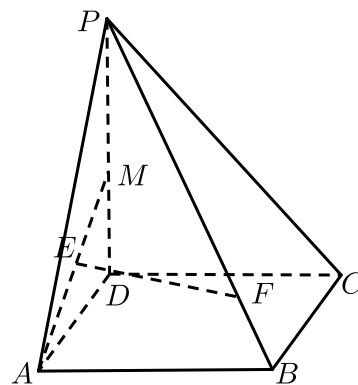


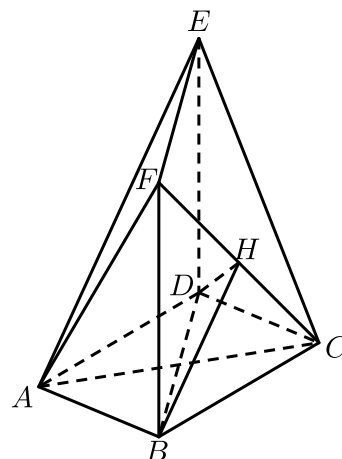
立体几何非墙角建系题

- 1 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为1的菱形， $\angle BAD = 45^\circ$ ， $PD = 2$ ， M 为 PD 的中点， E 为 AM 的中点，点 F 在线段 PB 上，且 $PF = 3FB$ 。



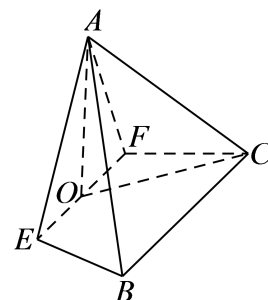
- (1) 求证： $EF \parallel$ 平面 $ABCD$ 。
- (2) 若平面 $PDC \perp$ 底面 $ABCD$ ，且 $PD \perp DC$ ，求平面 PAD 与平面 PBC 所成锐二面角的余弦值。

- 2 如图，在多面体 $ABCDEF$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形， $\angle BAD = 60^\circ$ ，四边形 $BDEF$ 是矩形，平面 $BDEF \perp$ 平面 $ABCD$ ， $BF = 3$ ， H 是 CF 的中点。



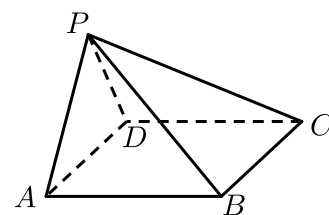
- (1) 求证： $AC \perp$ 平面 $BDEF$ 。
- (2) 求直线 DH 与平面 $BDEF$ 所成角的正弦值。
- (3) 求二面角 $H - BD - C$ 的大小。

- 3 如图，在四棱锥 $A-EFCB$ 中， $\triangle AEF$ 为等边三角形，平面 $AEF \perp$ 平面 $EFCB$ ， $EF \parallel BC$ ， $BC = 4$ ， $EF = 2a$ ， $\angle EBC = \angle FCB = 60^\circ$ ， O 为 EF 的中点。



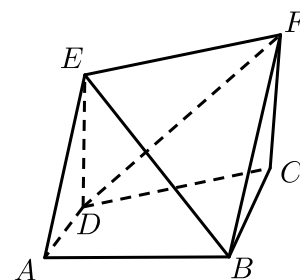
- (1) 求证： $AO \perp BE$ 。
- (2) 求二面角 $F-AE-B$ 的余弦值。
- (3) 若 $BE \perp$ 平面 AOC ，求 a 的值。

- 4 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，且 $\angle BAP = \angle CDP = 90^\circ$ 。



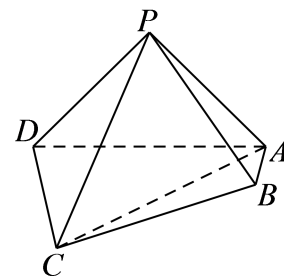
- (1) 证明：平面 $PAB \perp$ 平面 PAD 。
- (2) 若 $PA = PD = AB = DC$ ， $\angle APD = 90^\circ$ ，求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值。

- 5 如图所示，直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD \perp AB$ ， $AB = BC = 2AD = 2$ ，四边形 $EDCF$ 为矩形， $CF = \sqrt{3}$ ，平面 $EDCF \perp$ 平面 $ABCD$ 。



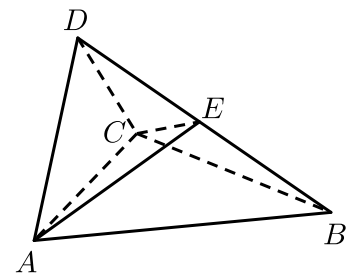
- (1) 求证： $DF \parallel$ 平面 ABE 。
- (2) 求平面 ABE 与平面 EFB 所成锐二面角的余弦值。
- (3) 在线段 DF 上是否存在点 P ，使得直线 BP 与平面 ABE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ，若存在，求出线段 BP 的长，若不存在，请说明理由。

- 6 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PA \perp PD$ ， $PA = PD$ ， $AB \perp AD$ ， $AB = 1$ ， $AD = 2$ ， $AC = CD = \sqrt{5}$.



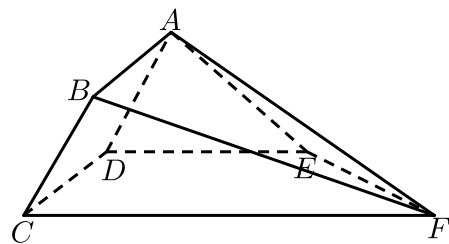
- (1) 求证： $PD \perp$ 平面 PAB .
- (2) 求直线 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值 .
- (3) 在棱 PA 上是否存在点 M ，使得 $BM \parallel$ 平面 PCD ？若存在，求 $\frac{AM}{AP}$ 的值；若不存在，说明理由.

- 7 如图，四面体 $ABCD$ 中， $\triangle ABC$ 是正三角形， $\triangle ACD$ 是直角三角形， $\angle ABD = \angle CBD$ ， $AB = BD$ 。



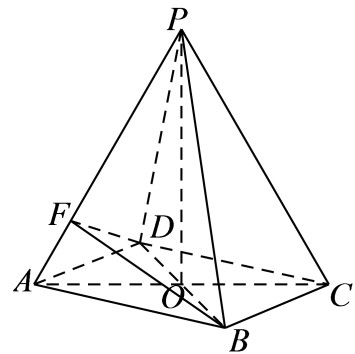
- (1) 证明：平面 $ACD \perp$ 平面 ABC 。
- (2) 过 AC 的平面交 BD 于点 E ，若平面 AEC 把四面体 $ABCD$ 分成体积相等的两部分，求二面角 $D - AE - C$ 的余弦值。

- 8 如图，多面体 $ABCDEF$ 中，四边形 $ABCD$ 为矩形，二面角 $A-CD-F$ 为 60° ， $DE \parallel CF$ ， $CD \perp DE$ ， $AD = 2$ ， $DE = DC = 3$ ， $CF = 6$ 。



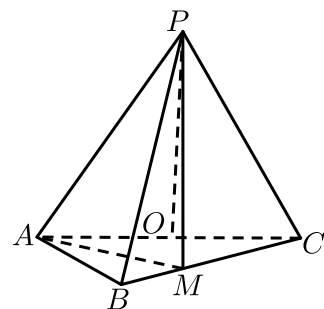
- (1) 求证： $BF \parallel$ 平面 ADE 。
- (2) 在线段 CF 上求一点 G ，使锐二面角 $B-EG-D$ 的余弦值为 $\frac{1}{4}$ 。

- 9 如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面四边形 $ABCD$ 是菱形， $AC \cap BD = O$ ， $\triangle PAC$ 是边长为 2 的等边三角形， $PB = PD = \sqrt{6}$ ， $AP = 4AF$ 。



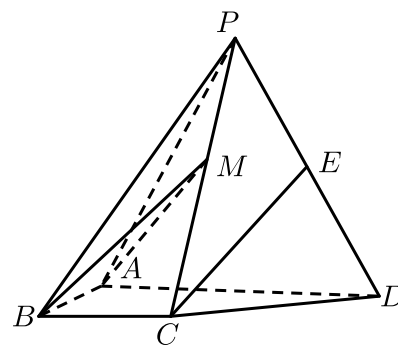
- (1) 求证： $PO \perp$ 底面 $ABCD$ 。
- (2) 求直线 CP 与平面 BDF 所成角的大小。
- (3) 在线段 PB 上是否存在一点 M ，使得 $CM \parallel$ 平面 BDF ？如果存在，求 $\frac{BM}{BP}$ 的值，如果不存在，请说明理由。

10 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $AB=BC=2\sqrt{2}$ ， $PA=PB=PC=AC=4$ ， O 为 AC 的中点。



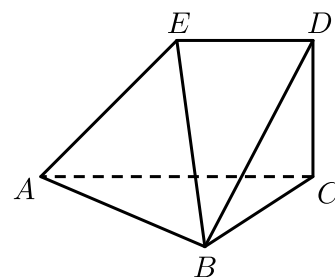
- (1) 证明： $PO \perp$ 平面 ABC 。
- (2) 若点 M 在棱 BC 上，且二面角 $M-PA-C$ 为 30° ，求 PC 与平面 PAM 所成角的正弦值。

- 11 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 PAD 为等边三角形且垂直于底面 $ABCD$ ， $AB = BC = \frac{1}{2}AD$ ， $\angle BAD = \angle ABC = 90^\circ$ ， E 是 PD 的中点。



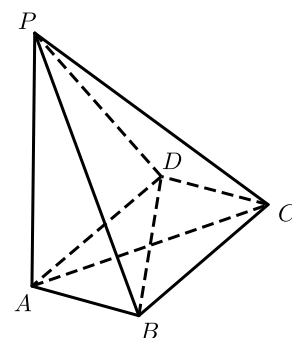
- (1) 证明：直线 $CE \parallel$ 平面 PAB 。
- (2) 点 M 在棱 PC 上，且直线 BM 与底面 $ABCD$ 所成角为 45° ，求二面角 $M-AB-D$ 的余弦值。

12 如图, $AC = 2ED$, $AC \parallel \text{平面} EDB$, $AC \perp \text{平面} BCD$, 平面 $ACDE \perp \text{平面} ABC$.



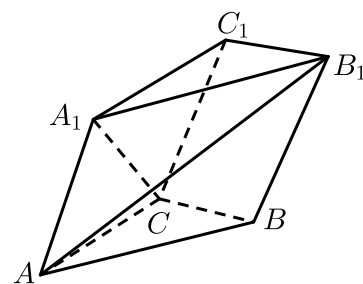
- (1) 求证: $AC \parallel ED$.
- (2) 求证: $DC \perp BC$.
- (3) 当 $BC = CD = DE = 1$ 时, 求二面角 $A - BE - D$ 的余弦值.
- (4) 在棱 AB 上是否存在点 P 满足 $EP \parallel \text{平面} BDC$.
- (5) 设 $\frac{CD}{CE} = k$, 是否存在 k 满足平面 $ABE \perp \text{平面} CBE$? 若存在求出 k 值, 若不存在说明理由.

- 13 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是菱形， $PA = AB = 2$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ 。



- (1) 求证： $AB \parallel$ 平面 PCD 。
- (2) 求证：直线 $BD \perp$ 平面 PAC 。
- (3) 求直线 PB 与平面 PAD 所成角的正切值。

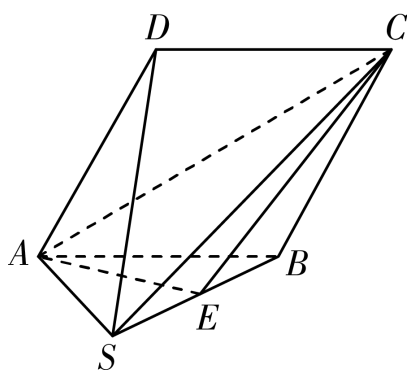
14 如图，已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，平面 $AA_1C_1C \perp$ 平面 ABC ， $AA_1 = AC$ ， $AC \perp BC$ 。



(1) 证明： $A_1C \perp AB_1$ 。

(2) 设 $AC = 2CB$ ， $\angle A_1AC = 60^\circ$ ，求二面角 $C_1 - AB_1 - B$ 的余弦值。

- 15 如图，四棱锥 $S-ABCD$ 中， $\triangle ABS$ 是正三角形，四边形 $ABCD$ 是菱形，点 E 是 BS 的中点。



- (1) 求证： $SD \parallel$ 平面 ACE 。
- (2) 若平面 $ABS \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\angle ABC = 120^\circ$ ，求直线 AC 与平面 ADS 所成角的正弦值。

