

王心恺第二周课后练习

- 1 若函数 $f(x) = x^3 - x^2 + ax$ 在区间 $(2, 3)$ 内有极值点, 则实数 a 的取值范围是 ().
 A. $(2, 7)$ B. $(4, 12)$ C. $(-21, -8)$ D. $(-18, -4)$
- 2 若函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}mx^2 + x + 1$ 在 $\mathbf{R}$ 上有极值点, 则实数 m 的取值范围是 ().
 A. $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2]$ C. $(-2, 2)$ D. $[-2, 2] \cup [2, +\infty)$
- 3 已知 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - a \ln x$ 在区间 $(0, 2)$ 上有极值点, 实数 a 的取值范围是 ().
 A. $(0, 2)$ B. $(-2, 0) \cup (0, 2)$ C. $(0, 4)$ D. $(-4, 0) \cup (0, 4)$
- 4 若函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3ax - 1$ 在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 上有且仅有一个极值点, 则实数 a 的取值范围为 ().
 A. $a \geq -\frac{3}{4}$ B. $a < -\frac{5}{3}$ C. $-\frac{5}{3} < a < -\frac{3}{4}$ D. $-\frac{5}{3} \leq a \leq -\frac{3}{4}$
- 5 若函数 $f(x) = x^3 - 3ax^2 + a$ 在 $(0, 1)$ 内有极小值, 则实数 a 的取值范围为 ().
 A. $(-1, 1)$. B. $(\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$. C. $(0, \frac{1}{3})$. D. $(0, \frac{1}{2})$.
- 6 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, 2)$, $f'(x)$ 为其导函数, 若 $(x-2)f'(x) + f(x) = \frac{1-x}{e^x}$ 且 $f(0) = 0$, 则 $f(x) < 0$ 的解集为 ().
 A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $(0, 2)$
- 7 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 函数 $y = f(x)$ 的导数都存在, 若 $f(x) + f'(x) > 0$ 恒成立, 且 $a > 0$, 则下列结论正确的是 ().
 A. $f(a) < f(0)$ B. $f(a) > f(0)$ C. $e^a \cdot f(a) < f(0)$ D. $e^a \cdot f(a) > f(0)$

8 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的可导函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$ ，若对于任意实数 x 有 $f'(x) + f(x) > 0$ ，且 $f(0) = 1$ ，则不等式 $e^x f(x) > 1$ 的解集为（ ）。

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-\infty, e)$ D. $(e, +\infty)$

9 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$ ，且 $f'(x)(x \ln x^2) > 2f(x)$ ，则（ ）。

- A. $6f(e) > 2f(e^3) > 3f(e^2)$ B. $6f(e) < 3f(e^2) < 2f(e^3)$
C. $6f(e) > 3f(e^2) > 2f(e^3)$ D. $6f(e) < 2f(e^3) < 3f(e^2)$

10 已知 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$)的导函数， $f(2) = 0$ ，当 $x \neq 0$ 时， $f'(x) > \frac{2}{x}f(x)$ ，则不等式 $(x-1)f(x) < 0$ 的解集为（ ）。

- A. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ B. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ C. $(-\infty, -2) \cup (1, 2)$ D. $(-2, 0) \cup (1, 2)$

11 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} - mx$ (e 为自然对数的底数)，若 $f(x) > 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立，则实数 m 的取值范围是（ ）。

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, \frac{e^2}{4})$ C. $(-\infty, e)$ D. $(\frac{e^2}{4}, +\infty)$

12 已知 $f(x) = x^3 + 3x^2 + a$ (a 为常数)在 $[-3, 3]$ 上有最小值3，那么 $[-3, 3]$ 上 $f(x)$ 的最大值是_____。

13 当 $x \in [-2, 1]$ 时，不等式 $ax^3 - x^2 + 4x + 3 \geq 0$ 恒成立，则实数 a 的取值范围是（ ）。

- A. $[-5, -3]$ B. $[-6, -\frac{9}{8}]$ C. $[-6, -2]$ D. $[-4, -3]$

14 已知 $a \leq \frac{1-x}{x} + \ln x$ 对于任意 $x \in [\frac{1}{2}, 2]$ 恒成立，则 a 的最大值为_____。

15 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - (1+a)x + \ln x$ ($a \geq 0$) , 讨论 $f(x)$ 的单调性 .

16 已知函数 $f(x) = x^2 - ax - a^2 \ln x$ ($a \in \mathbf{R}$) .

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间 .
- (2) 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立 , 求实数 a 的取值范围 .