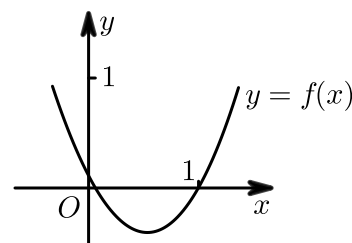


01导数的应用

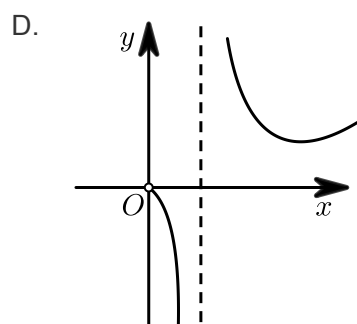
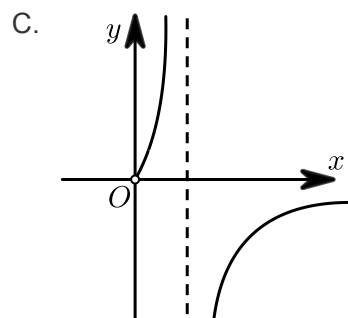
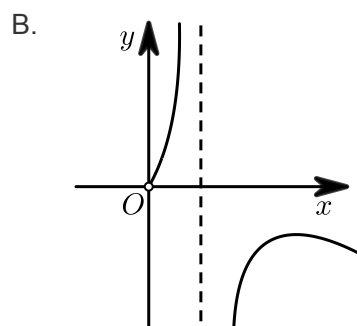
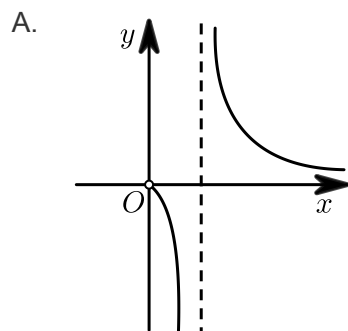
1. 图像题

1. 二次函数 $f(x) = x^2 - bx + a$ 的部分图像如图所示，则函数 $g(x) = e^x + f'(x)$ 的零点所在的区间是 () .

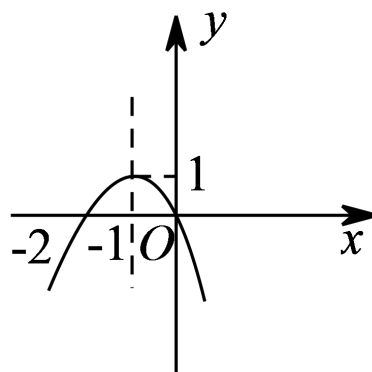


- A. $(-1, 0)$ B. $(0, 1)$ C. $(1, 2)$ D. $(2, 3)$

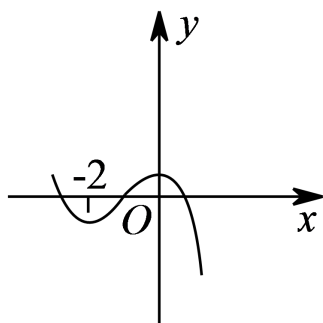
2. 函数 $y = \frac{2x}{\ln x}$ 的图象大致为 () .



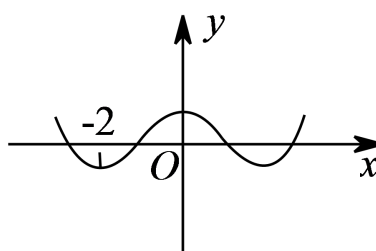
3. 已知函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的图象如图所示，那么 $f(x)$ 的图象最有可能的是 () .



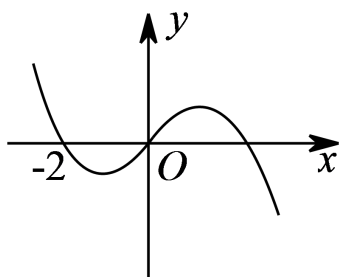
A.



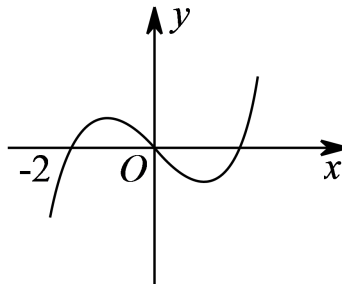
B.



C.

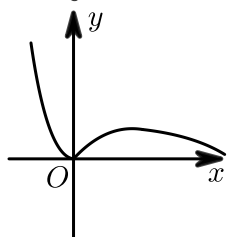


D.

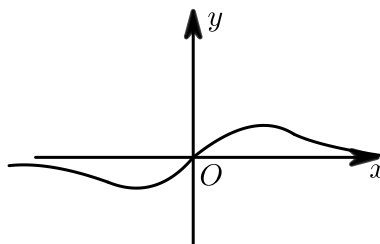


4. 函数 $y = \frac{x^2}{e^x}$ 的图象大致是 () .

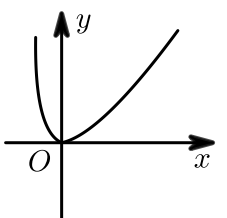
A.



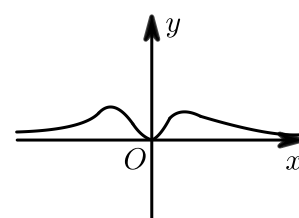
B.



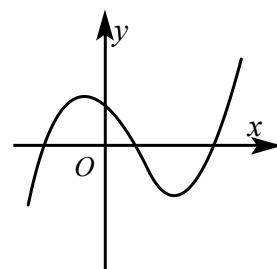
C.



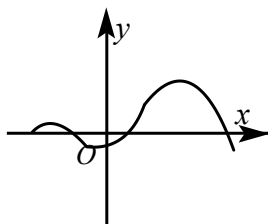
D.



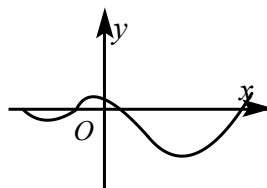
5. 函数 $y = f(x)$ 的导函数 $y = f'(x)$ 的图象如图所示, 则函数 $y = f(x)$ 的图象可能是 () .



A.

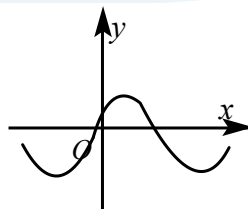
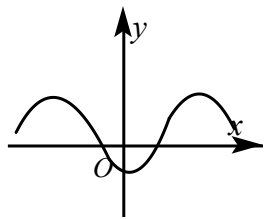


B.

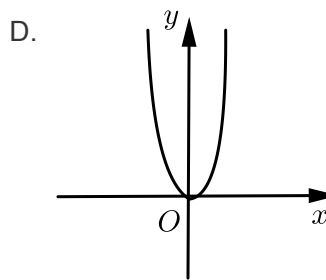
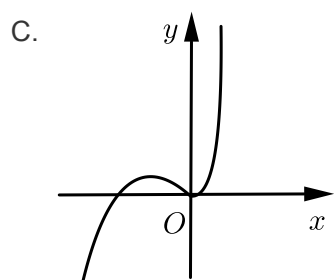
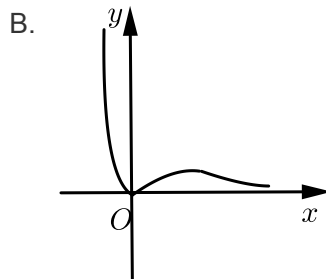
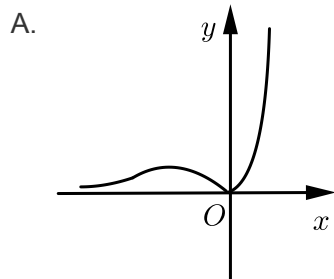


C.

D.



6. 函数 $f(x) = \frac{x^2 e^x}{2}$ 的大致图象为 () .



2. 切线问题

7. 直线 $y = 3x + b$ 与函数 $f(x) = e^x + x$ 的图象相切, 则实数 $b =$ _____ .

8. 曲线 $f(x) = \frac{1}{x} + \ln \frac{1}{x}$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程是 _____ .

9. 已知函数 $f(x)$ 的图象与直线 $x + 2y - 1 = 0$ 相切于点 $(-2, f(-2))$, 则 $f(-2) + f'(-2) =$ () .

- A. 2 B. 1 C. 0 D. $\frac{1}{2}$

10. 已知 $a \in \mathbf{R}$. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + 2a, & x \leq 1 \\ x - a \ln x, & x > 1 \end{cases}$, 若关于 x 的不等式 $f(x) \geq 0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $[0, 1]$ B. $[0, 2]$ C. $[0, e]$ D. $[1, e]$

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$ 若关于 x 的方程 $f(x) = ax - a$ 恰有 1 个实根, 则实数 a 的取值范围是 () .

- A. $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1] \cup [0, 1]$
C. $[-1, 1]$ D. $(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x + 1, & x \leq 1 \\ \ln x, & x > 1 \end{cases}$, 若方程 $f(x) - ax = 0$ 恰有两个不同的实根, 则实数 a 的取值范围是 () .

- A. $(0, \frac{1}{3})$ B. $[\frac{1}{3}, \frac{1}{e})$

C. $\left(\frac{1}{e}, \frac{4}{3}\right]$

D. $(-\infty, 0] \cup \left[\frac{4}{3}, +\infty\right)$

13. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x$, 若过点 $M(3, t)$ 可作曲线 $y = f(x)$ 的三条切线, 则实数 t 的取值范围是 () .

A. $(-9, 18)$

B. $(-18, 18)$

C. $(-18, 6)$

D. $(-6, 6)$

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \ln x - 2x, & x > 0 \\ x^2 + \frac{3}{2}x, & x \leq 0 \end{cases}$, 函数 $g(x) = f(x) - kx + 1$ 有四个零点, 则实数 k 的取值范围是 _____ .

15. 点 P 是曲线 $y = x^2 - \ln x$ 上任意一点, 则点 P 到直线 $y = x - 2$ 的距离的最小值是 () .

A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. 2

D. $2\sqrt{2}$

16. 已知 $f(x) = \begin{cases} 4x - x^2, & x < 1 \\ e^x, & x \geq 1 \end{cases}$, 若方程 $f(x) = kx$ 有且仅有一个实数解, 则实数 k 的取值范围为 _____ .

17. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & -2 \leq x \leq -1 \\ \ln(x+2), & -1 < x \leq 2 \end{cases}$, 若 $g(x) = f(x) - a(x+2)$ 的图象与 x 轴有 3 个不同的交点, 则实数 a 的取值范围是 () .

A. $\left(0, \frac{1}{e-1}\right)$

B. $\left(0, \frac{1}{3e}\right)$

C. $\left[\frac{\ln 2}{2}, \frac{1}{e}\right)$

D. $\left[\frac{2\ln 2}{3}, \frac{1}{3e}\right)$

18. 已知函数 $f(x) = x - 1 - \ln x$, 对定义域内的任意 x 都有 $f(x) \geq kx - 2$, 则实数 k 的取值范围是 _____ .

3. 逆应用

19. 设函数 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x) (x \in \mathbf{R})$ 的导函数, $f(-1) = 0$, 当 $x > 0$ 时, $xf'(x) - f(x) < 0$, 则使得 $f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是 () .

A. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

B. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

C. $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$

D. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

20. 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 其导函数记为 $f'(x)$, 当 $x > 0$ 时, $f'(x) < \frac{f(x)}{x}$ 恒成立, 若 $f(2) = 0$, 则不等式 $\frac{f(x)}{x-1} > 0$ 的解集为 () .

A. $(-2, 0) \cup (1, 2)$

B. $(-2, 0) \cup (0, 1)$

C. $(1, 2) \cup (-\infty, -2)$

D. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$

21. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若对任意实数 x , 有 $f(x) > f'(x)$, 且 $y = f(x) + 2019$ 为奇函数, 则不等式 $f(x) + 2019e^x < 0$ 的解集为 () .

A. $(-\infty, 0)$

B. $(0, +\infty)$

C. $\left(-\infty, \frac{1}{e}\right)$

D. $\left(\frac{1}{e}, +\infty\right)$

22. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数 $y = f(x)$ 的导函数为 $y = f'(x)$, 当 $x \neq 0$ 时, $f'(x) + \frac{f(x)}{x} < 0$. 若 $a = \frac{2}{3}f\left(\frac{2}{3}\right)$, $b = -2f(-2)$, $c = \ln \frac{1}{3}f\left(\ln \frac{1}{3}\right)$, 则 a , b , c 的大小关系正确的是 () .

A. $a < b < c$

B. $b < c < a$

C. $a < c < b$

D. $c < a < b$

23. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$, 其导函数 $f'(x)$, 当 $x \geq 0$ 时, 恒有 $\frac{x}{2}f'(x) + f(-x) < 0$, 若

$g(x) = x^2 f(x)$, 则不等式 $g(x) < g(1 - 2x)$ 的解集为 () .

A. $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$

B. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$

C. $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$

D. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$

24. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且当 $x \in (0, +\infty)$ 时, 都有不等式 $f(x) - xf'(x) < 0$ 成立,

若 $a = f(1), b = 2^{0.4} f(2^{-0.4}), c = \log_4 \frac{1}{2} f\left(\log_4 \frac{1}{16}\right)$, 则 a, b, c 的大小关系是 () .

A. $a > c > b$

B. $a > b > c$

C. $b > c > a$

D. $c > a > b$

25. $f(x)$ 是定义 $\mathbf{R}$ 上的可导函数, 且满足 $xf'(x) + f(x) \leq 0$, 对任意实数 a, b , 若 $a < b$, 则必有 () .

A. $af(b) \leq f(a)$

B. $bf(a) \leq f(b)$

C. $af(a) \leq bf(b)$

D. $bf(b) \leq af(a)$

26. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) + xf'(x) > 0$, 且 $f(3) = 0$, 则不等式 $xf(x) > 0$ 的解集是 _____ .