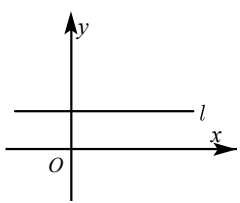
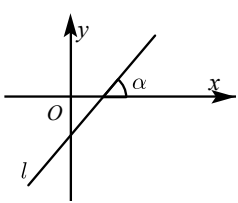
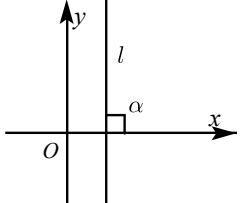
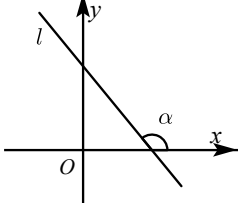


01直线的方程1

1. 直线的倾斜角与斜率

1.倾斜角

直线情况	垂直于 y 轴	由左向右上升	垂直于 x 轴	由左向右下降
图示				

倾斜角 $\theta \in$ _____

【备注】 【答案】 $[0, \pi)$

【金金备注】

倾斜角的定义： x 轴正向与直线向上的方向所成的角叫做这条直线的倾斜角。

零度角的定义：与 x 轴平行或重合的直线的倾斜角为零度角。

2.斜率

直线的斜率公式：_____

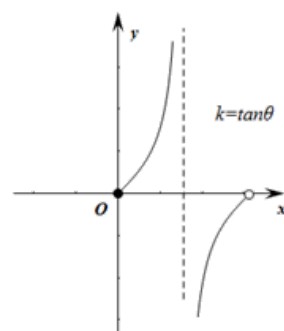
【备注】 【答案】 $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x_1 \neq x_2)$

3.倾斜角与斜率的关系

①斜率与倾斜角的关系：_____

②当 α 从 $0^\circ \rightarrow 90^\circ$ 时，斜率 k _____；

③当 α 从 $90^\circ \rightarrow 180^\circ$ 时，斜率 k _____。



【备注】 【答案】 ① $k = \tan \theta (\theta \in [0, \frac{\pi}{2}) \cup (\frac{\pi}{2}, \pi))$

②从 $0 \rightarrow +\infty$

③从 $-\infty \rightarrow 0$

【仅教师可见】如果特殊三角函数值背诵得不是很牢的话可以考考他们

(1) $k = \tan 0^\circ = \tan 0 = 0$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad k &= \tan 30^\circ = \tan \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\
 (3) \quad k &= \tan 45^\circ = \tan \frac{\pi}{4} = 1 \\
 (4) \quad k &= \tan 60^\circ = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \\
 (5) \quad k &= \tan 90^\circ = \tan \frac{\pi}{2} \text{ (不存在)} \\
 (6) \quad k &= \tan 120^\circ = \tan \frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3} \\
 (7) \quad k &= \tan 135^\circ = \tan \frac{3\pi}{4} = -1 \\
 (8) \quad k &= \tan 150^\circ = \tan \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}
 \end{aligned}$$

利用点坐标求解直线斜率

1. 2020~2021学年10月天津津南区天津市咸水沽一中高二上学期月考第1题5分 ★

过点 $A(-\sqrt{3}, \sqrt{2})$ 与 $B(-\sqrt{2}, \sqrt{3})$ 的直线的倾斜角为 () .

- A. 45° B. 135° C. 45° 或 135° D. 60°

【答案】 A

【解析】 $\because$ 点 $M(-\sqrt{3}, \sqrt{2})$ 、 $N(-\sqrt{2}, \sqrt{3})$,

$$\therefore \text{直线 } MN \text{ 的斜率为 } k_{MN} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{-\sqrt{2} - (-\sqrt{3})} = 1 ,$$

设直线 MN 的倾斜角为 α ,

$$\text{则 } \tan \alpha = 1 ,$$

$$\because 0 \leq \alpha < 180^\circ ,$$

$$\therefore \alpha = 45^\circ ,$$

故选 A .

【标注】 【知识点】 倾斜角计算

2. 2020~2021学年天津高二上学期期中 (部分区) 第2题4分 ★

经过 $A(m, 2)$, $B(-m, m+3)$ 两点的直线的斜率是 1 , 则实数 m 的值为 () .

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

【答案】 D

【解析】 由两点 $A(m, 2)$, $B(-m, 3+m)$ 的直线的斜率是 1 ,

$$\text{可得 } \frac{m+3-2}{-m-m} = 1 , \text{ 解得 } m = -\frac{1}{3}$$

故选 : D .

【标注】 【知识点】 斜率计算

 利用倾斜角求直线斜率

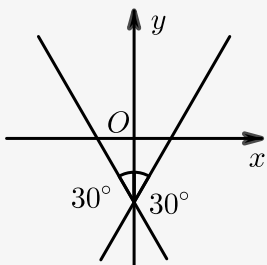
3. 2020~2021学年10月天津和平区天津市双菱中学高二上学期月考第5题4分 ★

若直线 l 的向上方向与 y 轴的正方向成 30° 角，则直线 l 的倾斜角为 () .

- A. 30° B. 60° C. 30° 或 150° D. 60° 或 120°

【答案】 D

【解析】 如图，直线 l 有两种情况，故 l 的倾斜角为 60° 或 120° .



【标注】 【知识点】 倾斜角计算

4. 2020~2021学年12月天津南开区南开大学附属中学高二上学期月考第1题5分 ★

已知直线 l 的斜率的绝对值等于 $\sqrt{3}$ ，则直线的倾斜角为 () .

- A. 60° B. 30° C. 60° 或 120° D. 30° 或 150°

【答案】 C

【解析】 $\because$ 直线 l 的斜率的绝对值等于 $\sqrt{3}$,
 $\therefore$ 直线 l 的斜率等于 $\pm\sqrt{3}$,
设直线的倾斜角为 θ , 则 $\theta \in [0^\circ, 180^\circ)$,
则 $\tan \theta = \sqrt{3}$, 或 $\tan \theta = -\sqrt{3}$,
 $\therefore \theta = 60^\circ$ 或 120° ,
故选 C .

【标注】 【知识点】 倾斜角计算

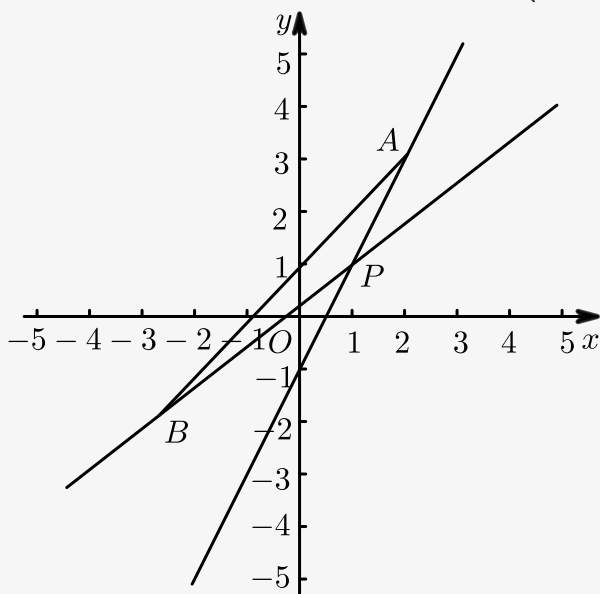
 利用交点条件求斜率的取值范围

5. 2020~2021学年上海黄浦区上海市大同中学高二上学期期中第5题3分 ★★

已知点 $A(2, 3)$, $B(-3, -2)$, 若直线 l 过点 $P(1, 1)$ 且与线段 AB 相交 , 则直线 l 的斜率 k 的取值范围是 _____ .

【答案】 $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right] \cup [2, +\infty)$

【解析】 直线 PA 的斜率 $k = \frac{3-1}{2-1} = 2$ ，直线 PB 的斜率 $k' = \frac{-2-1}{-3-1} = \frac{3}{4}$ ，
结合图象可得直线 l 的斜率 k 的取值范围是 $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right] \cup [2, +\infty)$ 。

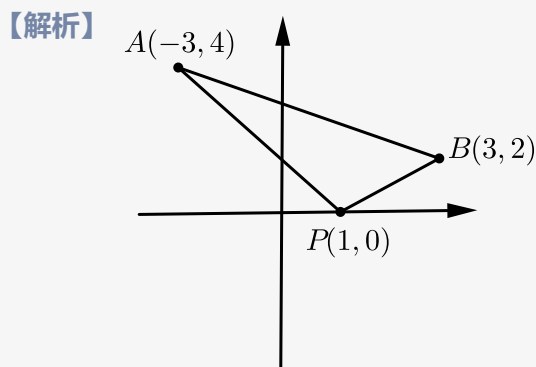


【标注】【知识点】求斜率的范围

6. 2020~2021学年10月天津和平区天津市双菱中学高二上学期月考第14题4分 ★★

已知两点 $A(-3, 4)$ ， $B(3, 2)$ ，过点 $P(1, 0)$ 的直线 l 与线段 AB 有公共点，则 l 的倾斜角 α 的取值范围是 _____，直线 l 的斜率 k 的取值范围 _____。

【答案】 $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi\right]$ ； $k \leq -1$ 或 $k \geq 1$



$$\therefore k_{AP} = \frac{4-0}{-3-1} = -1, \text{ 对应的倾斜角为 } \frac{3}{4}\pi,$$

$$k_{BP} = \frac{2-0}{3-1} = 1, \text{ 对应的倾斜角为 } \frac{1}{4}\pi,$$

$$\therefore \text{倾斜角范围为 } \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi\right],$$

$$k \leq -1 \text{ 或 } k \geq 1.$$

【标注】【知识点】斜率随倾斜角的变化规律

2. 直线的方程

直线方程五种形式的区别和联系

名称	方程的形式	常数的几何意义	适用范围
点斜式		(x_0, y_0) 是直线上一定点, k 是斜率	不垂直于 x 轴
斜截式		k 是斜率, b 是直线在 y 轴上的截距	不垂直于 x 轴
两点式		$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 是直线上两定点	不垂直于 x 轴和 y 轴
截距式		a 是直线在 x 轴上的非零截距 b 是直线在 y 轴上的非零截距	不垂直于 x 轴和 y 轴, 且不过原点
一般式		A, B, C 为系数	任意位置的直线

【备注】 【答案】

- (1) 点斜式方程: $y - y_0 = k(x - x_0)$;
 (2) 斜截式方程: $y = kx + b$;
 (3) 两点式方程: $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$;
 (4) 截距式: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$;
 (5) 一般式: $Ax + By + C = 0$ (A, B 不同时为零)

点斜式

7. 2020~2021学年10月天津河西区天津市第四十二中学高二上学期月考第13题4分 ★★★

已知直线 l 的倾斜角是直线 $y = x + 1$ 的倾斜角的 2 倍, 且过定点 $P(3, 3)$, 则直线 l 的方程为 ____ .

【答案】 $x = 3$

【解析】 解: 因为直线 $y = x + 1$ 的斜率为 1, 倾斜角为 45° , 又直线 l 的倾斜角是直线 $y = x + 1$ 的倾斜角的 2 倍, 所以直线 l 的倾斜角为 90° , 其斜率不存在. 又直线 l 过定点 $P(3, 3)$, 所以

直线 l 的方程为 $x = 3$.

【标注】【知识点】求直线的方程

8. 2020~2021学年10月天津和平区天津市耀华嘉诚国际学校高二上学期月考第11题4分 ★★

过点 $A(1,1)$, 且倾斜角的正弦值为 $\frac{3}{5}$ 的直线方程为 _____ .

【答案】 $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$ 或 $y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$

【解析】 设倾斜角为 θ , ($\theta \in [0, \pi)$) ,

$$\therefore \sin \theta = \frac{3}{5} ,$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{3}{4} \text{ 或 } -\frac{3}{4} ,$$

$$\therefore k = \frac{3}{4} \text{ 或 } -\frac{3}{4} ,$$

$$y - 1 = \frac{3}{4}(x - 1) \text{ 或 } y - 1 = -\frac{3}{4}(x - 1) ,$$

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{4} \text{ 或 } y = -\frac{3}{4}x + \frac{7}{4} .$$

【标注】【知识点】直线的点斜式方程

9. 2020~2021学年10月天津河东区天津市第七中学高二上学期月考第11题5分 ★★

直线 l 经过点 $P(3,2)$ 且与 x 轴、 y 轴的正半轴分别交于 A 、 B 两点, $\triangle OAB$ 的面积为 12 , 则直线 l 的方程为 _____ .

【答案】 $2x + 3y - 12 = 0$

【解析】 设直线 l : $y - 2 = k(x - 3)$,

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = -3k + 2 ,$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } x = -\frac{2}{k} + 3 ,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} |-3k + 2| \cdot \left| -\frac{2}{k} + 3 \right| = 12 ,$$

$$\text{结合题意 } k < 0 ,$$

$$\therefore \text{解得 } k = -\frac{2}{3} .$$

$$\therefore \text{直线方程为 } 2x + 3y - 12 = 0 .$$

【标注】【知识点】斜率计算



10. 2020~2021学年天津和平区天津市耀华中学高二上学期期中第1题4分 ★

已知直线的倾斜角为 60° , 在 y 轴上的截距为 -2 , 则此直线的方程为 () .

A. $y = \sqrt{3}x + 2$

B. $y = -\sqrt{3}x + 2$

C. $y = \sqrt{3}x - 2$

D. $y = -\sqrt{3}x - 2$

【答案】 C**【解析】** 倾斜角为 60° ,所以直线斜率 $k = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$,截距 $b = -2$,设斜截式方程得 $y = kx + b$,代入得 $y = \sqrt{3}x - 2$,

综上, 本题答案选 C .

【标注】【知识点】直线的斜截式方程

11. 2020~2021学年天津红桥区高二上学期期末第10题4分 ★

若直线方程为 $y = x + 1$, 则该直线的倾斜角为 _____ .**【答案】** $\frac{\pi}{4}$ **【解析】** 设倾斜角为 α ($\alpha \in [0, \pi)$) ,

$$\because y = x + 1 ,$$

$$\therefore k = 1 ,$$

$$\therefore \tan \alpha = 1 ,$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4} .$$

【标注】【知识点】倾斜角计算 两点式

12. 2020~2021学年12月天津西青区张家窝中学高二上学期月考第12题4分 ★★

已知直线 l 经过点 $A(1, -2)$, $B(-3, 2)$, 则直线 l 的方程是 _____ .**【答案】** $x + y + 1 = 0$ **【解析】** $\because A(1, -2)$, $B(-3, 2)$,

$$\therefore \text{过 } A, B \text{ 两点的直线方程为 } \frac{y - (-2)}{2 - (-2)} = \frac{x - 1}{-3 - 1} ,$$

$$\text{整理得: } x + y + 1 = 0 .$$

$$\text{故答案为: } x + y + 1 = 0 .$$

【标注】【知识点】直线的两点式方程

截距式

13. 2020~2021学年天津南开区天津市南开中学高二上学期期中第1题5分 ★

已知直线 l 在 x 轴上的截距是 -5 ，在 y 轴上的截距是 6 ，则直线 l 的方程是 ()

- A. $6x - 5y - 30 = 0$ B. $6x + 5y - 30 = 0$ C. $6x - 5y + 30 = 0$ D. $6x + 5y + 30 = 0$

【答案】 C

【解析】 $\because$ 直线在 x 轴截距为 -5 ，

在 y 轴截距为 6 ，

$$\therefore l: \frac{x}{-5} + \frac{y}{6} = 1,$$

$$\therefore l: 6x - 5y + 30 = 0.$$

故选 C.

【标注】 【知识点】 直线的截距式方程

豪厘不伐 将用斧柯

14. 2019年天津河西区高三会考模拟第23题3分 ★★

过点 $(5, 2)$ ，且在 y 轴上的截距是在 x 轴上的截距的 2 倍的直线方程是 () .

- A. $2x + y - 12 = 0$ B. $2x + y - 12 = 0$ 或 $2x - 5y = 0$
C. $x - 2y - 1 = 0$ D. $x - 2y - 1 = 0$ 或 $2x - 5y = 0$

【答案】 B

【解析】 当截距不为 0 时，

$$\text{设直线方程为 } \frac{x}{a} + \frac{y}{2a} = 1,$$

将 $(5, 2)$ 代入得 $a = 6$ ，

$$\text{故直线的方程为 } \frac{x}{6} + \frac{y}{12} = 1, \text{ 即 } 2x + y - 12 = 0.$$

当截距为 0 时，

设直线为 $y = kx$ ，

$$\text{将 } (5, 2) \text{ 代入得 } k = \frac{2}{5}, \text{ 即直线的方程为 } 2x - 5y = 0.$$

故选 B.

【标注】 【知识点】 求直线的方程

15. 2020~2021学年10月天津河西区天津市新华中学高二上学期月考第15题4分 ★★★

经过点 $(4, 1)$ 且在两坐标轴上的截距相等的直线方程是 ____ .

【答案】 $x - 4y = 0$ 或 $x + y - 5 = 0$

【解析】 解：当直线过原点时，直线的方程为 $y = \frac{1}{4}x$ ，即 $x - 4y = 0$ 。

当直线不过原点时，设直线的方程为 $x + y = k$ ，把点 $A(4, 1)$ 代入直线的方程可得 $k = 5$ ，

故直线方程是 $x + y - 5 = 0$ 。

综上，所求的直线方程为 $x - 4y = 0$ 或 $x + y - 5 = 0$ ，

故答案为： $x - 4y = 0$ 或 $x + y - 5 = 0$ 。

【标注】【知识点】直线的截距式方程

16. 2020~2021学年天津和平区天津市第一中学高二上学期期中第3题3分 ★★

过点 $A(1, 4)$ 且纵横截距的绝对值相等的直线共有 ()。

A. 1条

B. 2条

C. 3条

D. 4条

【答案】 C

【解析】 根据题意我们可知直线的纵横截距的绝对值相等，

∴当直线过原点时，满足条件，此时设过原点的直线为 $y = kx$ ，

∵直线过点 A ，

∴ $4 = k$ ，即此时直线方程为 $y = 4x$ ，

当直线不过原点，

则直线的截距时方程为 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ，

∵直线的纵横截距的绝对值相等，

∴ $|a| = |b|$ ，即 $b = a$ ，或 $b = -a$ ，

当 $b = a$ 时，直线方程为 $x + y = a$ ，

∵直线过点 A ，

∴ $a = 1 + 4 = 5$ ，此时直线方程为 $x + y = 5$ ，

当 $b = -a$ 时，直线方程为 $x - y = a$ ，

∵直线过点 A ，∴ $a = 1 - 4 = -3$ ，此时直线方程为 $x - y = -3$ ，

∴满足条件的直线有 3 条，故答案为 C。

故答案为：C。

【标注】【知识点】直线的截距式方程；直线的斜截式方程

17. 2020~2021学年10月天津和平区天津市耀华中学高二上学期月考第15题4分 ★★

已知直线 l 经过两条直线 $2x + 3y + 8 = 0$ 和 $x - y - 1 = 0$ 的交点，且截距相等，则直线 l 的方程为 _____ .

【答案】 $x + y + 3 = 0$ 或 $y = 2x$

【解析】 $\begin{cases} 2x + 3y + 8 = 0 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$,

①截距非零，

设 $l: \frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$,

$\frac{-1}{a} + \frac{-2}{a} = 1$, 得 $a = -3$,

$\therefore l: x + y + 3 = 0$.

②截距为零，

$l: y = 2x$.

【标注】【知识点】直线的截距式方程

一般式

18. 2020~2021学年10月天津南开区天津中学高二上学期月考第1题3分 ★

直线 $ax + my - 2a = 0 (m \neq 0)$ 过点 $(1, 1)$, 则该直线的倾斜角为 _____ .

【答案】 135°

【解析】 $\because$ 直线 $ax + my - 2a = 0 (m \neq 0)$ 过点 $(1, 1)$,

$\therefore a + m - 2a = 0$,

$\therefore m = a$,

设直线 $ax + my - 2a = 0 (m \neq 0)$ 的倾斜角为

$\theta (0^\circ \leq \theta < 180^\circ)$,

其斜率 $k = \tan \theta = -\frac{a}{m} = -1$,

$\therefore \theta = 135^\circ$.

故答案为 : 135° .

【标注】【知识点】倾斜角计算

19. 2019~2020学年3月江苏苏州相城区苏州国际外国语学校高一下学期月考第15题5分 ★★

直线 $l: ax + (a + 1)y + 2 = 0$ 的倾斜角大于 45° , 则 a 的取值范围是 _____ .

【答案】 $\left\{ a \mid a < -\frac{1}{2} \text{ 或 } a > 0 \right\}$

【解析】当 $a+1=0$ 即 $a=-1$ 时，直线无斜率，倾斜角为 90° ，满足倾斜角大于 45° ；

当 $a+1 \neq 0$ 即 $a \neq -1$ 时，直线的斜率 $-\frac{a}{a+1} < 0$ 或 $-\frac{a}{a+1} > 1$ 即可解不等式可得

$a < -1$ 或 $-1 < a < -\frac{1}{2}$ 或 $a > 0$ ，

综上可得 a 的取值范围为： $\left\{a \mid a < -\frac{1}{2} \text{ 或 } a > 0\right\}$ 。

故答案为： $\left\{a \mid a < -\frac{1}{2} \text{ 或 } a > 0\right\}$ 。

【标注】【知识点】倾斜角计算

20. 2020~2021学年10月天津河北区天津市第二中学高二上学期月考第7题4分 ★

直线 $3x - 2y - 6 = 0$ 在 y 轴上的截距为（ ）。

A. 2

B. -3

C. 2

D. 3

【答案】B

【解析】直线方程化为斜截式为：

$$y = \frac{3}{2}x - 3, \quad x = 0 \text{ 时}, \quad y = -3,$$

所以，在 y 轴上的截距为 -3 。

故选 B。

【标注】【知识点】直线的斜截式方程

21. 2020~2021学年10月天津和平区天津市双菱中学高二上学期月考第6题4分 ★★

如果两条直线 $2x + 3y - k = 0$ 和 $x - ky + 12 = 0$ 的交点在 y 轴上，那么 k 的值是（ ）。

A. -24

B. 6

C. ± 6

D. ± 24

【答案】C

【解析】联立两直线方程，

$$\text{消去 } y \text{ 得 } x - k\left(-\frac{2}{3}x + \frac{k}{3}\right) + 12 = 0,$$

$$\text{解得：} x = \frac{k^2 - 36}{2k + 3},$$

$$\text{由于交点在 } y \text{ 轴上，所以 } \frac{k^2 - 36}{2k + 3} = 0,$$

所以 $k = \pm 6$ 。

【标注】【知识点】两直线交点坐标

22. 2020~2021学年天津津南区天津市咸水沽一中高二上学期期中第3题5分 ★

已知两点 $A(2, -1)$, $B(-5, -3)$, 直线 $l: ax + y - a - 1 = 0$ 与线段 AB 相交, 则直线 l 的斜率的取值范围是 ().

A. $(-\infty, -2] \cup [\frac{2}{3}, +\infty)$

B. $[-2, \frac{2}{3}]$

C. $[-\frac{2}{3}, 2]$

D. $(-\infty, -\frac{2}{3}] \cup [2, +\infty)$

【答案】A

【解析】方法一：由题设可知：点 $A(2, -1)$, $B(-5, -3)$ 且直线 $l: ax + y - a - 1 = 0$

由直线 l 与线段 AB 相交, 则 A 、 B 两点在直线 l 的两侧或直线 l 过点 A 或点 B ,

则有 $(2a - 1 - a - 1)(-5a - 3 - a - 1) \leq 0$,

即 $(a - 2)(-6a - 4) \leq 0$, 即 $(a - 2)(3a + 2) \geq 0$,

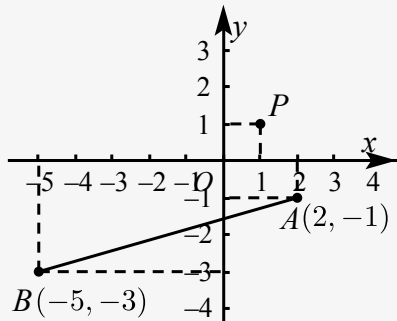
解得 $a \leq -\frac{2}{3}$ 或 $a \geq 2$.

又直线 l 的斜率为 $-a$, 则 $-a \leq -2$ 或 $-a \geq \frac{2}{3}$.

直线 l 的斜率的取值范围为 $(-\infty, -2] \cup [\frac{2}{3}, +\infty)$. 故选 A.

方法二：由直线 $l: ax + y - a - 1 = 0$, 过定点 $P(1, 1)$,

则由图可知, 过 P 点的直线与线段 AB 相交,



则：①当斜率不存在时显然成立；

② $k_{PB} = \frac{1 - (-3)}{1 - (-5)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, $k_{PA} = \frac{1 - (-1)}{1 - 2} = -2$.

综合①②知, 直线 l 的斜率的取值范围为 $(-\infty, -2] \cup [\frac{2}{3}, +\infty)$.

故选 A.

【标注】【知识点】直线的点斜式方程；斜率随倾斜角的变化规律；斜率计算

23. 2020~2021学年天津津南区天津市咸水沽一中高二上学期期中第2题5分 ★★★

直线 l 绕它与 x 轴的交点逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$, 得到直线 $\sqrt{3}x + y - 3 = 0$, 则直线 l 的直线方程 ()

A. $x - \sqrt{3}y - 1 = 0$

B. $\sqrt{3}x - y - 3 = 0$

C. $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$

D. $\sqrt{3}x - y - 1 = 0$

【答案】 B

【解析】 直线 $\sqrt{3}x + y - 3 = 0$ 的斜率等于 $-\sqrt{3}$ ，设倾斜角等于 θ ，即 $\theta = \frac{2\pi}{3}$ ，绕它与 x 轴的交点 $(\sqrt{3}, 0)$ 顺时针旋转 $\frac{\pi}{3}$ ，所得到的直线的倾斜角等于 $\theta - \frac{\pi}{3}$ ，故所求直线的斜率为 $\tan\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ ，故所求的直线方程为 $y - 0 = \sqrt{3}(x - \sqrt{3})$ ，即 $\sqrt{3}x - y - 3 = 0$ ，故选 B。

【标注】 【知识点】 直线的点斜式方程

【知识点】 倾斜角计算

3. 定点问题

24. 2020~2021学年10月天津河西区天津市第四十二中学高二上学期月考第1题4分 ★★

无论 m 为何值，直线 $mx - y + 2m + 1 = 0$ 恒过定点 ()。

- A. $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ B. $(-2, 1)$ C. $(2, -1)$ D. $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$

【答案】 B

【解析】 由题得： $mx - y + 2m + 1 = 0$ ，
即 $m(x + 2) - y + 1 = 0$ ，
当 $x = -2$ 时， $y = 1$ ，
∴ 不论 m 为何值，直线 $mx - y + 2m + 1 = 0$ 恒过定点 $(-2, 1)$ ，
综上所述，答案选择：B。

【标注】 【知识点】 直线过定点问题

25. 2020~2021学年天津南开区天津市南开中学高二上学期期中第9题4分 ★★

直线 $kx - y + 1 = 3k$ ，当 k 变动时，所有直线都通过定点为 _____。

【答案】 $(3, 1)$

【解析】 直线 $kx - y + 1 = 3k$ 可化成 $y = k(x - 3) + 1$ ，所以恒过点 $(3, 1)$ 。

【标注】 【知识点】 直线的一般式方程；直线过定点问题

26. 2020~2021学年10月天津和平区天津市耀华中学高二上学期月考第8题4分 ★★

不论 m 为何实数，直线 $l: (m - 1)x + (2m - 3)y + m = 0$ 恒过定点 ()。

- A. $(-3, -1)$ B. $(-2, -1)$ C. $(-3, 1)$ D. $(-2, 1)$

【答案】 C

【解析】 根据题意，将直线方程变形为 $(x + 2y + 1)m - x - 3y = 0$ ，

因为 m 为任意实数，

$$\text{所以联立 } \begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ -x - 3y = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases},$$

所以直线 l 过定点 $(-3, 1)$ 。

故选 C。

【标注】 【知识点】 直线过定点问题

|| 包罗万象 举一干从

27. 2020~2021学年10月天津津南区天津市咸水沽一中高二上学期月考第15题5分 ★★

直线 $kx - y + 2k - 1 = 0$ 恒过定点 A ，点 A 也在直线 $mx + ny + 1 = 0$ 上，其中 m, n 均为正数，则

$\frac{1}{m} + \frac{2}{n}$ 的最小值为 _____。

【答案】 8

【解析】 $\because kx - y + 2k - 1 = 0$ ，

$$\therefore k(x + 2) = y + 1,$$

过定点 $(-2, -1)$ ，

又 $\because (-2, -1)$ 在 $mx + ny + 1 = 0$ 上，

$$\therefore -2m - n + 1 = 0,$$

$$\therefore 2m + n = 1,$$

$$\frac{1}{m} + \frac{2}{n} = \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{n} \right) (2m + n)$$

$$= 2 + 2 + \frac{4m}{n} + \frac{n}{m}$$

$$\geq 4 + 4 = 8,$$

当且仅当 $n = 2m = \frac{1}{2}$ 时，取得最小值。

【标注】 【知识点】 利用基本不等式求最值

|| 精进不休 日新月异

28. 2020~2021学年10月天津和平区天津市耀华嘉诚国际学校高二上学期月考第8题4分 ★★

若直线 $y = kx + 2k + 1$ 与直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 的交点位于第一象限，则 k 的取值范围 ()。

- A. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ B. $\left(-\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right)$ C. $\left(-\frac{1}{6}, 0\right)$ D. $(-6, 2)$

【备注】 【金金备注】 可借助直线过定点求解

【答案】 B

【解析】 $y = kx + 2k + 1$,

$$y = -\frac{1}{2}x + 2 \text{ 联立,}$$

$$kx + 2k + 1 = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$2kx + 4k + 2 = -x + 4$$

$$(2k + 1)x = 2 - 4k$$

$$x = \frac{2 - 4k}{2k + 1},$$

$$y = -\frac{1}{2} \cdot \frac{2 - 4k}{2k + 1} + 2$$

$$= \frac{2k - 1 + 4k + 2}{2k + 1}$$

$$= \frac{6k + 1}{2k + 1},$$

$$\text{交点坐标} \left(\frac{2 - 4k}{2k + 1}, \frac{6k + 1}{2k + 1} \right),$$

∵该点在第一象限,

$$\therefore \begin{cases} \frac{2 - 4k}{2k + 1} > 0 \\ \frac{6k + 1}{2k + 1} > 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} (2k + 1)(2 - 4k) > 0 \\ (6k + 1)(2k + 1) > 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} -\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2} \\ k < -\frac{1}{2} \text{ 或 } k > -\frac{1}{6} \end{cases},$$

$$\therefore -\frac{1}{6} < k < \frac{1}{2},$$

故选 B.

【标注】 【知识点】 两直线交点坐标

4. 两条直线的位置关系

1. 直线方程为一般式

两条直线 $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$

①相交: _____

②平行: _____

③重合: _____

④垂直: _____

【备注】 【答案】

①相交: $A_1B_2 - A_2B_1 \neq 0$ 或 $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$,

②平行: $A_1B_2 - A_2B_1 = 0$ 且 $B_1C_2 - C_1B_2 \neq 0$ 或 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$,

③重合: $A_1 = \lambda A_2$, $B_1 = \lambda B_2$, $C_1 = \lambda C_2$ ($\lambda \neq 0$) 或 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$.

④垂直： $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$

2. 直线方程为斜截式

两条直线 $l_1: y = k_1x + b_1$, $l_2: y = k_2x + b_2$

① 相交：_____

② 平行：_____

③ 重合：_____

④ 垂直：_____

【备注】 【答案】

① 相交： $k_1 \neq k_2$ ；

② 平行： $k_1 = k_2$ 且 $b_1 \neq b_2$ ；

③ 重合： $k_1 = k_2$, $b_1 = b_2$ ；

④ 垂直： $k_1k_2 = -1$ 。

🔗 平行关系

29. 2020~2021学年10月天津河西区天津市新华中学高二上学期月考第4题4分 ★★

如果直线 $l_1: x + 2ay - 1 = 0$ 与直线 $l_2: (3a - 1)x - ay - 1 = 0$ 平行，则 a 等于 ()。

- A. 0 B. $\frac{1}{6}$ C. 0或1 D. 0或 $\frac{1}{6}$

【答案】 D

【解析】 当 $a = 0$ 时，两直线的斜率都不存在，它们的方程分别是 $x = 1$, $x = -1$ ，显然两直线是平行的。

当 $a \neq 0$ 时，两直线的斜率都存在，故它们的斜率相等，

由 $\frac{1}{3a-1} = \frac{2a}{-a} \neq \frac{-1}{-1}$ ，解得： $a = \frac{1}{6}$ 。

综上， $a = 0$ 或 $\frac{1}{6}$ 。

故选 D。

【标注】 【知识点】 直线的平行

30. 2020~2021学年10月天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高二上学期月考第1题5分 ★

已知直线 l 过点 $(0, 3)$ ，且与直线 $x + y + 1 = 0$ 平行，则直线 l 的方程是 ()。

- A. $x + y - 3 = 0$ B. $x - y + 3 = 0$ C. $x + y - 2 = 0$ D. $x - y + 2 = 0$

【答案】 A

【解析】 $\because l$ 与直线 $x + y + 1 = 0$ 平行，

$$\therefore l: x + y + m = 0 (m \neq 1),$$

又 $\because l$ 过 $(0, 3)$,

$$\therefore 0 + 3 + m = 0,$$

$$\therefore m = -3,$$

$$\therefore l: x + y - 3 = 0.$$

故选 A.

【标注】【知识点】直线的平行

31. 2020~2021学年天津西青区张家窝中学高二上学期期中第15题3分 ★★

已知过点 $A(-2, m)$ 和 $B(m, 4)$ 的直线与直线 $2x + y + 1 = 0$ 平行, 则 m 的值为 _____.

【答案】 -8

【解析】 $\because$ 直线 $2x + y + 1 = 0$ 的斜率等于 -2 ,

$\therefore$ 过点 $A(-2, m)$ 和 $B(m, 4)$ 的直线的斜率 K 也是 -2 ,

$$\therefore \frac{4 - m}{m + 2} = -2, \text{ 解得: } m = -8.$$

【标注】【知识点】直线的平行

32. 2020~2021学年10月天津河东区天津市第一零二中学高二上学期月考第11题4分 ★★

与直线 $2x + 3y + 5 = 0$ 平行, 且在两坐标轴上截距的和为 6 的直线方程是 _____.

【答案】 $2x + 3y - \frac{36}{5} = 0$

【解析】 设直线 $2x + 3y + b = 0$,

$$x = 0, y = -\frac{b}{3}, \text{ 纵截距为 } -\frac{b}{3},$$

$$y = 0, x = -\frac{b}{2}, \text{ 横截距为 } -\frac{b}{2},$$

$$\therefore -\frac{b}{3} - \frac{b}{2} = 6,$$

$$\therefore b = -\frac{36}{5},$$

$$\therefore 2x + 3y - \frac{36}{5} = 0.$$

【标注】【知识点】直线的平行; 判定两条直线的位置关系

|| 包罗万象 举一千从

33. 2020~2021学年天津高二上学期期中(六校联考)第1题5分 ★★

“ $a = 1$ ”是“直线 $ax + 2y - 1 = 0$ 与直线 $x + (a + 1)y + 3 = 0$ 平行”的 () .

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】 A

【解析】 $\because$ 直线 $ax + 2y - 1 = 0$ 与直线 $x + (a + 1)y + 3 = 0$ 平行,

$$\therefore a(a + 1) = 2,$$

解得 $a = 1$, 或 $a = -2$,

$\therefore$ “ $a = 1$ ”是“直线 $ax + 2y - 1 = 0$ 与直线 $x + (a + 1)y + 3 = 0$ 平行”的充分不必要条件.

故选 A.

【标注】【知识点】充要条件与解析几何结合

|| 精进不休 日新月异

34. 2020~2021学年10月天津河西区天津市第四十二中学高二上学期月考第16题4分 ★★

过点 $A(-1, 5)$ 且与点 $M(2, 6)$ 、 $N(-4, -2)$ 距离相等的直线方程是 _____.

【答案】 $4x - 3y + 19 = 0$ 或 $x = -1$

【解析】 分以下两种情况讨论:

① 所求直线与直线 MN 平行, 由于直线 MN 的斜率为 $k_{MN} = \frac{6+2}{2+4} = \frac{4}{3}$, 且所求直线过点 $A(-1, 5)$, 此时, 所求直线的方程为 $y - 5 = \frac{4}{3}(x + 1)$, 即 $4x - 3y + 19 = 0$;

② 所求直线过线段 MN 的中点 $B(-1, 2)$, 由于所求直线过点 $A(-1, 5)$, 此时, 所求直线的方程为 $x = -1$.

综上所述, 所求直线方程为 $4x - 3y + 19 = 0$ 或 $x = -1$.

故答案为: $4x - 3y + 19 = 0$ 或 $x = -1$.

【标注】【知识点】直线的平行; 直线的垂直

35. 2020~2021学年天津高二上学期期中(六校联考)第11题5分 ★★

已知点 $A(1, 3)$ 和点 $B(5, 2)$ 到直线 l 的距离相等, 且 l 过点 $(3, -1)$, 则直线 l 的方程为 _____.

【答案】 $x + 4y + 1 = 0$ 或 $x - 3 = 0$

【解析】 $\because$ 点 $A(1, 3)$ 和点 $B(5, 2)$ 到直线 l 的距离相等,

$\therefore$ 直线 l 和直线 AB 平行, 或者直线 l 经过线段 AB 的中点.

若直线 l 和直线 AB 平行, 则它的斜率为 $\frac{2-3}{5-1} = -\frac{1}{4}$,

$\therefore l$ 过点 $(3, -1)$,

则直线 l 的方程为 $y + 1 = -\frac{1}{4}(x - 3)$, 即 $x + 4y + 1 = 0$.

若直线 l 经过线段 AB 的中点 $\left(3, \frac{5}{2}\right)$, l 过点 $(3, -1)$,

故直线 l 的方程为 $x = 3$, 即 $x - 3 = 0$.

综上所述, 直线 l 的方程为 $x + 4y + 1 = 0$, 或 $x - 3 = 0$.

故答案为: $x + 4y + 1 = 0$, 或 $x - 3 = 0$.

【标注】【知识点】直线的点斜式方程; 根据直线的位置关系求直线的方程

垂直关系

36. 2020~2021学年9月天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高二上学期月考第12题5分 ★★

经过点 $A(3, 2)$, 且与直线 $4x + y - 2 = 0$ 垂直的直线的方程为 _____.

【答案】 $x - 4y + 5 = 0$

【解析】 $\therefore$ 直线与 $4x + y - 2 = 0$ 垂直,

$\therefore$ 设该直线为 $x - 4y + m = 0$,

又 $\therefore$ 过 $(3, 2)$,

$\therefore 3 - 4 \times 2 + m = 0$,

$\therefore m = 5$,

$\therefore x - 4y + 5 = 0$ 为所求.

故答案为: $x - 4y + 5 = 0$.

【标注】【知识点】直线的垂直

37. 2020~2021学年天津南开区高二上学期期末第16题14分 ★★

求经过两直线 $2x - 3y - 3 = 0$ 和 $x + y + 2 = 0$ 的交点且与直线 $3x + y - 1 = 0$ 垂直的直线方程.

【答案】 $\left(-\frac{3}{5}, -\frac{7}{5}\right)$, $5x - 15y - 18 = 0$.

【解析】 由 $\begin{cases} 2x - 3y - 3 = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases}$ 得交点 $\left(-\frac{3}{5}, -\frac{7}{5}\right)$,

又直线 $3x + y - 1 = 0$ 斜率为 -3 ,

所求的直线与直线 $3x + y - 1 = 0$ 垂直,

所以所求直线的斜率为 $\frac{1}{3}$,

所求直线的方程为 $y + \frac{7}{5} = \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{5}\right)$,

化简得: $5x - 15y - 18 = 0$.

【标注】【知识点】根据直线的位置关系求直线的方程；两直线交点坐标

38. 2020~2021学年10月天津河西区天津市第四十二中学高二上学期月考第7题4分 ★★

已知直线 $l_1: ax + 4y - 2 = 0$ 与直线 $l_2: 2x - 5y + b = 0$ 互相垂直，垂足为 $(1, c)$ ，则 $a + b + c$ 的值为 () .

A. 20

B. -4

C. 0

D. 24

【答案】B

【解析】直线 l_1 的斜率为 $-\frac{a}{4}$ ，

直线 l_2 的斜率为 $\frac{2}{5}$ ，

由两直线垂直，可知 $-\frac{a}{4} \cdot \frac{2}{5} = -1$ ，

得 $a = 10$ ，

将垂足 $(1, c)$ 代入直线 l_1 的方程，得 $c = -2$ ，

把 $(1, -2)$ 代入直线 l_2 的方程，得 $b = -12$ ，

所以 $a + b + c = 10 - 12 - 2 = -4$.

故选 B .

【标注】【知识点】直线的垂直

|| 包罗万象 举一干从

39. 2020~2021学年12月天津津南区天津市咸水沽一中高二上学期月考第2题5分 ★★

“ $a = 1$ ”是“直线 $ax + (1 - a)y = 3$ 垂直于直线 $(a - 1)x + (2a + 3)y = 2$ ”的 () .

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】∵“直线 $l_1: ax + (1 - a)y = 3$ ”与直线 $l_2: (a - 1)x + (2a + 3)y = 2$ 互相垂直，

∴ $a(a - 1) + (1 - a)(2a + 3) = 0$ ，

即 $a = 1$ 或 $a = -3$ ，

根据充分必要条件的定义可判断：

“ $a = 1$ ”是“直线 $l_1: ax + (1 - a)y = 3$ ”与直线 $l_2: (a - 1)x + (2a + 3)y = 2$ 互相垂直的充分不必要条件，

故选 A .

【标注】【知识点】充要条件与解析几何结合；直线的垂直

40. 2020~2021学年10月天津和平区天津市耀华中学高二上学期月考第16题4分 ★★★

已知 a, b 为正数, 且直线 $x - (2b - 3)y + 6 = 0$ 与直线 $2bx + ay - 5 = 0$ 互相垂直, 则 $2a + 3b$ 的最小值为 _____ .

【答案】 $\frac{25}{2}$

【解析】 $\because$ 直线 $x - (2b - 3)y + 6 = 0$ 与直线 $2bx + ay - 5 = 0$ 互相垂直,

$$\therefore 2b - (2b - 3)a = 0,$$

$$\therefore 3a + 2b = 2ab, \text{ 两边同除以 } 2ab \text{ 可得 } \frac{3}{2b} + \frac{1}{a} = 1,$$

$\because a, b$ 都是正实数,

$$\therefore 2a + 3b = (2a + 3b) \left(\frac{3}{2b} + \frac{1}{a} \right)$$

$$= 2 + \frac{9}{2} + \frac{3a}{b} + \frac{3b}{a}$$

$$\geq \frac{13}{2} + 2\sqrt{\frac{3b}{a} \cdot \frac{3a}{b}}$$

$$= \frac{13}{2} + 6$$

$$= \frac{25}{2},$$

当且仅当 $\frac{3b}{a} = \frac{3a}{b}$, 即 $a = b = \frac{5}{2}$ 时, 上式取到最小值 $\frac{25}{2}$.

故答案为: $\frac{25}{2}$.

【标注】【知识点】直线的垂直; 利用基本不等式求最值