

02集合的含参典型习题

1. 子集关系的含参问题

1. $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax + b = 0\} \neq \emptyset$, 若 $B \subseteq A$, 求 $a + b$ 的值.
2. 已知集合 $A = \{2, 3\}$, $B = \{x | ax + 1 = 0\}$, 且 $B \subseteq A$, 则 a 的值为 ().
A. $\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{3}$ 或 0
3. 设集合 $A = \{x | x^2 - x - 6 > 0\}$, $B = \{x | -4 < 3x - 7 < 8\}$.
已知集合 $C = \{x | a < x < 2a + 1\}$, 若 $C \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.
4. 集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 < 0\}$, $B = \{x | x^2 - 4ax + 3a^2 < 0\}$, 且 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.
5. $A = \{x | x^2 - (3a + 3)x + 2(3a + 1) < 0, x \in \mathbf{R}\}$, 集合 $B = \left\{x \mid \frac{x - 2a}{x - (a^2 + 1)} < 0, x \in \mathbf{R}\right\}$.
求使 $B \subseteq A$ 的实数 a 的取值范围.
6. 设不等式 $x^2 - 2ax + a + 2 \leq 0$ 的解集为 M , 如果 $M \subseteq [1, 4]$, 求实数 a 的取值范围.

2. 交并补的含参问题

集合交并运算的基础含参问题

7. 设集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 \geq 0\}$, $B = \{x | x > a\}$, 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 则 a 的取值范围为 _____; 若 $A \cap B = \{x | x \geq 2\}$, 则 a 的取值范围为 _____.

并集为 $\emptyset$ 运算

8. 对于实数集 $A = \{x | x^2 - 2ax + 4a - 3 = 0\}$ 和 $B = \{x | x^2 - 2\sqrt{2}ax + a^2 + a + 2 = 0\}$, 是否存在实数 a , 使 $A \cup B = \emptyset$? 若不存在, 说明理由; 若存在, 求出 a 的取值范围.

交集不为 $\emptyset$ 运算

9. 已知集合 $A = \{x | x \geq -1\}$, $B = \left\{x \mid \frac{1}{2}a \leq x \leq 2a - 1\right\}$, 若 $A \cap B \neq \emptyset$, 则 a 的取值范围是 ().
A. $a \geq 1$ B. $a \geq \frac{2}{3}$ C. $a \geq 0$ D. $0 \leq a \leq \frac{2}{3}$

交集为 $\emptyset$ 运算

10. 已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0\}$, $B = \{x | a < x < a + 3\}$, 且 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 _____.
11. 设集合 $A = \{x | a - 1 < x < a + 1\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$.
若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

12. 已知集合 $M = \{(x, y) | y = \sqrt{9 - x^2}\}$, $N = \{(x, y) | y = x + b\}$, 且 $M \cap N = \emptyset$, 求实数 b 的取值范围.

13. 已知集合 $A = \{y | y^2 - (a^2 + a + 1)y + a(a^2 + 1) > 0\}$, $B = \left\{y | y = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{5}{2}, 0 \leq x \leq 3\right\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

🔴 并集为R运算

14. 已知命题 $p: x \in A$, 且 $A = \{x | a - 1 < x < a + 1\}$, 命题 $q: x \in B$, 且 $B = \{x | x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$. 若 $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = \mathbf{R}$, 求实数 a 的值.

🔴 子集关系的交并理解

集合关系与运算的常用结论

① 子集关系的交并理解

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \underline{\hspace{2cm}} \Leftrightarrow A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$$

② 交并关系的补集运算

$$\complement_U (A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\complement_U (A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$$

15. 设 $M = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $N = \{x | ax - 1 = 0\}$, 若 $M \cap N = N$, 求所有满足条件的 a 的集合.

16. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 18 \geq 0\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x+5}{x-14} \leq 0\right\}$.

若集合 $C = \{x | 2a < x < a + 1\}$, 且 $B \cap C = C$, 求实数 a 的取值范围.

17. 已知集合 $A = \{x | m + 1 \leq x \leq 3m - 1\}$, $B = \{x | x^2 - 11x + 10 \leq 0\}$.

若 $A \cap B = A$, 求实数 m 的取值范围.

18. 集合 $A = \{x | -1 \leq x < 3\}$, $B = \{x | 2x - 4 \geq x - 2\}$, $C = \{x | a < x < 1 - 2a\}$.

若 $A \cup C = C$, 求实数 a 的取值范围.

19. 设集合 $A = \{x | a - 1 < x < a + 1\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$.

若 $A \cup B = B$, 求实数 a 的取值范围.

20. 已知 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0\}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$, 如果 $A \cup B = A$, 则实数 a 的取值范围 .

21. 若集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | mx = 1\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 m 的值为 ()

A. 1 B. -1 C. 1或-1 D. 1或-1或0

22. 设 $A = \{-3, 4\}$, $B = \{x | x^2 - 2ax + b = 0\}$, $B \neq \emptyset$, 且 $A \cup B = A$, 求 a, b 的值.

23. 集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + (a^2 - 5) = 0\}$.
若 $A \cup B = A$, 求 : a 的取值范围 .

3. 含参一元二次方程解集问题

题型1

24. 若集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ 至多有一个元素 , 则 a 的取值范围是 _____ .
25. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | ax^2 - 3x + 2 = 0\}$ 中只有一个元素 , 则 a 等于 _____ .

题型2

26. 不等式 $x^2 - 2x - 3 < 0$ 的解集为 A , 不等式 $x^2 + x - 6 < 0$ 的解集为 B , 不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集是 $A \cap B$, 那么 $a + b$ 等于 _____ .
27. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 - ax + b = 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | x^2 + cx + 15 = 0\}$, $A \cap B = \{3\}$,
 $A \cup B = \{3, 5\}$.
求实数 a , b , c 的值 .
28. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 > 0\}$, $B = \{x | ax^2 + bx + c \leq 0\}$, 若 $A \cap B = \{x | 3 < x \leq 4\}$,
 $A \cup B = \mathbf{R}$, 则 $\frac{b^2}{a} + \frac{a}{c^2}$ 的最小值是 _____ .
29. 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{-x^2 + 4x + 5}\}$, $B = \{x | x^2 - 2x - m \leq 0\}$.
若 $A \cap B = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$, 求实数 m 的值 .