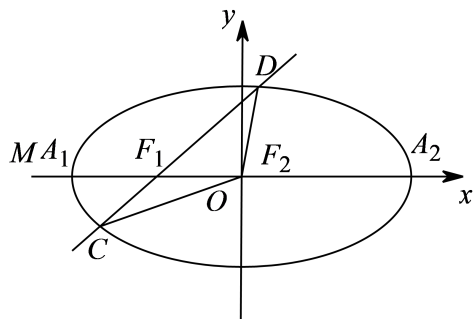


直线与椭圆的位置关系（一）练习题

1. 直线 $y = kx + 2$ 与椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ 的公共点个数为 ().
A. 0 B. 1 C. 2 D. 以上都不对
2. 已知斜率为2的直线经过椭圆 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的右焦点 F_2 ，与椭圆相交于 A 、 B 两点，则弦 AB 的长为 ____ .
3. 已知椭圆： $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ ，过上焦点 F 作斜率为1的直线交椭圆于 A ， B 两点，求弦 AB 的长 .
4. 已知椭圆 $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ ，过左焦点 F 作倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$ 的直线交椭圆于 A ， B 两点，求弦 AB 的长 .
5. 已知椭圆 $4x^2 + y^2 = 1$ 及直线 $y = x + m$.
若直线被椭圆截得的弦长为 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ，求直线的方程 .
6. 已知椭圆的两焦点为 $F_1(-2\sqrt{3}, 0)$ ， $F_2(2\sqrt{3}, 0)$ ，离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
(1) 求此椭圆的方程 .
(2) 设直线 $l: y = x + m$ ，若 l 与此椭圆相交于 P ， Q 两点，且 $|PQ|$ 等于椭圆的短轴长，求 m 的值 .
7. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ ，若 A ， B ， C ， D 是椭圆上异于顶点且不重合的四个点， AC 与 BD 相交于点 F_1 ，且 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ ，求 $\frac{|AC|}{|BD|}$ 的取值范围 .
8. 如图，已知椭圆的中心在坐标原点，焦点 F_1 ， F_2 ，在 x 轴上，长轴 A_1A_2 的长为4， x 轴上一点 $M(-\frac{a^2}{c}, 0)$ ， $|\overrightarrow{MA_1}| = 2|\overrightarrow{A_1F_1}|$.



- (1) 求椭圆的方程 .
- (2) 过左焦点 F_1 且斜率为1的直线 l 与椭圆相交于 C 、 D 两点，求 $\triangle OCD$ 的面积 .
9. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率等于 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，点 $B(0, 1)$ 在椭圆 C 上 .

(1) 求椭圆 C 的方程.

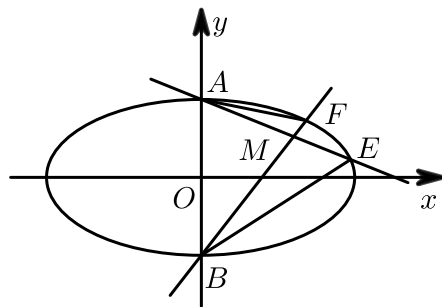
(2) 点 Q 是椭圆上位于 x 轴下方一点, F_1 、 F_2 分别是椭圆的左、右焦点, 直线 QF_1 的倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$, 求 $\triangle QF_1F_2$ 的面积.

10. 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个顶点为 $A(2, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 直线 $y = k(x - 1)$ 与椭圆 C 交于不同的两点 M 、 N .

(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 当 $\triangle AMN$ 的面积为 $\frac{\sqrt{10}}{3}$ 时, 求 k 的值.

11. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 其短轴的端点分别为 A 、 B , $|AB| = 2$, 且直线 AM , BM 分别与椭圆 C 交于 E 、 F 两点, 其中点 $M\left(m, \frac{1}{2}\right)$, 满足 $m \neq 0$, 且 $m \neq \pm\sqrt{3}$.



(1) 求椭圆 C 的标准方程.

(2) 若 $\triangle BME$ 面积是 $\triangle AMF$ 面积的5倍, 求 m 的值.

12. 过点 $P(3, 0)$ 的直线 l 与椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 相交于 M 、 N 两点, 椭圆 E 与 x 轴正半轴交于点 A , 则三角形 AMN 的面积的最大值为 _____.

13. 过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点 F 作直线 $x + y - \sqrt{3} = 0$ 交椭圆于 M 、 N 两点, H 为线段 MN 的中点, 且 OH 的斜率为 $\frac{1}{4}$, 设点 $A\left(1, \frac{1}{2}\right)$.

(1) 求该椭圆的方程.

(2) 过原点的直线交椭圆于 B 、 C 两点, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

14. 已知点 $A(0, -2)$, 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, F 是椭圆的右焦点, 直线 AF 的斜率为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, O 为坐标原点.

(1) 求 E 的方程.

(2) 设过点 A 的动直线 l 与 E 相交于 P 、 Q 两点, 当 $\triangle OPQ$ 的面积最大时, 求 l 的方程.

15. 已知点 M 、 N 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右顶点, F 为其右焦点, $|FM|$ 与 $|FN|$ 的等比中项是 $\sqrt{3}$, 椭圆的离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程.

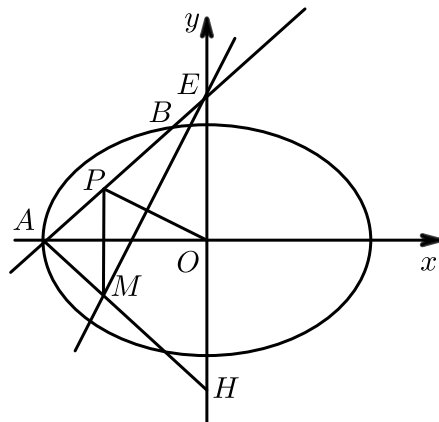
(2) 设不过原点 O 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 若直线 OA, AB, OB 的斜率依成等比数列, 求 $\triangle OAB$ 面积的取值范围.

16. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的通经长为1, F_1, F_2 分别为椭圆的左, 右焦点, 椭圆的上顶点为 A , $\angle AF_1F_2 = 30^\circ$.

(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 设过点 $M(0, -2)$ 的动直线 l 与椭圆 C 相交于 P, Q 两点, 当 $\triangle APQ$ 的面积最大时, 请求直线 l 的方程.

17. 如图, 已知离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $A(-2, 0)$, 斜率为 $k (k \neq 0)$ 的直线 l 交椭圆于 A, B 两点, 交 y 轴于点 E , 点 P 为线段 AB 的中点.



(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 若点 E 关于 x 轴的对称点为 H , 过点 E 且与 OP 垂直的直线交直线 AH 于点 M 求 $\triangle MAP$ 面积的最大值.

18. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 短轴一个端点到右焦点的距离为 $\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的方程.

(2) 设直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 坐标原点 O 到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.

19. 平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 左、右焦点分别是 F_1, F_2 . 以 F_1 为圆心, 以3为半径的圆与以 F_2 为圆心, 以1为半径的圆相交, 且交点在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设椭圆 $E: \frac{x^2}{4a^2} + \frac{y^2}{4b^2} = 1$, P 为椭圆 C 上任意一点, 过点 P 的直线 $y = kx + m$ 交椭圆 E 于 A, B 两点, 射线 PO 交椭圆 E 于点 Q .

①

求 $\frac{|OQ|}{|OP|}$ 的值；

② 求 $\triangle ABQ$ 面积的最大值．

20. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$ ，以椭圆长、短轴四个端点为顶点的四边形的面积为 $4\sqrt{3}$ ．

(1) 求椭圆 C 的方程．

(2) 如图所示，记椭圆的左、右顶点分别为 A 、 B ，当动点 M 在定直线 $x = 4$ 上运动时，直线 AM 、 BM 分别交椭圆于两点 P 、 Q ，求四边形 $APBQ$ 面积的最大值．

