

数列求和练习题

- 已知 $p(x) = \frac{3^x}{3^x + \sqrt{3}}$, 则
 - (1) $p(0) + p(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.
 - (2) $p\left(\frac{1}{2014}\right) + p\left(\frac{2}{2014}\right) + \cdots + p\left(\frac{2012}{2014}\right) + p\left(\frac{2013}{2014}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 3a_n + 2$.
 - (1) 求证: 数列 $\{a_n + 1\}$ 是等比数列, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.
 - (2) 设 $b_n = n \cdot (a_n + 1)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = \frac{3n^2 - n}{2} (n \in \mathbf{N}^*)$, 正项等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1$, $b_5 = a_6$.
 - (1) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式.
 - (2) 设 $c_n = a_n \cdot b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .
- 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其前 n 项和为 S_n , $\{b_n\}$ 是等比数列, 且 $a_1 = 1$, $b_1 = 2$, $a_4 + b_4 = 23$, $S_4 = b_4$.
 - (1) 求数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 的通项公式.
 - (2) 若 $c_n = a_n b_n (n \in \mathbf{N}^*)$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_n .
- 求数列 $1, 3a, 5a^2, 7a^3, \dots, (2n-1)a^{n-1}$ 的前 n 项和.
- 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_n = 2n^2$, 数列 $\{b_n\}$ 为等比数列, 且 $a_1 = b_1$, $b_2(a_2 - a_1) = b_1$.
 - (1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.
 - (2) 设 $c_n = \frac{a_n}{b_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .
- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 3$, 公比 $q \neq 1$, 等差数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1$, $b_4 = a_2$, $b_{13} = a_3$.
 - (1) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式.
 - (2) 记 $c_n = (-1)^n b_n + a_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .
- 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和是 S_n , $b_4 - b_2 = 12$, $S_4 + 2S_2 = 3S_3$. 已知 $a_1 = 3$, $a_3 = b_3 + 1$.
 - (1) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.
 - (2) 设数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = \begin{cases} 1, & n \text{ 为奇数} \\ b_{\frac{n}{2}}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 求 $a_1 c_1 + a_2 c_2 + a_3 c_3 + \cdots + a_{2n} c_{2n} (n \in \mathbf{N}^*)$.
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n^2 + n}{2}$, $n \in \mathbf{N}^*$.
 - (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 记 $b_n = a_n \cdot 2^{a_n} + (-1)^n a_n$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n} .

10. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$, $\{b_n\}$ 是首项为 2 的等比数列, 且公比大于 0, $b_2 + b_3 = 12$, $b_3 = a_4 - 2a_1$, $S_{11} = 11b_4$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.

(2) 设 $R_n = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$, $T_n = a_1 b_1 - a_2 b_2 + \cdots + (-1)^{n-1} \cdot a_n b_n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 求:

$$R_{2n} + 3T_{2n} + 2^{2n+3}.$$

11. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 且对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, 都有 $a_{n+1} = a_n + n + 1$, 则数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 100 项的和为 ().

A. $\frac{101}{100}$

B. $\frac{200}{101}$

C. $\frac{99}{100}$

D. $\frac{101}{200}$

12. 已知数列 $\{a_n\}$: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3} + \frac{2}{3}, \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4}, \cdots, \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \cdots + \frac{9}{10}, \cdots$, 若 $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$, 那么数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n 为 ().

A. $\frac{n}{n+1}$

B. $\frac{4n}{n+1}$

C. $\frac{3n}{n+1}$

D. $\frac{5n}{n+1}$

13. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \cdots + (2n-1)a_n = 2n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\left\{\frac{a_n}{2n+1}\right\}$ 的前 n 项和.

14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d > 0$, 首项 $a_1 = 1$, 且 $2a_1, a_2 + 1, a_3 + 3$ 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 求数列 $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 P_n .

15. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $2a_2 + a_3 + a_5 = 20$, 且前 10 项和 $S_{10} = 100$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 若 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 其中 $a_2 + a_3 = 8$, $a_5 = 3a_2$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 记 $b_n = \frac{2}{a_n a_{n+1}}$, 设 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求最小的正整数 n , 使得 $S_n > \frac{2018}{2019}$.

17. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\{b_n\}$ 是等比数列, 且 $b_2 = 3$, $b_3 = 9$, $a_1 = b_1$, $a_{14} = b_4$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(2) 设 $c_n = a_n + b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和.

18. 数列 $1 + \frac{1}{2}, 2 + \frac{1}{4}, 3 + \frac{1}{8}, 4 + \frac{1}{16}, \cdots$ 的前 n 项和为 ().

A.

B.

$$2 - \frac{1}{2^n} - \frac{n}{2^{n+1}}$$

C. $\frac{n}{2}(n+1) + 1 - \frac{1}{2^n}$

$$2 - \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{n}{2^n}$$

D. $\frac{n(n+1)}{2} + 1 - \frac{1}{2^{n-1}}$

19. 已知数列的通项公式 $a_n = (-1)^{n-1}(4n-3)$, 则其前 n 项和为 $S_n = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 已知函数 $f(x)$ 的图象经过点 $(1, \lambda)$, 且对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+1) = f(x) + 2$, 数列 $\{a_n\}$ 满足

$$a_1 = \lambda - 2, a_{n+1} = \begin{cases} 2^n, & n \text{ 为奇数} \\ f(a_n), & n \text{ 为偶数} \end{cases} .$$

(1) 求 $f(n) (n \in \mathbf{N}^*)$ 的表达式 .

(2) 设 $\lambda = 3$, 求 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2n}$.

(3) 若对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 总有 $a_n a_{n+1} < a_{n+1} a_{n+2}$, 求实数 λ 的取值范围 .