

一轮复习集合与逻辑精选

1 设集合 $A = \{-1, 1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} | 1 \leq x < 3\}$, 则 $(A \cap C) \cup B = (\quad)$.

A. $\{2\}$

B. $\{2, 3\}$

C. $\{-1, 2, 3\}$

D. $\{1, 2, 3, 4\}$

答案 D

解析 设集合 $A = \{-1, 1, 2, 3, 5\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} | 1 \leq x < 3\}$,

则 $A \cap C = \{1, 2\}$,

$\therefore B = \{2, 3, 4\}$,

$\therefore (A \cap C) \cup B = \{1, 2\} \cup \{2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$;

故选: D.

2 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{y | y = 3x - 2, x \in A\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

A. $\{1\}$

B. $\{4\}$

C. $\{1, 3\}$

D. $\{1, 4\}$

答案 D

解析 把 $x = 1, 2, 3, 4$ 分别代入 $y = 3x - 2$ 得: $y = 1, 4, 7, 10$, 即 $B = \{1, 4, 7, 10\}$, $\therefore A = \{1, 2, 3, 4\}$,

$\therefore A \cap B = \{1, 4\}$, 故选: D.

3 设集合 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + m = 0\}$. 若 $A \cap B = \{1\}$, 则 $B = (\quad)$

A. $\{1, -3\}$

B. $\{1, 0\}$

C. $\{1, 3\}$

D. $\{1, 5\}$

答案 C

解析 $\therefore A \cap B = \{1\}$, $\therefore 1 \in B$, $\therefore B = \{x | x^2 - 4x + m = 0\}$, $\therefore 1$ 为方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的解,

$\therefore 1^2 - 4 \times 1 + m = 0$, 解得 $m = 3$. $\therefore x^2 - 4x + 3 = 0$, 解得 $x = 1$ 或 3 , $\therefore B = \{1, 3\}$, 经检验

满足 $A \cap B = \{1\}$.

4 已知集合 $A = \{0, m, m^2 - 3m + 2\}$, 且 $2 \in A$, 则实数 m 的值为 _____ .

答案 3

解析 因 $A = \{0, m, m^2 - 3m + 2\}$, 且 $2 \in A$,

所以 $m = 2$ 或 $m^2 - 3m + 2 = 2$,

即 $m = 2$ 或 $m = 0$ 或 $m = 3$,

当 $m = 2$ 时, $A = \{0, 2, 0\}$ 与元素的互异性相矛盾, 舍去;

当 $m = 0$ 时, $A = \{0, 0, 2\}$ 与元素的互异性相矛盾, 舍去;

当 $m = 3$ 时, $A = \{0, 3, 2\}$ 满足题意;

$\therefore m = 3$.

故答案为 : 3 .

5 集合 $A = \{1, x, y\}$, $B = \{1, x^2, 2y\}$, 若 $A = B$, 则实数 x 的取值集合为 () .

- A. $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ B. $\left\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$ C. $\left\{0, \frac{1}{2}\right\}$ D. $\left\{0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$

答案 A

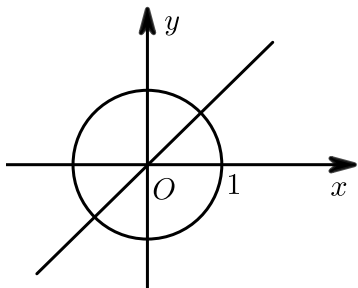
解析 集合 $A = \{1, x, y\}$, $B = \{1, x^2, 2y\}$, 若 $A = B$, 则 $\begin{cases} x^2 = x \\ 2y = x \end{cases}$, 解得 ; $x = 1$ 或 $0, y = 0$, 显然不成立, 或 $\begin{cases} x^2 = x \\ 2y = x \end{cases}$, 解得 : $x = \frac{1}{2}$, 故实数 x 的取值集合为 $\left\{\frac{1}{2}\right\}$, 故选 : A.

6 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y) | y = x\}$, 则 $A \cap B$ 中元素的个数为 () .

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

答案 B

解析 方法一：根据题意， $A \cap B$ 中元素的个数为圆 $x^2 + y^2 = 1$ 与直线 $y = x$ 的交点个数。



根据图象可知其交点个数为2。

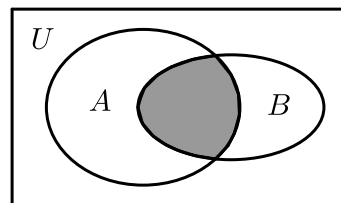
故选B。

方法二：联立 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = x \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ ，

所以 $A \cap B$ 中有 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ， $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ 两个元素。

故选B。

7 设全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \left\{x \in \mathbf{Z} \mid \frac{x}{3-x} \geq 0\right\}$ ， $B = \{x \in \mathbf{Z} \mid x^2 \leq 9\}$ ，则图中阴影部分表示的集合为（ ）。



A. $\{1, 2\}$

B. $\{0, 1, 2\}$

C. $\{x \mid 0 \leq x < 3\}$

D. $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$

答案 B

解析 图中阴影部分表示集合为 $A \cap B$ ，

$$A = \left\{x \in \mathbf{Z} \mid \frac{x}{3-x} \geq 0\right\} = \{0, 1, 2\}, B = \{x \in \mathbf{Z} \mid x^2 \leq 9\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\},$$

$$A \cap B = \{0, 1, 2\}.$$

故选B。

8 设全集 $U = \{x \in \mathbf{N}^* \mid x \leq 4\}$ ，集合 $A = \{1, 4\}$ ， $B = \{2, 4\}$ ，则 $\complement_U(A \cap B) =$ （ ）。

A. $\{1, 2, 3\}$

B. $\{1, 2, 4\}$

C. $\{1, 3, 4\}$

D. $\{2, 3, 4\}$

答案 A

解析 $\because$ 全集 $U = \{x \in \mathbf{N}^* | x \leq 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 4\}$, $B = \{2, 4\}$

$$\therefore \complement_U(A \cap B) = \{1, 2, 3\},$$

故选：A.

9 若集合 $M = \{x \in \mathbf{Z} | -2 < x < 4\}$, $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 则集合 $M \cap N = (\quad)$.

A. $(-2, 1)$

B. $(-1, 3)$

C. $\{-1, 0\}$

D. $\{0, 1, 2\}$

答案 D

解析 $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\} = \{x | -1 < x < 3\}$,

$$M = \{x \in \mathbf{Z} | -2 < x < 4\} = \{-1, 0, 1, 2, 3\},$$

$$\therefore M \cap N = \{0, 1, 2\}.$$

故选D.

10 设 $A = [-2, 4]$, $B = \{x | x^2 - ax - 4 \leq 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围为 ().

A. $[-1, 2)$

B. $[-1, 2]$

C. $[0, 3]$

D. $[0, 3)$

答案 D

解析 方法一： $\because B \subseteq A$,

$\therefore$ ① $B = \emptyset$, $\Delta < 0$, 无解,

② $B \neq \emptyset$, $x^2 - ax - 4 = 0$ 有两根 $x_1, x_2 \in [-2, 4]$,

$$\text{设 } f(x) = x^2 - ax - 4,$$

$$\therefore \begin{cases} f(-2) \geq 0 \\ f(4) > 0 \\ -2 < \frac{a}{2} < 4 \end{cases} \Rightarrow 0 \leq a < 3.$$

故选D.

方法二：因 $x^2 - 2ax - 4 = 0$ 有两个实根 $x_1 = \frac{a}{2} - \sqrt{4 + \frac{a^2}{4}}$, $x_2 = \frac{a}{2} + \sqrt{4 + \frac{a^2}{4}}$, 故 $B \subseteq A$ 等价于 $x_1 \geq -2$ 且 $x_2 < 4$, 即 $\frac{a}{2} - \sqrt{4 + \frac{a^2}{4}} \geq -2$ 且 $\frac{a}{2} + \sqrt{4 + \frac{a^2}{4}} < 4$, 解之得 $0 \leq a < 3$.
 故选D.

11 若集合 $M = \{x | |x| \leq 1\}$, $N = \{y | y = x^2, |x| \leq 1\}$, 则 ().

- A. $M = N$ B. $M \subseteq N$ C. $N \subseteq M$ D. $M \cap N = \emptyset$

答案 C

解析 由题意, $M = \{x | |x| \leq 1\} = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$, $N = \{y | y = x^2, |x| \leq 1\} = \{y | 0 \leq y \leq 1\}$,
 所以 $N \subseteq M$.
 故选C.

12 若集 $A = \{x | -3 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | 2m - 1 \leq x \leq m + 1\}$, 则能使得 $B \subseteq A$ 成立的 m 的取值范围是 ().

- A. $m \leq 2$ B. $-1 \leq m \leq 2$ C. $m \geq -1$ D. $-1 \leq m \leq 3$

答案 C

13 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 \geq 0$ ”的否定是 ().

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 < 0$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 \leq 0$
 C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, |x_0| + x_0^2 < 0$ D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, |x_0| + x_0^2 \geq 0$

答案 C

解析 根据全称命题的否定是特称命题, 则命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, |x| + x^2 \geq 0$ ”的否定为 $\exists x_0 \in \mathbf{R}, |x_0| + x_0^2 < 0$.
 故选C.

14 若命题“ $p: \forall x \in \mathbf{R}, ax^2 + 2x + 1 > 0$ ”是假命题，则实数 a 的取值范围是 _____ .

答案 $a \leq 1$

解析 若命题“ $p: \forall x \in \mathbf{R}, ax^2 + 2x + 1 > 0$ ”是假命题，

则 $\exists x \in \mathbf{R}, ax^2 + 2x + 1 \leq 0$ ，

当 $a = 0$ 时， $y = 2x + 1$ 为一次函数，满足条件；

当 $a < 0$ 时， $y = ax^2 + 2x + 1$ 是开口向下的二次函数，满足条件；

当 $a > 0$ 时， $y = ax^2 + 2x + 1$ 是开口向上的二次函数，则函数图象与 x 轴有交点，

即 $\Delta = 4 - 4a > 0$ ，解得 $0 < a \leq 1$ ，

综上得，实数 a 的取值范围是： $a \leq 1$.

15 设命题 $p: \exists n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$ ，则 $\neg p$ 为（ ） .

- A. $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$ B. $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$ C. $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$ D. $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 = 2^n$

答案 C

解析 命题的否定是： $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$ ，

故选：C .

16 关于 x 的不等式 $ax^2 - 2x + 1 \leq 0$ 的解集为非空集的必要不充分条件是（ ） .

- A. $a \geq 1$ B. $a \leq 1$ C. $a \leq 2$ D. $a \leq 0$

答案 C

解析 $ax^2 - 2x + 1 \leq 0$ 解集为空集时， $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta = 4 - 4a < 0 \end{cases}$ ，解得 $a > 1$ ，

$\therefore ax^2 - 2x + 1 \leq 0$ 解集为非空集合，

$\therefore a \leq 1$ ，

$\therefore$ 关于 x 的不等式 $ax^2 - 2x + 1 < 0$ 解集为非空集合的一个必要不充分条件，
 $\therefore a \leq 2$ 满足。
 故选 C。

17 已知条件 $p: |x+1| > 2$ ，条件 $q: x > a$ ，且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，则 a 的取值范围（ ）。

- A. $a \geq 1$ B. $a \leq 1$ C. $a \geq -1$ D. $a \leq -3$

答案 A

解析 $\therefore p: |x+1| > 2$ ，
 $\therefore p: x > 1$ 或 $x < -3$ ，
 $\therefore \neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，
 $\therefore q$ 是 p 充分不必要条件，
 $\therefore p$ 定义为集合 p ， q 定义为集合 q ，
 $\therefore q: x > a$ ， $p: x > 1$ 或 $x < -3$ ，
 $\therefore a \geq 1$ 。
 故选 A。

18 设 a, b, c, d 为实数，则“ $a > b, c > d$ ”是“ $a + c > b + d$ ”的（ ）。

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

答案 A

解析 当 $a > b, c > d$ 时， $a + c > b + d$ 恒成立，充分性成立；
 当 $a + c > b + d$ 时，若 $a = 5, b = 1, c = 0, d = 2$ 。
 符合 $a + c > b + d$ ，但 $a > b, c > d$ 不成立，必要性不成立。
 故选 A。

19 命题“ $\forall x \in [1, 2], x^2 - a \leq 0$ ”为真命题的一个充分不必要条件是 () .

A. $a \geq 4$

B. $a \leq 4$

C. $a \geq 5$

D. $a \leq 5$

答案 C

解析 由“ $\forall x \in [1, 2], x^2 - a \leq 0$ ”为真命题,

$\therefore a \geq (x^2)_{\max}$ 又: 对 $\forall x \in [1, 2], x^2 \leq 4$,

$\therefore a \geq 4$, 由充分不必要条件可知,

$a \geq 5 \Rightarrow a \geq 4$, 但 $a \geq 4 \nRightarrow a \geq 5$,

$\therefore$ “ $a \geq 5$ ”是“ $\forall x \in [1, 2], x^2 - a \leq 0$ 为真命题”的一个充分不必要条件.

20 设 $p: 2x^2 - 3x + 1 \leq 0$, $q: x^2 - (2a + 1)x + a(a + 1) \leq 0$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 则实数 a 的取值范围是 () .

A. $\left[0, \frac{1}{2}\right]$

B. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

C. $(-\infty, 0] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$

D. $(-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

答案 A

解析 p 对应集合 $\left\{x \mid \frac{1}{2} \leq x \leq 1\right\}$,

q 对应集合 $\{x \mid a \leq x \leq a + 1\}$,

$\therefore \neg p$ 对应集合 $A = \{x \mid x > 1 \text{ 或 } x < \frac{1}{2}\}$,

$\neg q$ 对应集合 $B = \{x \mid x > a + 1 \text{ 或 } x < a\}$,

$\therefore \neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件,

$\therefore B \subsetneq A$,

$\therefore a + 1 \geq 1 \text{ 且 } a \leq \frac{1}{2}$,

$\therefore 0 \leq a \leq \frac{1}{2}$.