

02导数解答1练习题

1. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 - b^2x$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$.
 - (1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $y - 3 = 0$ 平行, 求 a 与 b 满足的关系.
 - (2) 当 $b = 0$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性.
 - (3) 当 $a = 0, b = 1$ 时, 对任意的 $x \in (0, +\infty)$, 总有 $f(x) < x(e^x + k)$ 成立, 求实数 k 的取值范围.
2. 已知函数 $f(x) = \frac{a \cdot e^x}{x}$ ($a \in \mathbf{R}, a \neq 0$) .
 - (1) 当 $a = 1$ 时, 求曲线 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处切线的方程.
 - (2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.
 - (3) 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, 若 $f(x) \geq 1$ 恒成立, 求 a 的取值范围.
3. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x + a \ln x$.
 - (1) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1]$ 为单调函数, 求实数 a 的取值范围.
 - (2) 当 $m \geq 1$ 时, 不等式 $f(2m - 1) \geq 2f(m) - 3$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.
4. 已知函数 $f(x) = a - \frac{2}{2^x - 1}$ ($a \in \mathbf{R}$) 为奇函数 .
 - (1) 求 a 的值.
 - (2) 解不等式 $f(\log_2 x) \geq 3$.
 - (3) 若不等式 $f(x) - m > 0$ 对任意 $x \in [1, 2]$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.
5. 已知函数 $f(x) = ax + \ln x$, $x \in (1, e)$, 且 $f(x)$ 有极值 .
 - (1) 求实数 a 的取值范围;
 - (2) 求函数 $f(x)$ 的值域;
 - (3) 函数 $g(x) = x^3 - x - 2$, 证明: $\forall x_1 \in (1, e), \exists x_0 \in (1, e)$, 使得 $g(x_0) = f(x_1)$ 成立.