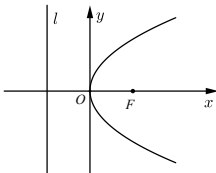
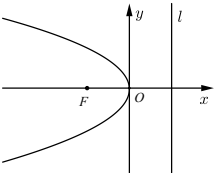
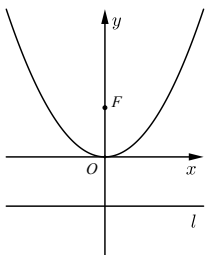
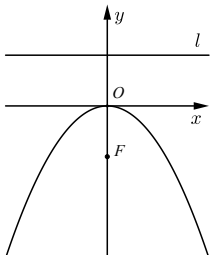


03抛物线性质综合应用

1. 抛物线的概念及性质

1. 抛物线的基本概念与基础性质

定义						
图像						
标准方程						
x,y的范围						
焦点						
准线方程						
焦半径						
焦点弦						
顶点坐标						
焦准距						
离心率						

【特别说明】

- ①**焦半径**：设 M 是抛物线上一点，焦点为 F ，则线段 MF 叫作抛物线的**焦半径**
- ②**焦点弦**：抛物线过焦点 F 的一条弦，记作**焦点弦**
- ③**焦准距**：抛物线的焦点到它的准线的距离，叫做**焦准距**

2. 抛物线的通径

(1) 定义：过焦点且与焦点所在的轴垂直的直线与抛物线交于点 M_1 ， M_2 ，线段 M_1M_2 叫作抛物线的**通径**。

(2) 长度：将 $x_0 = \frac{p}{2}$ 代入 $y^2 = 2px$ 得 $y = \pm p$ ，故抛物线 $y^2 = 2px$ 的通径长为 $2p$ 。

(3) 通径是所有焦点弦中**最短**哒！

2. 抛物线的具体题型

🔗 抛物线的方程

1. 抛物线 $y = ax^2$ 的准线方程是 $y = 2$, 则 a 的值为 ().
A. -8 B. 8 C. $-\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$
2. 抛物线 $y = 4x^2$ 的焦点到准线的距离是 ().
A. 4 B. 2 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$
3. 若抛物线 $x^2 = 2py (p > 0)$ 的准线经过双曲线 $y^2 - x^2 = 1$ 的一个焦点, 则 $p =$ _____ .
4. 以抛物线 $x^2 = 16y$ 的焦点为圆心, 且与抛物线的准线相切的圆的方程为 _____ .
5. 已知定点 $A(2, 0)$, 它与抛物线 $y^2 = x$ 上的动点 P 连线的中点 M 的轨迹方程为 ().
A. $y^2 = x - 1$ B. $y^2 = \frac{1}{2}(x - 1)$
C. $y^2 = 2(x - 1)$ D. $y^2 = 4(x - 1)$
6. 已知直线 $(2a + 1)x + (3a - 1)y - 4a + 3 = 0 (a \in \mathbf{R})$ 恒过定点 p , 则过点 p 抛物线的标准方程是 ().
A. $y^2 = -\frac{1}{2}x$ 或 $x^2 = 4y$
B. $x^2 = -\frac{1}{2}y$ 或 $y^2 = 4x$
C. $x^2 = \frac{1}{2}y$ 或 $y^2 = -4x$
D. $y^2 = \frac{1}{2}x$ 或 $x^2 = -4y$
7. 顶点在原点, 对称轴是 y 轴, 且顶点与焦点的距离等于6的抛物线标准方程是 _____ .
8. 已知抛物线的准线是圆 $x^2 + y^2 - 4 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 + y - 3 = 0$ 的公共弦所在的直线, 则抛物线的标准方程为 ().
A. $y^2 = 4x$ B. $y^2 = -4x$ C. $x^2 = 4y$ D. $x^2 = -4y$

🔗 双曲线与抛物线的综合简单题

9. 双曲线 $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{n} = 1 (m > 0, n > 0)$ 的离心率为2, 有一个焦点与抛物线 $y^2 = 4mx$ 的焦点重合, 则 n 的值为 _____ .
10. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线与圆 $(x - 3)^2 + y^2 = 225$ 相切, 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程是 $y = \sqrt{3}x$, 它的一个焦点是该抛物线的焦点, 则双曲线实轴长 _____ .
11. _____ .

已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为2. 若抛物线 $C_2: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点到双曲线 C_1 的渐近线的距离为2, 则抛物线 C_2 的方程为_____.

12. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点 F 恰好是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点, 且两条曲线的交点连线过 F , 则双曲线的离心率为().

A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{2} + 1$ D. $\sqrt{2} - 1$

13. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线与抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线分别交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 若双曲线的离心率为2, $\triangle AOB$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 则 $p =$ ().

A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3

🔴 抛物线的定义及应用

14. 圆心在抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 (x < 0)$ 上, 并且与直线 $y = -1$ 及 y 轴都相切的圆的方程是().

A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
 B. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 2$
 C. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
 D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$

🔴 焦半径、焦点弦

15. 已知 O 为坐标原点, F 为抛物线 $C: y^2 = 4\sqrt{2}x$ 的焦点, P 为 C 上一点, 若 $|PF| = 4\sqrt{2}$, 则 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{FP} =$ ().

A. 6 B. 12 C. 36 D. 42

16. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , M, N 是抛物线上两个不同的点. 若 $|MF| + |NF| = 5$, 则线段 MN 的中点到 y 轴的距离为().

A. 3 B. $\frac{3}{2}$ C. 5 D. $\frac{5}{2}$

17. 在平面直角坐标系 xOy 中, F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, M 为抛物线 C 上一点, 若 $|MF| = 2p$, $S_{\triangle OFM} = 4\sqrt{3}$, 则 p 的值为().

A. 8 B. 4 C. 2 D. 1

18. 已知抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点为 F , 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 是抛物线上的两个动点, 若满足 $y_1 + y_2 + 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}|AB|$, 则 $\angle AFB$ 的最大值是().

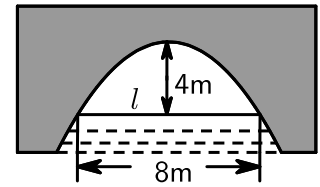
A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$
 C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

🔴 最短距离问题

19. 点 P 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上一动点, 则点 P 到点 $A(0, -1)$ 的距离与到直线 $x = -1$ 的距离之和的最小值是 _____ .
20. 已知 P 为抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上的动点, 点 P 在 x 轴上的射影为 M , 点 A 的坐标是 $(6, \frac{17}{2})$, 则 $|PA| + |PM|$ 的最小值是()
 A. 8 B. $\frac{19}{2}$ C. 10 D. $\frac{21}{2}$
21. 已知抛物线 $C: x^2 = 8y$ 的焦点为 F , O 为原点, 点 P 是抛物线 C 的准线上的一动点, 点 A 在抛物线 C 上, 且 $|AF| = 4$, 则 $|PA| + |PO|$ 的最小值为() .
 A. $4\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{13}$ C. $3\sqrt{13}$ D. $4\sqrt{6}$
22. 已知点 P 在抛物线 $y^2 = 4x$ 上, 则点 P 到点 $Q(2, -1)$ 的距离与到点 P 到抛物线的焦点 F 的距离之和取得最小值时, 点 P 的坐标为() .
 A. $(\frac{1}{4}, 1)$ B. $(\frac{1}{4}, -1)$
 C. $(1, 2)$ D. $(1, -2)$
23. 已知点 P 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上的一个动点, 点 Q 是圆 $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1$ 上的一个动点, 点 $N(1, 0)$ 是一个定点, 则 $|PQ| + |PN|$ 的最小值为 _____ (用数字填写) .
24. 点 $A(3, 2)$, F 为抛物线 $y^2 = 2x$ 的焦点, 点 P 是抛物线上一动点, 则 $PA + PF$ 取得最小值时 P 的坐标是() .
 A. $(0, 0)$ B. $(1, 1)$
 C. $(2, 2)$ D. $(2, 1)$
25. 已知点 P 是抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点, 设点 P 到此抛物线的准线的距离为 d_1 , 到直线 $x + 2y - 12 = 0$ 的距离为 d_2 , 则 $d_1 + d_2$ 的最小值是() .
 A. 5 B. 4
 C. $\frac{11}{5}\sqrt{5}$ D. $\frac{11}{5}$

综合应用

26. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , $P(1, y_0)$ 是抛物线上一点, 过点 P 向抛物线 C 的准线 l 引垂线, 垂足为 D , 若 $\triangle PDF$ 为等边三角形, 则 $p =$ _____ .
27. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 准线与 x 轴的交点为 K , 点 A 在 C 上且 $|AK| = \sqrt{2}|AF|$, 则 $\triangle AFK$ 的面积为() .
 A. 4 B. 8 C. 16 D. 32
28. 如图所示是抛物线形拱桥, 当水面在 l 位置时, 拱顶离水面 4m , 水面宽 8m , 则水位下降 1m 后(水足够深), 水面的宽度为() .



A. $4\sqrt{5}\text{m}$

B. $4\sqrt{6}\text{m}$

C. $6\sqrt{5}\text{m}$

D. $6\sqrt{6}\text{m}$