回答3个问题, 且对这三个问题回答正确与否相互之间互不影响, 若每答对1个问题, 得1分; 答错, 得0分, 最后按照得分多少排出名次, 并分一、二、三等奖分别给予奖励. 已知对给出的3个问题, 教师甲答对的概率分别为 $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, p . 若教师甲恰好答对3个问题的概率是 $\frac{1}{4}$, 则 $p =$ _____ ; 在前述条件下, 设随机变量 X 表示教师甲答对题目的个数, 则 X 的数学期望为 _____ .

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x \leq 0 \\ 2\sqrt{x}, & x > 0 \end{cases}$, 若存在 $x \in \mathbf{R}$ 使得关于 x 的不等式 $f(x) \leq ax - 1$ 或立, 则实数 a 的取值范围是 _____ .

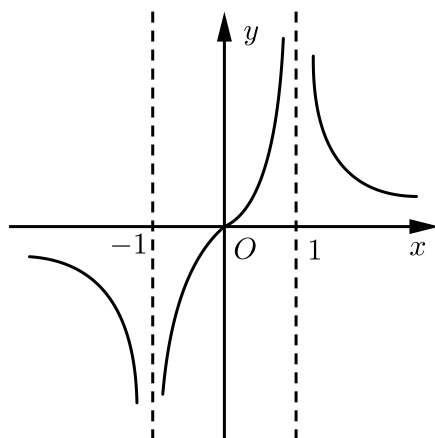
四、标题

- 已知 $\mathbf{R}$ 为实数集, $A = \{x|x^2 - 1 \leq 0\}$, $B = \left\{x \left| \frac{1}{x} \geq 1 \right.\right\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = ()$.
 A. $\{x|-1 < x \leq 0\}$
 B. $\{x|0 < x \leq 1\}$
 C. $\{x|-1 \leq x \leq 0\}$
 D. $\{x|-1 \leq x \leq 0 \text{ 或 } x = 1\}$
- 已知命题 $p: \exists x_0 > 2, x_0^3 - 8 > 0$, 那么 $\neg p$ 为().
 A. $\exists x_0 > 2, x_0^3 - 8 \leq 0$
 B. $\forall x > 2, x^3 - 8 \leq 0$
 C. $\exists x_0 \leq 2, x_0^3 - 8 \leq 0$
 D. $\forall x \leq 2, x^3 - 8 \leq 0$
- 在 $\left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的二项展开式中, x^2 的项的系数是().
 A. 28
 B. 70
 C. -70
 D. -28
- 设 $a = \log_2 3$, $b = \log_4 6$, $c = 5^{-0.1}$, 则().
 A. $a > b > c$
 B. $b > a > c$
 C. $c > a > b$
 D. $c > b > a$
- 函数 $f(x) = \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right|$ 的大致图象为().

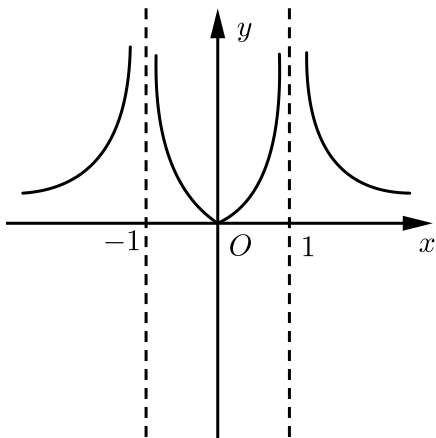
A.



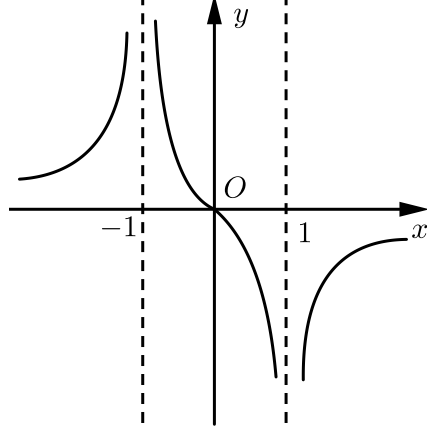
B.



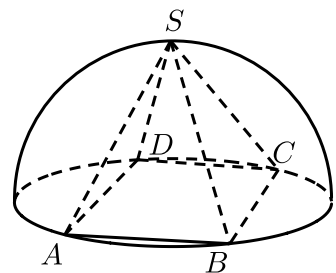
C.



D.



6. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\cos A < \cos B$ ” 是 “ $\sin A > \sin B$ ” 的 () .
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 是 C 的右支上一点, 连接 PF_1 与 y 轴交于点 M , 若 $|F_1O| = 2|OM|$ (O 为坐标原点), $PF_1 \perp PF_2$, 则双曲线 C 的渐近线方程为 () .
- A. $y = \pm 3x$ B. $y = \pm 2x$ C. $y = \pm \sqrt{3}x$ D. $y = \pm \sqrt{2}x$
8. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos \omega x (\omega > 0)$ 在 $[0, \pi]$ 上的值域为 $\left[\frac{3}{2}, \sqrt{3}\right]$, 则实数 ω 的取值范围为 () .
- A. $\left[\frac{1}{6}, +\infty\right)$ B. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$ C. $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{3}\right]$ D. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$
9. 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = 2$, $AD = 5$, $BC = 3$, $\angle A = 60^\circ$, 点 E 在线段 CB 的延长线上, 且 $AE = BE$. 点 M 在边 CD 所在直线上, 则 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{ME}$ 的最大值为 () .
- A. $-\frac{71}{4}$ B. -24 C. $-\frac{51}{4}$ D. -30
10. 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$, 则 $|z| =$ _____ .
11. 有10件产品, 其中3件是次品, 从中任取两件, 若 X 表示取得次品的个数, 则 $P(X < 2) =$ _____ ; 随机变量 X 的数学期望 $EX =$ _____ .
12. 如图, 半球内有一内接正四棱锥 $S-ABCD$, 该四棱锥的体积为 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$, 则该半球的体积为 _____ .



13. 过点 $M(2, 2)$ 的直线 l 与圆 $x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$ 相交于 A, B 两点, 则 $|AB|$ 的最小值为 _____ ; 此时直线 l 的方程为 _____ .
14. 已知 a, b 均为正数, 且 $a + b = 1$, 则 $\frac{a^2 + 1}{2ab} - 1$ 的最小值为 _____ .
15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + \frac{a}{x} + 1, & x < 0 \\ 2\ln x - 6x, & x > 0 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f(x) + f(-x) = 0$ 恰有四个不同的解, 则实数 a 的取值范围是 _____ .



五、标题

- 已知集合 $U = \{-1, 1, 3, 5, 7, 9\}$, $A = \{1, 5\}$, $B = \{-1, 5, 7\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) = ()$.
 A. $\{3, 9\}$ B. $\{1, 5, 7\}$ C. $\{-1, 1, 3, 9\}$ D. $\{-1, 1, 3, 7, 9\}$
- 设 $x \in \mathbf{R}$, 则 “ $x^2 - 3x < 0$ ” 是 “ $|x - 1| < 2$ ” 的 ().
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知圆 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + a = 0$ 截直线 $x + y + 2 = 0$ 所得弦的长度为 4, 则 $a = ()$.
 A. -2 B. -4 C. -6 D. -8
- 某中学共有高中学生 2000 名, 各年级男、女生人数如下表. 已知在全体高中学生中随机抽取 1 名学生, 抽到高二年级女生的概率是 0.19. 现用分层抽样的方法在全体高中学生抽取 64 名学生, 则应在高三年级抽取的女学生人数为:

	一年级	二年级	三年级
女生	373	x	y
男生	377	370	250

 A. 24 B. 16 C. 12 D. 8
- 设 l, m 是不同的直线, α, β, γ 是不同的平面, 则下列结论正确的是 ().
 A. 若 $l // \alpha, m // \alpha$, 则 $l // m$ 或 l 与 m 相交. B. 若 $l // \alpha, \alpha \perp \beta$, 则 $l \perp \beta$ 或 $l \subset \beta$
 C. 若 $l \perp \gamma, \alpha \perp \gamma$, 则 $l // \alpha$ 或 $l \subset \alpha$ D. 若 $l \perp m, m \perp \alpha$, 则 $l \perp \alpha$ 或 $l // \alpha$
- 设函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 0 \\ -x^2-1, & x < 0 \end{cases}$, $a = f(0.7^{-0.5})$, $b = f(\log_{0.5} 0.7)$, $c = f(\log_{0.7} 5)$, 则 a, b, c 的大小关系是 ().
 A. $b > c > a$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $a > b > c$
- 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{27} - \frac{y^2}{9} = 1$, O 为坐标原点, F 为 C 的右焦点, 过 F 的直线与 C 的两条渐近线的交点分别为 P, Q , 若 $\triangle POQ$ 为直角三角形, 则 $|PQ| = ()$.
 A. 2 B. 3 C. 6 D. 9
- 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi) + 2 \cos^2\left(\frac{\omega x}{2} + \frac{\varphi}{2}\right)$ (其中 $\omega > 0, \varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$), 当 $f'(x_1) = f'(x_2) = 0$ 时, $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{2}$, $f(x) = f\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, 将 $f(x)$ 的图象上所有的点向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 所得图象对应的函数为 $g(x)$, 则 $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = ()$.
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$ B. $\sqrt{3} + 1$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2

9. 已知实数 $a > 0$, 函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} + \frac{a}{2}, & x < 0 \\ e^{x-1} + \frac{a}{2}x^2 - (a+1)x + \frac{a}{2}, & x \geq 0 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f[-f(x)] = e^{-a} + \frac{a}{2}$ 有三个不等的实根, 则实数 a 的取值范围是 () .
- A. $\left(1, 2 + \frac{2}{e}\right)$ B. $\left(2, 2 + \frac{2}{e}\right)$ C. $\left(1, 1 + \frac{1}{e}\right)$ D. $\left(2, 2 + \frac{1}{e}\right)$
10. 设 i 是虚数单位, $a + i = (1 + 2i)bi$ ($a, b \in \mathbf{R}$) , 则 $b - a =$ _____ .
11. $\left(2x^3 - \frac{1}{2x}\right)^8$ 的展开式中的常数项为 _____ .
12. 已知棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的侧棱 AA_1 垂直于底面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 为正方形, $AA_1 = 2AB$, 且棱柱的表面积为 20 , 则以四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心为顶点, 以四边形 $ABCD$ 的内切圆面为底面的圆锥的体积为 _____ .
13. 设函数 $f(x) = x^3 - \frac{1}{x}$, 则 $f(x)$ 在动点 $P(x_0, f(x_0))$ 处的切线斜率的最小值为 _____ .
14. 已知一个袋子中装有 1 个黑球、2 个白球、3 个红球, 假设每一个球被摸到的可能性是相等的, 若从袋子中摸出 3 个球, 则摸出白球比黑球多一个的概率为 _____ ; 记摸到的白球的个数为 X , 则随机变量 X 的数学期望是 _____ .
15. 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 6$, $AD = 2$, $CD = 3$, E 为 AD 的中点, $\vec{BE} \cdot \vec{AC} = -19$, 则 $\cos \angle BAD =$ _____ , 设点 P 为线段 CD 上的动点, 则 $\vec{AP} \cdot \vec{BP}$ 的最小值为 _____ .

六、标题

1. 已知集合 $A = \{-2, 0, 2\}$, $B = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$, 则 $A \cap B = ()$.
A. $\emptyset$ B. $\{2\}$ C. $\{0\}$ D. $\{-2\}$
2. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 " $a > b$ " 是 " $a^2 > b^2$ " 的 $()$.
A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 曲线 $y = xe^{x-1}$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线的斜率等于 $()$.
A. $2e$ B. e C. 2 D. 1
4. 已知 $a = 2^{-\frac{1}{3}}$, $b = \log_2 \frac{1}{3}$, $c = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$, 则 $()$.
A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$
5. 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 3x$ 的焦点, 过 F 且倾斜角为 30° 的直线交 C 于 A, B 两点, 则 $|AB| = ()$.
A. $\frac{\sqrt{30}}{3}$ B. 6 C. 12 D. $7\sqrt{3}$
6. 某市生产总值连续两年持续增加, 第一年的增长率为 p , 第二年的增长率为 q , 则该市这两年生产总
值的年平均增长率为 $()$.
A. $\frac{p+q}{2}$ B. $\frac{(p+1)(q+1)}{2}$ C. pq D. $\sqrt{(p+1)(q+1)} - 1$
7. 有 6 名男医生、5 名女医生, 从中选出 2 名男医生、1 名女医生组成一个医疗小组, 则不同的选法共
有 _____ 种 (用数字作答).
8. 若 $\log_4(3a + 4b) = \log_2 \sqrt{ab}$, 则 $a + b$ 的最小值是 $()$.
A. $6 + 2\sqrt{3}$ B. $7 + 2\sqrt{3}$ C. $6 + 4\sqrt{3}$ D. $7 + 4\sqrt{3}$
9. 已知函数 $f(x) = |x - 2| + 1$, $g(x) = kx$. 若方程 $f(x) = g(x)$ 有两个不相等的实根, 则实数 k 的取
值范围是 $()$.
A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $(2, +\infty)$
10. i 是虚数单位, 复数 $\frac{1+3i}{1-i} =$ _____.
11. $(x-2)^6$ 的展开式中 x^3 的系数为 _____ . (用数字作答)
12. 正四棱锥的顶点都在同一球面上. 若该棱锥的高为 4, 底面边长为 2, 则该球的表面积为 _____.
- 13.

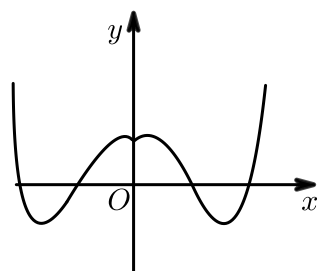
已知直线 $ax + y - 2 = 0$ 与圆心为 C 的圆 $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 4$ 相交于 A, B 两点, 且 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 则实数 $a =$ _____.

14. 若将函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向右平移 φ 个单位, 所得图象关于 y 轴对称, 则 φ 的最小正值是_____.

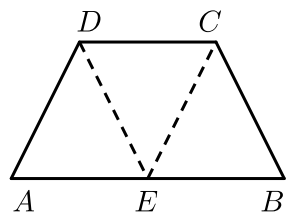
15. 已知向量 $\vec{AB}$ 与 $\vec{AC}$ 的夹角为 120° , 且 $|\vec{AB}| = 3$, $|\vec{AC}| = 2$, 若 $\vec{AP} = \lambda\vec{AB} + \vec{AC}$, 且 $\vec{AP} \perp \vec{BC}$, 则实数 λ 的值为_____.

七、标题

1. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, 则集合 $\complement_U(A \cup B) = ($) .
 A. $\{5\}$ B. $\{1, 5\}$ C. $\{2, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 6\}$
2. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 则 “ $a > 2$ ” 是 “ $a^2 > 4$ ” 的()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知直线 $l: x + ay = 2$ 与圆 $C: x^2 + y^2 = 4$ 相交于 M, N 两点, 若 $|MN| = 2\sqrt{3}$, 则直线 l 的斜率为 () .
 A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$
4. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距为 4, $A(2, 3)$ 为 C 上一点, 则 C 的渐近线方程为 () .
 A. $y = \pm \frac{1}{2}x$ B. $y = \pm x$ C. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ D. $y = \pm \sqrt{3}x$
5. 已知某函数的大致图象如图所示, 则该图象所对应的函数可能是 () .



- A. $y = \frac{x}{2^{|x|}}$ B. $y = 2^{|x|} - 2$ C. $y = e^{|x|} - |x|$ D. $y = 2^{|x|} - x^2$
6. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 单调递增, 设 $a = f\left(\frac{3}{2}\right)$, $b = f(\log_3 7)$, $c = f(-0.8^3)$, 则 a, b, c 的大小关系为 () .
 A. $b < a < c$ B. $c < b < a$ C. $c < a < b$ D. $a < c < b$
7. 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = 2DC = 2AD = 2$, $\angle DAB = 60^\circ$, E 为 AB 的中点, 将 $\triangle ADE$ 与 $\triangle BEC$ 分别沿 ED 、 EC 向上折起, 使 A, B 重合为点 F , 则三棱锥 $F - DCE$ 的外接球的体积是 () .



- A. $\frac{\sqrt{6}}{8}\pi$ B. $\frac{\sqrt{6}}{4}\pi$ C. $\frac{3}{2}\pi$ D. $\frac{2}{3}\pi$

8. 将函数 $f(x) = \cos \frac{\omega x}{2} \left(2 \sin \frac{\omega x}{2} - 2\sqrt{3} \cos \frac{\omega x}{2} \right) + \sqrt{3}$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3\omega}$ 个单位长度, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 若 $y = g(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 上为增函数, 则 ω 的最大值为 ().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f(x) = ax - a$ 恰有 1 个实根, 则实数 a 的取值范围是 ().

- A. $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1] \cup [0, 1]$ C. $[-1, 1]$ D. $(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$

10. 设复数 $z = \frac{1-i}{1+i}$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ _____.

11. 在 $\left(2x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中, x^2 的系数为 _____.

12. 从某班的 4 名男生, 2 名女生中任选 3 人参加学校组织的社会实践活动. 设所选 3 人中女生人数为 X , $P(X = 2) =$ _____, 数学期望 $E(X) =$ _____.

13. 已知 a, b 为正实数, 且 $a + b = 2$, 则 $\frac{a^2 + 2}{a} + \frac{b^2}{b + 1}$ 的最小值为 _____.

14. 已知 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EC}$, 且 AD 与 BE 相交于点 O , 则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} =$ _____.

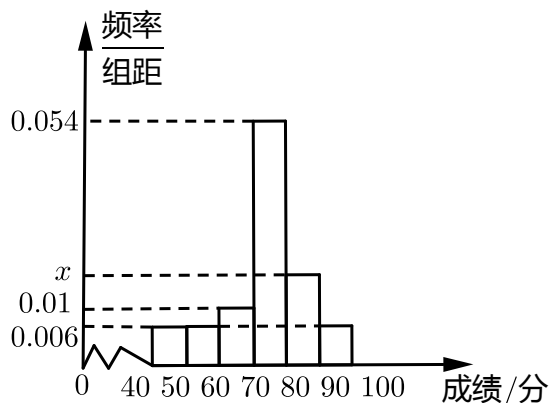
15. 某同学在研究函数 $f(x) = \frac{x}{1 + |x|}$ ($x \in \mathbf{R}$) 时, 给出下面几个结论:

- ① 等式 $f(-x) + f(x) = 0$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立;
- ② 函数的值域为 $(-1, 1)$;
- ③ 若 $x_1 \neq x_2$, 则一定 $f(x_1) \neq f(x_2)$;
- ④ 函数 $g(x) = f(x) - x$ 在 $\mathbf{R}$ 上有三个零点.

其中正确的结论的序号是 _____ (写出所有正确结论的序号).

八、标题

1. 设全集 $I = \{x | -3 < x < 3, x \in \mathbf{Z}\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{-2, 0, 2\}$, 则 $A \cup (\complement_I B) = (\quad)$.
A. $\{-1, 1, 2\}$ B. $\{1\}$ C. $\{2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
2. “ $\alpha = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$ ” 是 “ $\tan(\alpha - \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ” 的 $(\quad)$.
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
3. 已知 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数, $g(x) = [x]$ 为取整函数, x_0 是函数 $f(x) = \ln x + x - 4$ 的零点, 则 $g(x_0) = (\quad)$.
A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
4. 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线与抛物线 $C_2: y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线分别交于 A, B 两点. 若双曲线 C 的离心率为 2, $\triangle AOB$ 的面积为 $\sqrt{3}$, O 为坐标原点, 则抛物线 C_2 的焦点坐标为 $(\quad)$.
A. $(\sqrt{2}, 0)$ B. $(1, 0)$ C. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$ D. $(\frac{1}{2}, 0)$
5. 某班 50 名学生期中考试数学成绩的频率分布直方图如图所示, 其中成绩分组区间是: $[40, 50)$, $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80)$, $[80, 90)$, $[90, 100]$. 从样本成绩不低于 80 分的学生中随机选取 2 人, 记这 2 人成绩在 90 分以上 (含 90 分) 的人数为 ξ , 则 ξ 的数学期望为 $(\quad)$.

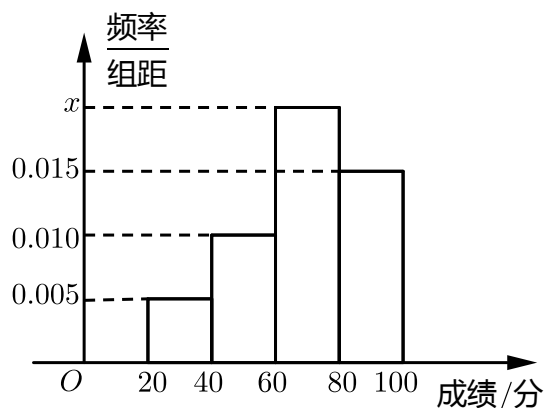


- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$
6. 已知函数 $f(x) = \sin 2x - 2 \sin^2 x + 1$, 给出下列四个结论, 其中正确的结论是 $(\quad)$.
A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期是 2π
B. 函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}]$ 上是减函数
C. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $x = \frac{\pi}{16}$ 对称

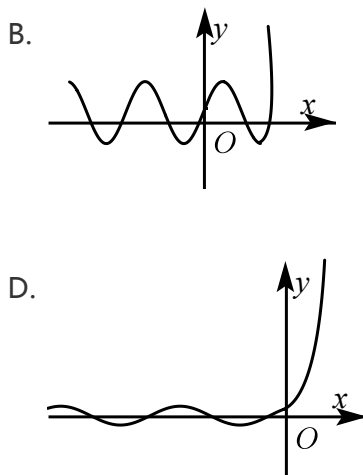
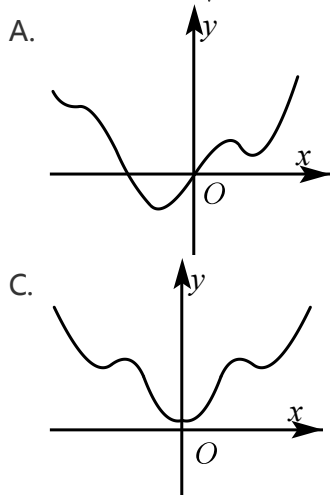
- D. 函数 $f(x)$ 的图象可由函数 $y = \sqrt{2} \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位得到
7. 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 对任意两个正数 $x_1, x_2, (x_1 < x_2)$, 都有 $\frac{f(x_1)}{x_1} > \frac{f(x_2)}{x_2}$, 记 $a = 25f(0.2^2), b = f(1), c = -\log_5 3f(\log_{\frac{1}{3}} 5)$, 则 a, b, c 大小关系为 ().
- A. $c > b > a$ B. $b > c > a$ C. $a > b > c$ D. $a > c > b$
8. 国际高峰论坛, 组委会要从6个国内媒体团和3个国外媒体团中选出3个媒体团进行提问, 要求这三个媒体团中既有国内媒体团又有国外媒体团, 且国内媒体团不能连续提问, 则不同的提问方式的种数为 ().
- A. 378 B. 306 C. 268 D. 198
9. 已知圆 O 的半径为2, P, Q 是圆 O 上任意两点, 且 $\angle POQ = 60^\circ$, AB 是圆 O 的一条直径, 若点 C 满足 $\overrightarrow{OC} = (\lambda - 1)\overrightarrow{OP} + \lambda\overrightarrow{OQ} (\lambda \in \mathbf{R})$, 则 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ 的最小值为 ().
- A. -1 B. -2 C. -3 D. -4
10. 已知 a 为实数, i 为虚数单位, 若复数 $z = (a^2 - 1) + (a + 1)i$ 为纯虚数, 则 $\left| \frac{a + i^{2020}}{1 + i} \right| = \underline{\hspace{2cm}}$.
11. 若 $\left(x + \frac{a}{\sqrt[3]{x}}\right)^8$ 的展开式中 x^4 的系数为 -488, 则实数 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.
12. 已知一个体积为8的正方体内接于半球体, 即正方体的上底面的四个顶点在球面上, 下底面的四个顶点在半球体的底面圆内, 则该半球体的体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
13. 函数 $f(x) = x \ln x + a$ 的图象在 $x = 1$ 处的切线被圆 $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 截得弦长为2, 则实数 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
14. 若 $x > 0, y > 0$, 且 $\log_2 3^x + \log_2 9^y = \log_4 81$, 则此时 $x + 2y = \underline{\hspace{2cm}}$, $\frac{2}{x} + \frac{x + 3y}{3y}$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1 - |x + 1|, & x \in [-2, 0] \\ 2f(x - 2), & x \in (0, +\infty) \end{cases}$, 则 $3^{\log_{f(3)} 256} = \underline{\hspace{2cm}}$; 若方程 $f(x) = x + a$ 在区间 $[-2, 4]$ 有三个不等实根, 则实数 $\frac{1}{a}$ 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

九、标题

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $S = \{1, 3, 5\}$, $T = \{3, 6\}$, 则 $\complement_U(S \cup T)$ 等于 ().
 A. $\emptyset$ B. $\{1, 3, 5, 6\}$ C. $\{2, 4, 7\}$ D. $\{2, 4, 6\}$
2. 已知命题 $p: x^2 + 2x - 3 > 0$, 命题 $q: x > a$, 且 q 的一个必要不充分条件是 p , 则实数 a 的取值范围是 ().
 A. $[1, +\infty)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[-1, +\infty)$ D. $(-\infty, -3]$
3. 为了调查学生的复习情况, 高三某班的全体学生参加了一次在线测试, 成绩的频率分布直方图如图所示, 数据的分组依次为 $[20, 40)$, $[40, 60)$, $[60, 80)$, $[80, 100)$. 若成绩在 $[60, 80)$ 的人数是 16, 则低于 60 分的人数是 ().



- A. 6 B. 12 C. 15 D. 18
4. 函数 $f(x) = \frac{e^x + \sin x}{3 + \cos x}$ 的部分图象可能是 ().



5. 若圆 C 的圆心在第一象限, 圆心到原点的距离为 $\sqrt{5}$, 且与直线 $4x - 3y = 0$ 和 x 轴都相切, 则该圆的标准方程是 ().

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$

6. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}(e^{-x} - e^x)$ ，设 $a = f(0.31^2)$ ， $b = -f(\log_{\frac{1}{2}} 0.31)$ ， $c = f(2 \ln 2)$ ，则 a, b, c 的大小关系是 () .

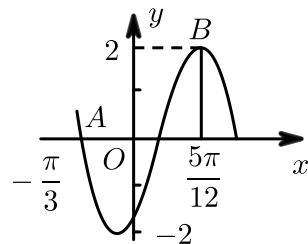
A. $a > c > b$

B. $a > b > c$

C. $b > c > a$

D. $b > a > c$

7. 已知函数 $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\pi < \varphi < 0$) 的部分图象如图所示，则 $f(x)$ 的解析式为 () .



A. $f(x) = 2 \cos\left(x - \frac{5\pi}{12}\right)$

B. $f(x) = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

C. $f(x) = 2 \cos\left(2x - \frac{5\pi}{6}\right)$

D. $f(x) = 2 \cos\left(3x - \frac{5\pi}{6}\right)$

8. 已知点 A 是抛物线 $y^2 = 4x$ 与双曲线 $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > 0$) 的一个交点. 若抛物线的焦点为 F ，且 $|AF| = 4$ ，则点 A 到双曲线两条渐近线的距离之和为 () .

A. $2\sqrt{6}$

B. 4

C. $2\sqrt{3}$

D. 2

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ x-1, & x > 0 \end{cases}$ ，若方程 $f(x) = ax$ 有 4 个不同的实数根，则实数 a 的取值范围是 () .

A. $(-1, 0)$

B. $(0, 1)$

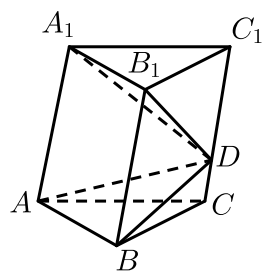
C. $(0, 1]$

D. $(1, +\infty)$

10. 若 $\frac{2-i}{a-i} > \frac{1}{2}$ (i 是虚数单位， a 是实数)，则 $a =$ _____ .

11. 二项式 $\left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^5$ 的展开式中，常数项为 _____ .

12. 如图，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， D 是 CC_1 上一点，设四棱锥 $D - A_1ABB_1$ 的体积为 V_1 ，三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积为 V_2 ，则 $V_1 : V_2 =$ _____ .



13. 甲、乙两名枪手进行射击比赛，每人各射击三次，甲三次射击命中率均为 $\frac{4}{5}$ ；乙第一次射击的命中率为 $\frac{7}{8}$ ，若第一次未射中，则乙进行第二次射击，射击的命中率为 $\frac{3}{4}$ ，如果又未中，则乙进行第三次射击，射击的命中率为 $\frac{1}{2}$ ，乙若射中，则不再继续射击．则甲三次射击命中次数 ξ 的期望为 _____；乙射中的概率为 _____．
14. 已知存在正数 a, b 使不等式 $\frac{\sqrt{4ab + 2b^2}}{2a + 3b} > \log_2(1 - x)$ 成立，则 x 的取值范围是 _____．
15. 在平面四边形 $ABCD$ 中， $AB = BC = 2CD = 2$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle ADC = 90^\circ$ ，若 $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{GC}$ ，则 $2\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} =$ _____；若 P 为边 BC 上一动点，当 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC}$ 取最小值时，则 $\cos \angle PDC$ 的值为 _____．