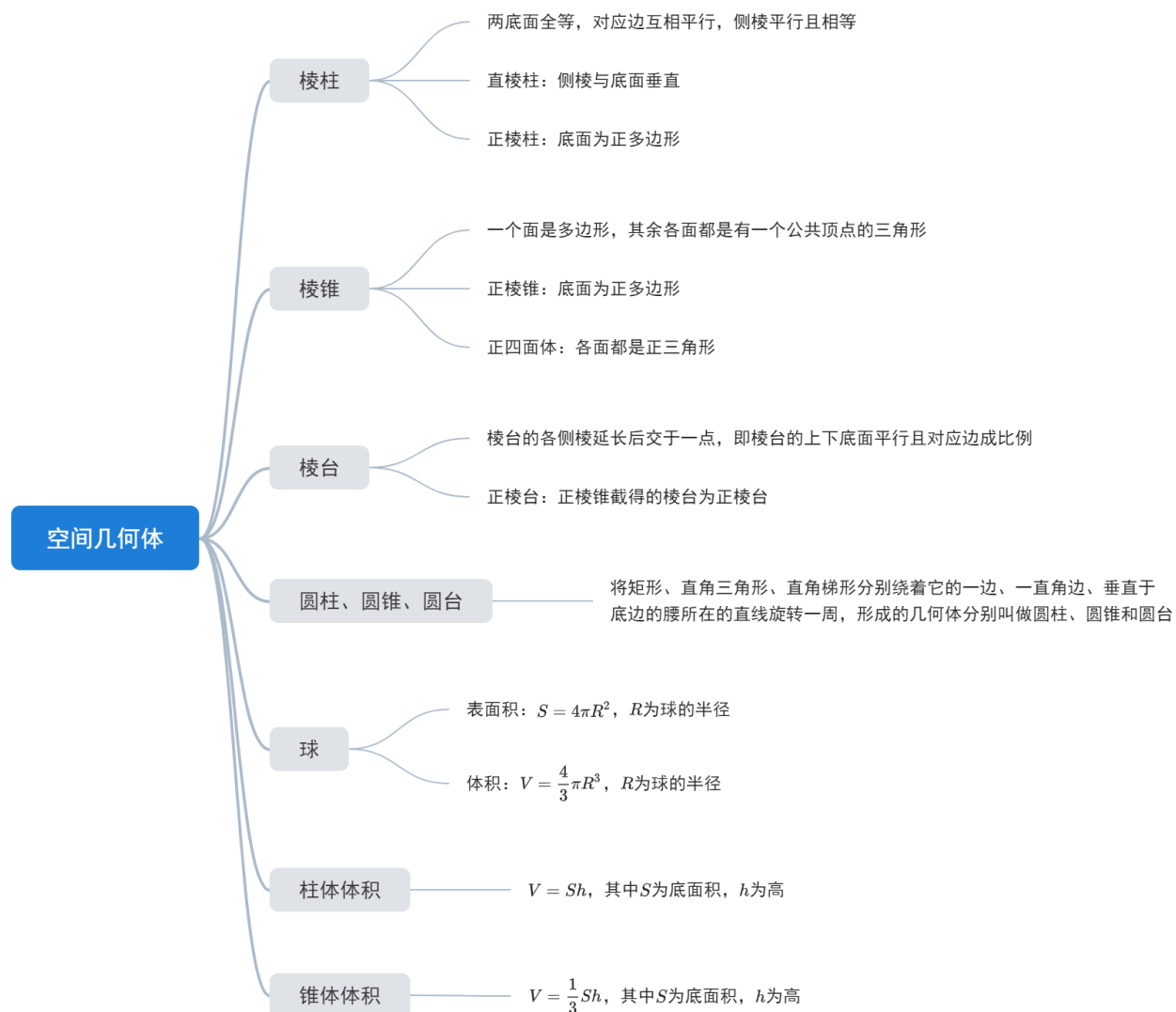


01空间几何体

1. 空间几何体



空间几何体

1. 下列命题是真命题的是（ ）.

- A. 有两个面相互平行，其余各面都是平行四边形的多面体是棱柱
- B. 正四面体是四棱锥
- C. 有一个面是多边形，其余各面都是三角形的多面体叫做棱锥
- D. 正四棱柱是平行六面体

2. 下列命题中正确的是（ ）.

- A. 用一个平面去截棱锥，棱锥底面和截面之间的部分是棱台
- B. 两个底面平行且相似，其余各面都是梯形的多面体是棱台

C. 棱台的底面是两个相似的正方形

D. 棱台的侧棱延长后必交于一点

3. 下列命题正确的是 () .

A. 棱锥是由一个底面为多边形, 其余各面为具有公共顶点的三角形围成的几何体

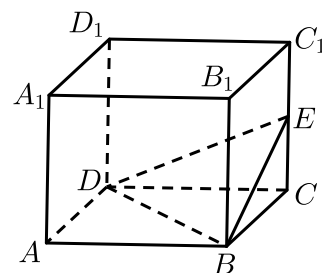
B. 用一个平面去截棱锥, 棱锥底面和截面之间的部分为棱台

C. 有两个面互相平行, 其余四个面都是等腰梯形的六面体为棱台

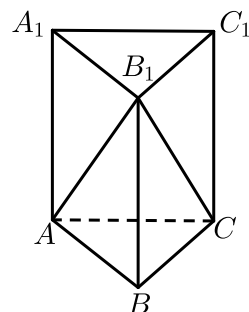
D. 一个正方形按不同方向平移所得几何体都是正方体

表面积与体积

4. 如图, 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积是 120, E 为 CC_1 的中点, 则三棱锥 $E - BCD$ 的体积是 _____ .



5. 已知高为 3 的棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的底面是边长为 1 的正三角形, 如图, 则三棱锥 $B - AB_1C$ 的体积为 () .



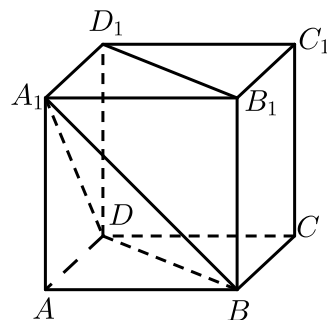
A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

6. 如图, 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 则四棱锥 $A_1 - BB_1D_1D$ 的体积为 _____ .



7. 已知圆锥的母线长为 10cm, 侧面积为 $60\pi\text{cm}^2$, 则此圆锥的体积为 _____ cm^3 .

8. 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题：“今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺．问：积及为米几何？”其意思为：“在屋内墙角处堆放米（如图，米堆为一个圆锥的四分之一），米堆底部的弧长为8尺，米堆的高为5尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少？”已知1斛米的体积约为1.62立方尺，圆周率约为3，估算出堆放的米约有（ ）．



- A. 14斛 B. 22斛 C. 36斛 D. 66斛
9. 一个圆柱的侧面展开图是一个正方形，这个圆柱的全面积与侧面积的比是（ ）．
- A. $\frac{1+2\pi}{2\pi}$ B. $\frac{1+4\pi}{4\pi}$ C. $\frac{1+2\pi}{\pi}$ D. $\frac{1+4\pi}{2\pi}$
10. 如果两个球的体积之比为8:27，那么两个球的表面积之比为（ ）．
- A. 8:27 B. 2:3 C. 4:9 D. 2:9

2. 外接球与内切球

🔴 正方体（长方体）外接球

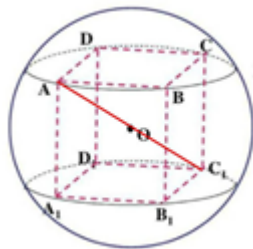


图1-1

长方体外接球： $2R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ （ a, b, c 分别为长方体的长、宽、高）；

正方体外接球： $2R = \sqrt{3}a$ （ a 为正方体的棱长）．

11. 已知一个长方体的同一个顶点出发的三条棱长分别为1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$ ，则这个长方体外接球的表面积为_____．
12. 棱长为1的正方体的外接球半径为多少？长宽高分别为1、2、3的长方体的外接球半径又是多少？

🔴 正棱锥外接球

13. 正四棱锥的顶点都在同一球面上，若该棱锥的高为4，底面边长为2，则该球的体积为_____．
14. 正四棱锥的顶点都在同一球面上，若该棱锥的高为4，底面边长为2，则该球的表面积为（ ）．

A. $\frac{81\pi}{4}$

B. 16π

C. 9π

D. $\frac{27\pi}{4}$

15. 底面是边长为 1 的正方形，侧面是等边三角形的四棱锥的外接球的体积为 () .

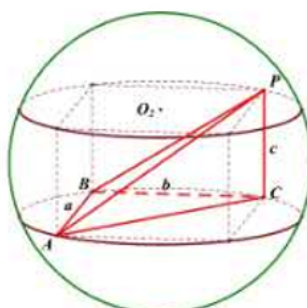
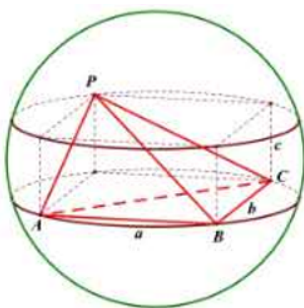
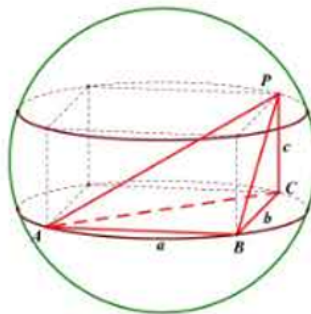
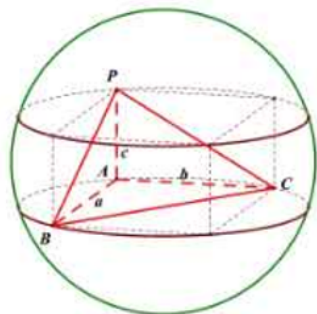
A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$

🕒 墙角模型 (三条线两两垂直)



16. 三棱锥 $P-ABC$ 中, PA, PB, PC 两两垂直, $PA=1, PB=PC=\sqrt{2}$, 已知空间中有一个点到这四个点距离相等, 则这个距离是 _____ .

17. 已知底面边长为 1, 侧棱长 $\sqrt{2}$ 的正四棱柱的各顶点均在同一球面上, 则该球的体积为 () .

A. $\frac{32\pi}{3}$

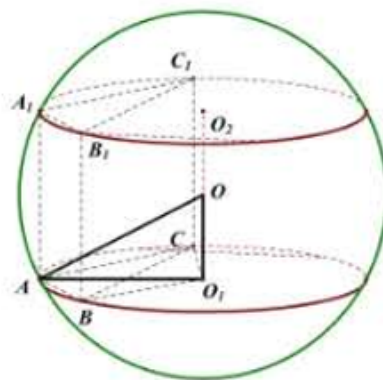
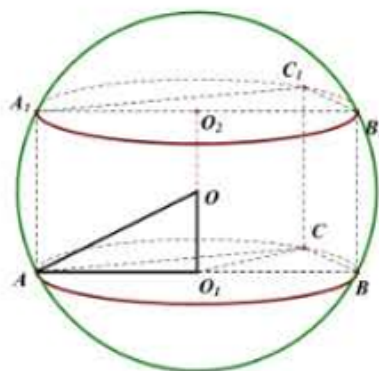
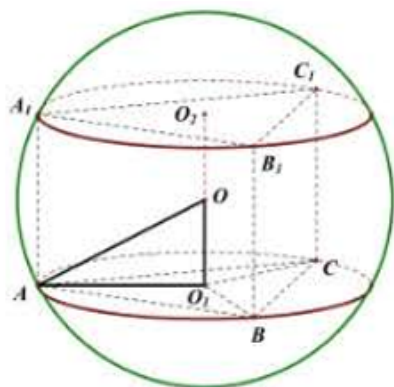
B. 4π

C. 2π

D. $\frac{4\pi}{3}$

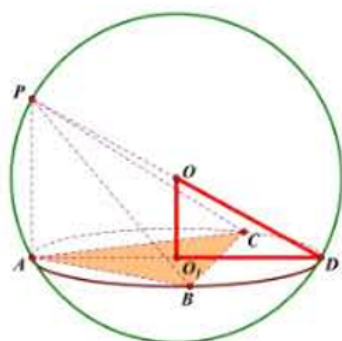
18. 若三棱锥的三个侧面两两垂直, 且侧棱长均为 $\sqrt{3}$, 则其外接球的表面积是 _____ .

🕒 汉堡模型 (直棱柱的外接球, 圆柱的外接球)



19. 已知正四棱柱的底面边长为 2，侧面积为 24，则此正四棱柱的外接球表面积为 _____ .
20. 正三棱柱的底面边长为 $\sqrt{3}$ ，高为 2，则这个三棱柱的外接球的表面积为 () .
- A. 4π B. $8\sqrt{2}\pi$ C. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$ D. 8π
21. 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧棱垂直于底面，各顶点都在同一球面上，若该棱柱的体积为 $\sqrt{3}$ ， $AB = 2$ ， $AC = 1$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，则此球的表面积等于 () .
- A. 8π B. 9π C. 10π D. 11π

 垂面模型（一条侧棱垂直于底面）



如图： $PA \perp$ 平面 ABC

22. 已知三棱锥 $S - ABC$ 中，底面 ABC 为边长等于 $\sqrt{3}$ 的等边三角形， SA 垂直于底面 ABC ， $SA = 1$ ，那么三棱锥 $S - ABC$ 的外接球的表面积为 () .
- A. 2π B. 4π C. 5π D. 6π
23. 在三棱锥 $P - ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC ，且 $\triangle ABC$ 为等边三角形， $AP = AB = 2$ ，则三棱锥 $P - ABC$ 的外接球的表面积为 () .
- A. $\frac{27}{2}\pi$ B. $\frac{28}{3}\pi$ C. $\frac{26}{3}\pi$ D. $\frac{25}{2}\pi$
24. 在四面体 $S - ABC$ 中， $SA \perp$ 平面 ABC ， $\angle BAC = 120^\circ$ ， $SA = AC = 2$ ， $AB = 1$ ，则该四面体的外接球的表面积为 () .
- A. 11π B. 7π C. $\frac{10\pi}{3}$ D. $\frac{40\pi}{3}$

 内切球问题

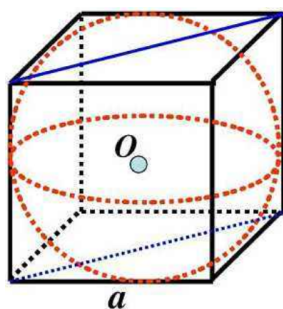


图1：正方体内切球

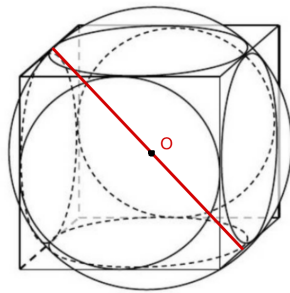


图2：正方体棱切球

【1】如图 1，正方体内切球直径： $2R = a$ （ a 为正方体棱长）

【2】如图 2 正方体的棱切球直径=面对角线长，即 $2R = \sqrt{2}a$ （ a 为正方体棱长）

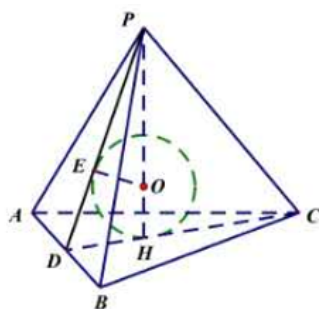


图3：正三棱锥内切球

25. 若一个正三棱柱存在外接球与内切球，则它的外接球与内切球表面积之比为（ ）。

- A. 3 : 1 B. 4 : 1 C. 5 : 1 D. 6 : 1

26. 正四面体的内切球和外接球的半径之比为（ ）。

- A. 1 : 2 B. 1 : 3 C. 1 : 4 D. 1 : 9

27. 已知正三棱锥 $P - ABC$ 的底面的边长为 6，侧棱长为 $\sqrt{21}$ ，则该三棱锥的内切球的半径为 _____

3. 空间中的位置关系

平行关系

【线面平行的判定】

如果不在一个平面内的一条直线和平面内的一条直线平行，那么这条直线和这个平面平行。

符号语言： $l \not\subset \alpha, l // m, m \subset \alpha \Rightarrow l // \alpha$ ；

【线面平行的性质】

如果一条直线和一个平面平行，经过这条直线的平面和这个平面相交，那么这条直线和两平面的交线平行。

符号语言： $l // \alpha, l \subset \beta, \alpha \cap \beta = m \Rightarrow l // m$ ；

【面面平行的判定】

如果一个平面内有两条相交直线平行于另一个平面，那么这两个平面平行。

符号语言： $l \subset \alpha, m \subset \alpha, l \cap m = A, l // \beta, m // \beta \Rightarrow \alpha // \beta$;

【面面平行的性质】

如果两个平行平面同时与第三个平面相交，那么它们的交线平行。

符号语言： $\alpha // \beta, \alpha \cap \gamma = m, \beta \cap \gamma = n \Rightarrow m // n$;

垂直关系

【线面垂直的判定】

如果一条直线与平面内的两条相交直线垂直，则这条直线与这个平面垂直

符号语言： $a \perp b, a \perp c, b \subset \alpha, c \subset \alpha, b \cap c = A \Rightarrow a \perp \alpha$,

【线面垂直的性质】

如果两条直线垂直于同一个平面，那么这两条直线平行。

符号语言： $m \perp \alpha, n \perp \alpha \Rightarrow m // n$ 。

【面面垂直的判定】

如果一个平面经过另一个平面的一条垂线，那么这两个平面互相垂直。

符号语言： $l \subset \alpha, l \perp \beta \Rightarrow \alpha \perp \beta$ 。

【面面垂直的性质】

如果两个平面垂直，那么在一个平面内垂直于它们交线的直线垂直于另一个平面。

符号语言： $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = m, n \subset \alpha, n \perp m \Rightarrow n \perp \beta$ 。

28. 已知 m, n 是两条不重合的直线， α, β, γ 是三个两两不重合的平面，给出下列四个命题：

- ①若 $m \perp \alpha, m \perp \beta$ ，则 $\alpha // \beta$;
- ②若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \alpha$ ，则 $\alpha // \beta$;
- ③若 $m // \alpha, n // \beta, m // n$ ，则 $\alpha // \beta$;
- ④若 m, n 是异面直线， $m \perp \alpha, m // \beta, n \perp \beta, n // \alpha$ ，则 $\alpha \perp \beta$ ，其中真命题是 ()。

A. ①和② B. ①和③ C. ③和④ D. ①和④

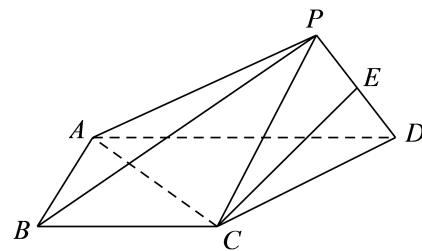
29. 已知直线 l, m ，平面 α, β 且 $l \perp \alpha, m \subset \beta$ ，给出下列四个命题：

- ①若 $\alpha // \beta$ ，则 $l \perp m$;
- ②若 $l \perp m$ ，则 $\alpha // \beta$;
- ③若 $\alpha \perp \beta$ ，则 $l // m$;
- ④若 $l // m$ ，则 $\alpha \perp \beta$ 。

其中正确的命题个数为()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

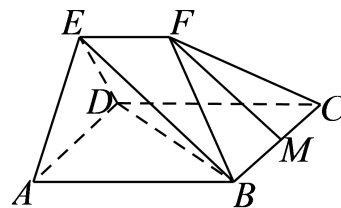
30. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AD // BC, AB \perp BC, AB = BC = PC = PD = 1, AD = 2, \angle APD = 90^\circ, E$ 为 PD 的中点。



(1) 求证： $CE \parallel$ 平面 PAB .

(2) 求证： $AC \perp$ 平面 PCD .

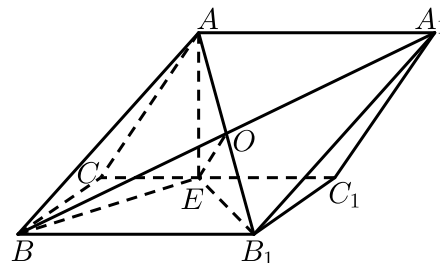
31. 已知：平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 45^\circ$ ， $AB = \sqrt{2}AD = 2\sqrt{2}$ ，平面 $AED \perp$ 平面 $ABCD$ ， $\triangle AED$ 为等边三角形， $EF \parallel AB$ ， $EF = \sqrt{2}$ ， M 为线段 BC 的中点 .



(1) 求证：直线 $MF \parallel$ 平面 BED .

(2) 求证：平面 $BED \perp$ 平面 EAD .

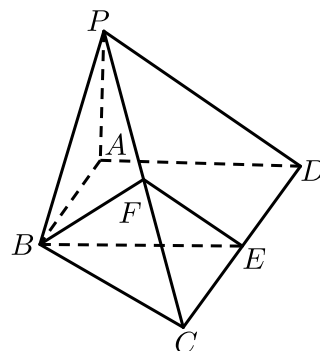
32. 如图，斜三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，平面 $ACC_1A_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 ， E 为棱 CC_1 的中点， A_1B 与 AB_1 交于点 O ，若 $AC = CC_1 = 2BC = 2$ ， $\angle ACC_1 = \angle CBB_1 = 60^\circ$.



(1) 证明：直线 $OE \parallel$ 平面 ABC .

(2) 证明：平面 $ABE \perp$ 平面 AB_1E .

33. 如图，在四棱锥 $P - ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB \perp AD$ ， $CD = 2AB$ ，平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$ ， $PA \perp AD$ ， E 和 F 分别是 CD 和 PC 的中点，求证：



(1) $PA \perp$ 底面 $ABCD$.

(2) $BE \parallel$ 平面 PAD .

(3) 平面 $BEF \perp$ 平面 PCD .