

01集合的概念与运算

【教师备注】

①由于多数学生已经完成过暑期内容的学习，所以在基础简单的知识点上，部分内容进行了删减，诸如集合的概念等，如需补充可翻看暑期对应讲义

②**标准版讲义**选题主要以**含参的内容为主**，基础的交并补不含参运算可翻看对应练习题讲义

③希望各位授课老师在**使用本模块时简单标记下题目或者是知识点的使用情况**，有哪些题目希望可以在未来的讲义中继续出现都可以联系我，只有这样我才能更好地了解各位老师对于讲义的诉求，也更方便做出更优质的讲义供迭代使用。

——金金

1. 元素与集合

1.元素与集合的关系

a 属于集合A	
a 不属于集合A	

2.集合中元素的性质

①_____：集合 $A = \{1, 2, 3\}$ ，则 $1 \in A$ ， $4 \notin A$

②_____：方程 $x^2 - 2x + 1 = 0$ 的根构成的集合只有一个1，不能出现两个重复的1，1

③_____：集合 $\{1, 2\}$ 和 $\{2, 1\}$ 是同一个集合

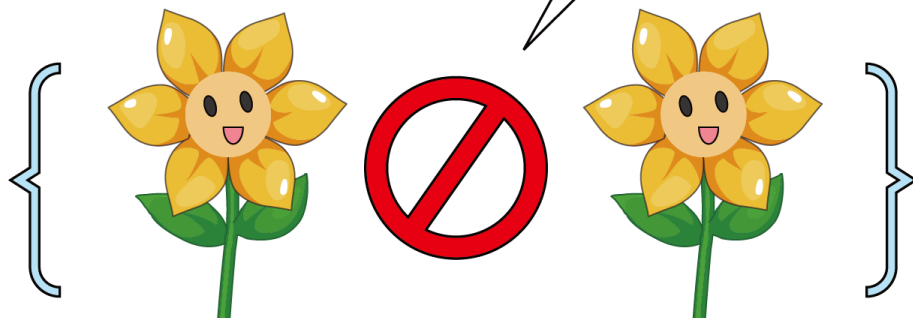
【备注】【答案】1. $a \in A$ ； $a \notin A$

2.①确定性；②互异性；③无序性

 互异性

哈哈，我出现了两次呀！

不可以，根据集合中元素的互异性，任何元素都不能重复出现！



【备注】【教师备注】求解集合的含参问题时，注意检验集合中的元素是否满足**互异性**

1. 2020~2021学年10月天津和平区天津市第五十五中学高一上学期月考第7题3分 ★★

已知 $a, b \in \mathbf{R}$ $\{1, a+b, a\} = \left\{0, \frac{b}{a}, b\right\}$ ，则 $a-b$ 等于 () .

A. -2

B. 2

C. 1

D. 0

【答案】 A

【解析】 ① $a = 0$,

$\because a$ 在分母上 ,

$\therefore a \neq 0$ 矛盾 ;

② $a + b = 0$,

$$\frac{b}{a} = -1 ,$$

只能 $b = 1$, $a = -1$,

$$a - b = -1 - 1 = -2 .$$

故选 A .

【标注】【知识点】互异性、确定性、无序性

2. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测A卷第20题 ★★

已知集合 A 由 $a-1$, $2a^2+5a+1$, a^2+1 组成 , 且 $-2 \in A$, 求 a 的值 .

【答案】 $a = -\frac{3}{2}$.

【解析】 $\because A = \{a-1, 2a^2+5a+1, a^2+1\}$, $-2 \in A$,

$$\textcircled{1} a-1 = -2 ,$$

$$\therefore a = -1 ,$$

$\therefore A = \{-2, -2, 2\}$ 与互异性矛盾, 舍,

$$\textcircled{2} 2a^2 + 5a + 1 = -2,$$

$$\therefore 2a^2 + 5a + 3 = 0,$$

$$(2a + 3)(a + 1) = 0,$$

$$\therefore a = -1 \text{ (舍)} \text{ 或 } a = -\frac{3}{2},$$

当 $a = -\frac{3}{2}$ 时,

$$A = \left\{-\frac{5}{2}, -2, \frac{13}{4}\right\},$$

满足条件;

$$\textcircled{3} a^2 + 1 = -2,$$

$$\therefore a^2 = -3, \text{ 无解.}$$

$$\text{综上 } a = -\frac{3}{2}.$$

【标注】【知识点】集合中元素的性质

3. 2019~2020学年天津河西区高一上学期期中第13题4分 ★★

含有 3 个实数的集合可表示为 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}$, 又可表示为 $\{a^2, a+b, 0\}$, 则 $a^{2019} + b^{2019} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -1

【解析】 $\therefore \left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\} = \{a^2, a+b, 0\},$

$$\therefore 0 \in \left\{1, a, \frac{b}{a}\right\},$$

$$\therefore a \neq 0,$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 0, \text{ 即 } b = 0,$$

则 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\} = \{a^2, a+b, 0\}$ 可化为:

$$\{1, a, 0\} = \{0, a^2, a\},$$

$$\text{则 } a^2 = 1, \text{ 且 } a \neq 1,$$

$$\therefore a = -1,$$

$$\therefore a^{2019} + b^{2019} = -1.$$

【标注】【知识点】列举法; 元素与集合之间的关系

【素养】逻辑推理

2. 集合的表示方法

 列举法

1.列举法

①元素个数少且有限时，全部列举；

②元素个数多且有限时，可以列举部分，中间用省略号表示；

举例：从1到100的所有自然数组成的集合可以表示为_____；

③元素个数无限但有规律时，可以列举前面一部分，后面用省略号表示。

举例：自然数集 N 可以表示为_____

【备注】【答案】② $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ ；③ $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ 。

4. 2019~2020学年10月天津河西区天津市第四十二中学高一上学期月考第6题3分 ★

设 a 、 b 都是非零实数，由 $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$ 的可能取值组成的集合为（ ）。

A. $\{3\}$

B. $\{3, 2, 1\}$

C. $\{3, 1, -1\}$

D. $\{3, -1\}$

【答案】D

【解析】根据题意，对 a 、 b 的符号，分4种情况讨论：

$$\text{①当 } a > 0, b > 0 \text{ 时, } y = \frac{a}{|a|} + \frac{|b|}{b} + \frac{|ab|}{ab} = 1 + 1 + 1 = 3;$$

$$\text{②当 } a > 0, b < 0 \text{ 时, } y = \frac{a}{|a|} + \frac{|b|}{b} + \frac{|ab|}{ab} = \frac{a}{a} - \frac{b}{b} - \frac{ab}{ab} = -1;$$

$$\text{③当 } a < 0, b > 0 \text{ 时, } y = \frac{a}{|a|} + \frac{|b|}{b} + \frac{|ab|}{ab} = -\frac{a}{a} + \frac{b}{b} - \frac{ab}{ab} = -1;$$

$$\text{④当 } a < 0, b < 0 \text{ 时 } y = \frac{a}{|a|} + \frac{|b|}{b} + \frac{|ab|}{ab} = -\frac{a}{a} - \frac{b}{b} + \frac{ab}{ab} = -1.$$

又由集合中元素的互异性，故 y 的所有值组成的集合为 $\{-1, 3\}$ 。

故选 D。

【标注】【知识点】列举法

描述法

2.描述法

$$A = \{x \in I | p(x)\}$$

其中的 x 表示集合的**代表元素**， I 表示元素 x 的**取值范围**， $p(x)$ 则表示元素 x 的**共同特征**。

【备注】【教法备注】

①“**代表元素**”，是表示这个集合元素的一般符号，

如表示数集时，我们可以选用 $x, y, z, \dots$ 作为代表元素；

表示点集时，可以选用有序实数对 (x, y) 作为代表元素。

②“**取值范围**”，一般来说集合元素 x 的取值范围 I 需写明确，但若从上下文的关系或者所研究问题的大环境下看， $x \in I$ 若是**显而易见**的话，则“ $\in I$ ”**可以省略**，只写元素 x 。

如集合 $\{x \in \mathbf{R} | x + 2 = 5\}$ 可以简写为 $\{x | x + 2 = 5\}$.

③“**共同特征**”，即代表元素满足的条件、具备的属性，

如不等式 $x - 7 < 3$ 的解都满足条件 $x < 10$ ，那么不等式 $x - 7 < 3$ 的解集可表示为 $\{x | x < 10\}$.

5. 2019~2020学年天津红桥区高一上学期期中第12题4分 ★

方程组 $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ 的解集为 _____ .

【答案】 $\{(x, y) | x = 2, y = 1\}$

【解析】 $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$,

故用解集表示 $\{(x, y) | x = 2, y = 1\}$.

【标注】【知识点】方程组的解集

6. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测A卷第14题 ★★

已知集合 $A = \{p | x^2 + 2(p - 1)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 求 $B = \{y | y = 2x - 1, x \in A\}$.

【答案】 $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$.

【解析】 $\because x^2 + 2(p - 1)x + 1 = 0$ 有解 ,

$$\therefore \Delta \geq 0 ,$$

$$\therefore 4(p - 1)^2 - 4 \geq 0 ,$$

$$\therefore (p - 1)^2 \geq 1 ,$$

$$\therefore p(p - 2) \geq 0 ,$$

$$\therefore p \geq 2 \text{ 或 } p \leq 0 ,$$

$$\therefore A = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty) ,$$

$$B = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty) .$$

【标注】【知识点】用单调性观察法求值域

7. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测A卷第11题 ★

给出下列集合：① $\{x^2 - x = 0\}$ ；② $\{x | x^2 - x = 0\}$ ；③ $\{x | y = x^2 - x\}$ ；④ $\{y | y = x^2 - x\}$ ，其中恰有两个元素的集合是 _____ .

【答案】 ②

【解析】 ① $\{x^2 - x = 0\}$ 只有一个元素，元素是方程 $x^2 - x = 0$ ，

② $\{x | x^2 - x = 0\} = \{0, 1\}$ ，有两个元素，

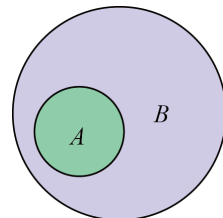
- ③ $\{x|y=x^2-x\}=\mathbf{R}$ ，有无数个元素，
 ④ $\{y|y=x^2-x\}=\left\{y\left|y\geq-\frac{1}{4}\right.\right\}$ ，有无数个元素，
 综上，恰有两个元素的集合是②。

【标注】【知识点】描述法；集合的概念

图示法

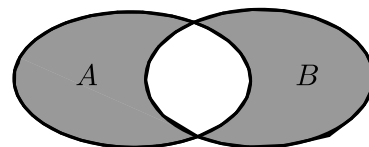
3.图示法

Venn图：Venn图是用**封闭曲线**来表示集合的，
 它能直观的表示集合元素的构成及集合之间的关系。



8. 2020~2021学年10月天津南开区天津中学高一上学期月考第7题5分 ★★

如图所示的韦恩图中，若 $A = \{x|0 \leq x \leq 2\}$ ， $B = \{x|x > 1\}$ ，则阴影部分表示的集合为（ ）。



- A. $\{x|0 < x < 2\}$ B. $\{x|1 < x \leq 2\}$
 C. $\{x|0 \leq x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 2\}$ D. $\{x|0 \leq x \leq 1 \text{ 或 } x > 2\}$

【答案】D

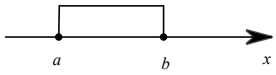
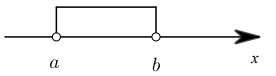
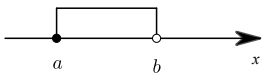
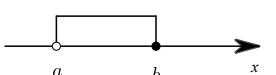
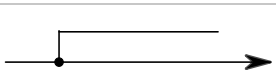
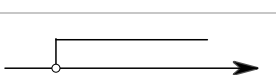
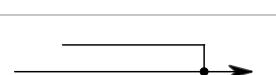
【解析】阴影部分表示仅在 A 中或仅在 B 中，
 仅在 A 中为 $[0, 1]$ ，
 仅在 B 中为 $(2, +\infty)$ 。
 故选 D。

【标注】【知识点】集合不同表示法的转化问题

区间表示法

4.区间表示法

设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，且 $a < b$ 。

定义	名称	符号	数轴表示
$\{x a \leq x \leq b\}$	闭区间		
$\{x a < x < b\}$	开区间		
$\{x a \leq x < b\}$	半开半闭区间		
$\{x a < x \leq b\}$	半开半闭区间		
$\{x x \geq b\}$	无穷区间		
$\{x x > a\}$	无穷区间		
$\{x x \leq b\}$	无穷区间		
$\{x x < b\}$	无穷区间		

【备注】【教师备注】“ ∞ ”是一种思想，是无限延续下去的意思，“ $+\infty$ ”代表的是数字一直变大，一直变大的**趋势**，并不确切代表某一个很大的数，所以去比较“ ∞ ”和“ $\infty + 1$ ”哪一个更大本身就是没有意义的。

3. 集合的分类

1. 数集与点集

判断下面每组集合是否表示相同的集合：

第一组： $A = \{2, 1\}$ 、 $B = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$ 、 $C = \{x|(x-1)^2(x-2) = 0\}$ ；

第二组： $D = \{(1, 2)\}$ 、 $E = \left\{(x, y) \left| \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \right.\right\}$ 、 $F = \{(x, y)|(x-1)^2 + (y-2)^2 = 0\}$ 。

【备注】【答案】集合 A 、 B 、 C 都是相同的数集，里面有两个元素 1和 2。
集合 D 、 E 、 F 都是相同的点集，其中都只有一个元素 $(1, 2)$ 。

2. 按元素的个数：

有限集、无限集。

3. 常见数集表示方法

- ① 0和正整数构成的集合叫做_____，记作_____。
- ② 正整数构成的集合叫做_____，记作_____或_____。
- ③ 全体整数构成的集合叫做_____，记作_____。
- ④ 全体有理数构成的集合叫做_____，记作_____。
- ⑤ 全体实数构成的集合叫做_____，记作_____。

【备注】 【答案】 ① 0和正整数构成的集合叫做**自然数集**，记作 $\mathbf{N}$ 。

② 正整数构成的集合叫做**正整数集**，记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ 。

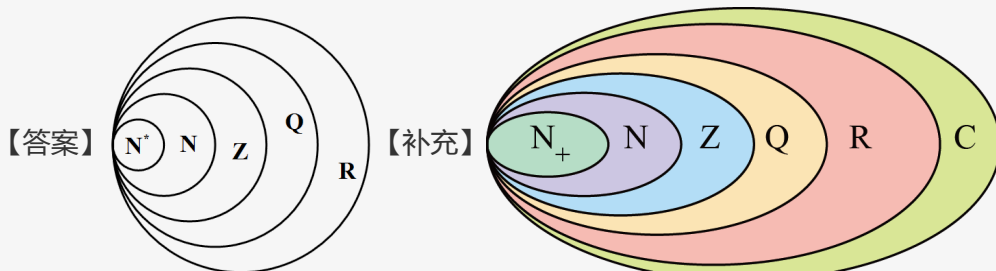
③ 全体整数构成的集合叫做**整数集**，记作 $\mathbf{Z}$ 。

④ 全体有理数构成的集合叫做**有理数集**，记作 $\mathbf{Q}$ 。

⑤ 全体实数构成的集合叫做**实数集**，记作 $\mathbf{R}$ 。

4. 常见数集的关系

【备注】



🔗 常见数集的使用与运算

9. 2020~2021学年10月天津河北区天津市第十四中学高一上学期月考第10题 ★★

集合 $\left\{x \in \mathbf{N} \mid \frac{12}{x} \in \mathbf{Z}\right\}$ 中含有的元素个数为 ()。

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 12

【答案】 B

【解析】 所求集合的元素为 1、2、3、4、6、12，共 6 个。

【标注】 【知识点】 描述法

10. 2020~2021学年10月天津河西区天津市第四中学高一上学期月考第1题4分 ★★

集合 $A = \left\{ x \in \mathbf{Z} \mid y = \frac{12}{x+3}, y \in \mathbf{Z} \right\}$ 的元素个数为 () .

A. 4

B. 5

C. 10

D. 12

【答案】 D

【解析】 $\because x \in \mathbf{Z}, \frac{12}{x+3} \in \mathbf{Z},$

$\therefore x+3 = 12, 6, 4, 3, 2, 1, -1, -2, -3, -4, -6, -12,$

$\therefore x = 9, 3, 1, 0, -1, -2, -4, -5, -6, -7, -9, -15$ 共 12 个元素 .

故选 D .

【标注】 【知识点】 集合中元素的个数

11. 2019~2020学年10月天津南开区天津市南开中学高一上学期月考第2题3分 ★★

设集合 $M = \{x \mid x = 2m + 1, m \in \mathbf{Z}\}$, $P = \{y \mid y = 2m, m \in \mathbf{Z}\}$, 若 $x_0 \in M$, $y_0 \in P$, $a = x_0 + y_0$, $b = x_0 y_0$, 则 () .

A. $a \in M, b \in P$

B. $a \in P, b \in M$

C. $a \in M, b \in M$

D. $a \in P, b \in P$

【答案】 A

【解析】 由题意知, M 集合表示奇数集, P 集合表示偶数集,

$a = x_0 + y_0$, 奇数 + 偶数 = 奇数 $\in M$,

$b = x_0 \cdot y_0$, 奇数 · 偶数 = 偶数 $\in P$.

故选 A .

【标注】 【知识点】 元素与集合之间的关系

4. 集合之间的关系

1. 子集

① 子集定义的符号表示

若 $\forall x \in A$ 都有 $x \in B$, 则 $A \subseteq B$

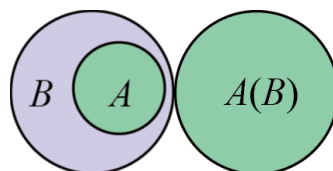
这是作为证明 A 是集合 B 的子集的最基本方法

② 包含关系具有传递性

即如果 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq C$, 则 $A \subseteq C$ (借助于 Venn 图比较好理解) .

③ 集合和它本身的关系

任何一个集合都是它本身的子集, 即 $A \subseteq A$.



2. 真子集

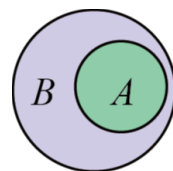
①真子集的定义

如果 $A \subseteq B$, 并且 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么集合 A 叫做集合 B 的**真子集**

记作 $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$, 读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ” .

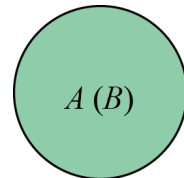
②真包含关系同样具有传递性

即如果 $A \subsetneq B$ 且 $B \subsetneq C$, 则 $A \subsetneq C$.



3.集合相等在子集角度的描述

如果集合 A 是集合 B 的子集 ($A \subseteq B$) , 且集合 B 是集合 A 的子集 ($A \subseteq B$) , 此时两集合的元素是一样的, 我们称集合 A 与集合 B **相等** .



4.空集

①数0、{0}、 $\emptyset$ 、 $\{\emptyset\}$ 的关系

数0不是集合, 是一个元素;

$\{0\}$ 是含一个元素0的集合;

$\emptyset$ 是不含任何元素的集合 (它既不是有限集也不是无限集) ;

$\{\emptyset\}$ 是指以 $\emptyset$ 为元素的集合

②空集的规定

空集是任何集合的子集, 即 $\emptyset \subseteq A$.

空集是任何非空集合的真子集, 即 $\emptyset \subsetneq A (A \neq \emptyset)$.

③重点命题辨析

由于空集的存在, 关于子集的下述定义其实是**错误**的:

若 $A \subseteq B$, 则 A 是由 B 中的部分元素所组成的集合

【备注】【教师备注】在遇到“ $A \subseteq B$ 或 $A \subsetneq B$, 且 $B \neq \emptyset$ ”时, 需考虑 $A = \emptyset$ 时是否满足题意, 这里 $A = \emptyset$ 的情形易忽视, 应引起足够的重视.

空集

12. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测B卷第2题 ★★

下列命题:

- (1) 空集没有子集;
- (2) 任何集合至少有两个子集;
- (3) 空集是任何集合的真子集;
- (4) 若 $\emptyset \supseteq A$, 则 $A \neq \emptyset$.

其中正确的是 () .

A. 0个

B. 1个

C. 2个

D. 3个

【答案】 A

【解析】 (1) 空集是空集的子集，

$\therefore$ 错；

(2) 空集只有空集这一个子集，

$\therefore$ 错；

(3) 空集是任何非空集合的真子集，

空集不是空集的真子集，

$\therefore$ 错；

(4) $\because A \subseteq \emptyset$ ，

$\therefore A = \emptyset$ ，

与 $A \neq \emptyset$ 矛盾，错。

故选 A。

【标注】【知识点】子集；集合之间关系的判断

子集与真子集

13. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测B卷第17题 ★★

求满足条件 $\{x|x^2 + x + 2 = 0\} \subseteq A \subseteq \{x|x^2 - 5x + 6 = 0\}$ 的集合 A 。

【答案】 $A = \emptyset$ 或 $\{2\}$ 或 $\{3\}$ 或 $\{2, 3\}$ 。

【解析】 $x^2 + x + 2 = 0$ ，

$\Delta < 0$ ，

$\therefore$ 无解，

故 $\{x|x^2 + x + 2 = 0\} = \emptyset$ ，

$x^2 - 5x + 6 = 0$ ，

$\therefore (x - 2)(x - 3) = 0$ ，

$\therefore x = 2$ 或 $x = 3$ ，

$\therefore \emptyset \subseteq A \subseteq \{2, 3\}$ ，

$\therefore A = \emptyset$ 或 $\{2\}$ 或 $\{3\}$ 或 $\{2, 3\}$ 。

【标注】【知识点】子集；集合关系中的含参问题；一元二次方程的解集及其根与系数的关系

14. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测B卷第18题 ★★

已知集合 $A = \{x|ax^2 + 2x + 1 = 0\}$ 至多只有一个真子集，求实数 a 的取值范围。

【答案】 $a \geq 1$ 或 $a = 0$.

【解析】 $\because A$ 中至少多只有一个元素 ,
 $\therefore A$ 中只有一个元素 , 或 $A = \emptyset$,
若 A 中只有一个元素时 ,
 $a = 0$ 时 ,
 $A = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$,
 $a \neq 0$ 时 ,
 $\Delta = 0$,
 $\therefore 4 - 4a = 0$,
 $\therefore a = 1$,
若 $A = \emptyset$,
 $\therefore \Delta < 0$,
 $\therefore 4 - 4a < 0$,
 $\therefore a > 1$,
综上 : $a \geq 1$ 或 $a = 0$.

【标注】 【知识点】真子集 ; 集合关系中的含参问题 ; 一元二次方程的解集及其根与系数的关系

5. 子集个数的确定

若有限非空集合 A 中含有 n 个元素 , 则有 :

- (1) 集合 A 的**子集**个数为 2^n .
- (2) 集合 A 的**真子集**个数为 $2^n - 1$.
- (3) 集合 A 的**非空子集**个数为 $2^n - 1$.
- (4) 集合 A 的**非空真子集**个数为 $2^n - 2$.

15. 2019~2020学年10月天津和平区天津市第二南开中学高一上学期月考第4题3分 ★★

已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | 0 < x < 5, x \in \mathbf{N}\}$, 则满足条件 $A \subseteq C \subseteq B$ 的集合 C 的个数为 () .

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】 D

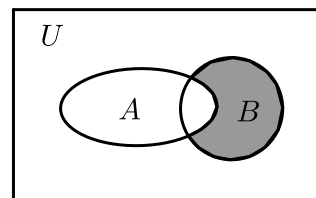
【解析】 因为集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$,
所以当满足 $A \subseteq C \subseteq B$ 时 , 集合 C 可以为 $\{1, 2\}$, $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$, 故满足条件的集合 C 的个数为 4 .
故选 D .

【标注】【知识点】子集个数的计算

【素养】数学运算

16. 2020~2021学年9月天津红桥区天津市第五中学高一上学期月考第9题4分 ★★

已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x | 0 < x < 9\}$ 和 $B = \{x \in \mathbf{Z} | -4 < x < 4\}$ 关系的韦恩图如图所示，则阴影部分所示集合中的元素共有（ ）。



A. 3个

B. 4个

C. 5个

D. 无穷多个

【答案】B

【解析】由阴影部分可知对应的集合为 $B \cap \complement_U A$ ，

$$\because A = \{x | 0 < x < 9, x \in \mathbf{R}\},$$

$$\therefore \complement_U A = \{x | x \geq 9 \text{ 或 } x \leq 0\},$$

$$\because B = \{x | -4 < x < 4, x \in \mathbf{Z}\} = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\},$$

$$\begin{aligned} \therefore B \cap \complement_U A &= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \cap \{x | x \geq 9 \text{ 或 } x \leq 0\} \\ &= \{-3, -2, -1, 0\}, \text{ 共有 4 个元素.} \end{aligned}$$

故选 B。

【标注】【知识点】维恩图；集合不同表示法的转化问题

17. 2020~2021学年10月天津南开区南开大学附属中学高一上学期月考第11题4分 ★★

设集合 $A = \{1, 2, 3\}$ ， $B = \{4, 5\}$ ， $M = \{x | x = a + b, a \in A, b \in B\}$ ，则 M 中的子集个数为 _____。

【答案】16

【解析】 $\because M = \{x | x = a + b, a \in A, b \in B\}$ ，

$$\therefore M = \{5, 6, 7, 8\},$$

$$\therefore M \text{ 的子集个数为 } 2^4 = 16 \text{ 个}.$$

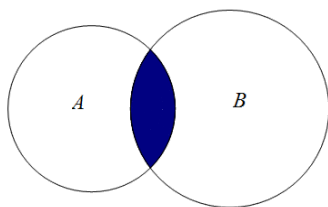
【标注】【知识点】子集个数的计算

6. 交集、并集、全集、补集

1. 交集

①符号语言： $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$.

②图形语言：



③交集常用运算性质

$$A \cap A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \cap \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(A \cap B) \cap C = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \cap B \underline{\hspace{2cm}}$$

【备注】【答案】 $A \cap A = A$;

$$A \cap \emptyset = \emptyset ;$$

$$A \cap B = B \cap A ;$$

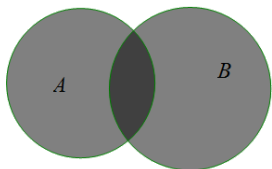
$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) ;$$

$$A \cap B \subseteq A .$$

2.并集

①符号语言： $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$.

②图形语言：



③并集常用运算性质

$$A \cup A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \cup \emptyset = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$(A \cup B) \cup C = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$A \subseteq \underline{\hspace{2cm}}$$

【备注】【答案】 $A \cup A = A$;

$$A \cup \emptyset = A ;$$

$$A \cup B = B \cup A ;$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) ;$$

$$A \subseteq A \cup B .$$

【教师备注】 并集中的“或”与生活中的“或”字含义有所不同

生活中的“或”只取其一，并不兼存；

而并集中的“或”连接的并列成分之间不一定是排斥的，

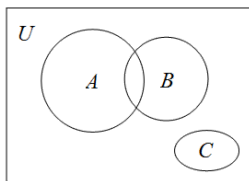
“ $x \in A$ 或 $x \in B$ ”包含下列三种情况：

① $x \in A$ 但 $x \notin B$ ② $x \notin A$ 但 $x \in B$ ③ $x \in A$ 且 $x \in B$.

3.全集

①文字语言：如果集合 U 含有我们**所要研究的各个集合的全部元素**，则称 U 为**全集** .

②图形语言：

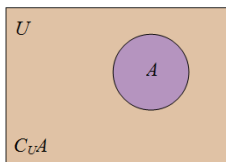


4.补集

①文字语言：若集合 A 是集合 U 的一个子集，则称 **U 中所有不属于 A 的元素**所组成的集合称为 A 在 U 中的**补集** .

②符号语言： $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$.

③图形语言：



5.补集与全集的关系

(1) 补集是相对于全集而言的，研究一个集合的补集之前一定要明确其所对应的全集

$\complement_U A$ 表示 U 为全集时 A 的补集，如果换成其他集合（如 $\mathbf{R}$ ）时，则记号中“ U ”也必须换成相应的集合（即 $\complement_{\mathbf{R}} A$ ） .

(2) 若 $x \in U$ ，则 $x \in A$ 和 $x \in \complement_U A$ 必有一个是正确的 .

🔗 并集

18.

2019~2020学年天津南开区天津市南开中学高一上学期单元测试《集合、不等式、均值不等式》第1题

★★

设集合 $A = \{x | x^2 - (a+3)x + 3a = 0\}$ ， $B = \{x | x^2 - 5x + 4 = 0\}$ ，集合 $A \cup B$ 中所有元素之和为 8，则实数 a 的取值集合为（ ）

A. $\{0\}$

B. $\{0, 3\}$

C. $\{1, 3, 4\}$

D. $\{0, 1, 3, 4\}$

【答案】 D

【解析】 依题意得 $B = \{1, 4\}$ ， $A = \{x | (x-a)(x-3) = 0\}$ ，因此 $a \in A$ ， $3 \in A$ ；注意到

$1 + 4 + 3 = 8$ ，因此依题意得知实数 a 的取值集合为 $\{0, 1, 3, 4\}$ ，故选 D.

【标注】 【知识点】 集合运算中的含参问题；并集

19. 2020~2021学年10月天津北辰区天津市第四十七中学高一上学期月考第10题5分 ★★

已知集合 $M = \{y|y = -x^2 + 1\}$, $P = \{x|y = 2x + 1\}$, 则集合 $M \cap P =$ _____ .

【答案】 $(-\infty, 1]$

【解析】 $\because y = -x^2 + 1 \leq 1$,

$$\therefore M = (-\infty, 1] ,$$

$$\because y = 2x + 1 ,$$

$$\therefore x \in \mathbf{R} ,$$

$$\therefore P = \mathbf{R} ,$$

$$M \cap P = (-\infty, 1] .$$

故答案为： $(-\infty, 1]$.

【标注】【知识点】交集

20. 2020~2021学年10月天津河西区天津市新华中学高一上学期月考第11题4分 ★★

已知集合 $A = \{(x, y)|y = x + 1, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{(x, y)|x + y - 5 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B =$ _____ .

【答案】 $\{(2, 3)\}$

【解析】 $\therefore \begin{cases} y = x + 1 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases}$ 联立 ,

$$\therefore x + x + 1 - 5 = 0 ,$$

$$\therefore x = 2 ,$$

$$\therefore y = 3 ,$$

$$A \cap B = \{(2, 3)\} .$$

【标注】【知识点】交集

21. 2019~2020学年9月天津和平区天津市耀华中学高一上学期周测C卷第1题 ★★★

回答下列各题 .

(1) 设 $A = \{x|x - 1 < x \leq 2\}$, $B = \{x|1 < x < 3\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$.

(2) 设 $A = \{x|x \text{ 是锐角三角形}\}$, $B = \{x|x \text{ 是钝角三角形}\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$.

【答案】 (1) $A \cap B = \{x|1 < x \leq 2\}$,

$$A \cup B = \{x|-1 < x < 3\} .$$

(2) $A \cap B = \phi$,

$$A \cup B = \{x | x \text{ 是锐角三角形或钝角三角形} \} .$$

【解析】(1) $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 2\}$,

$$A \cup B = \{x | -1 < x < 3\} .$$

(2) $A \cap B = \phi$,

$$A \cup B = \{x | x \text{ 是锐角三角形或钝角三角形} \} .$$

【标注】【知识点】并集；交、并、补集混合运算；交集

22. 2019~2020学年10月天津南开区天津市南开中学高一上学期月考第14题4分 ★★

已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | |x+2| < 3\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{R} | (x-m)(x-2) < 0\}$, 且 $A \cap B = (-1, n)$, 则 $m = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 -1 ; 1

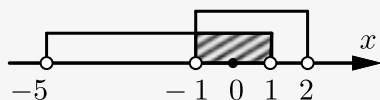
【解析】 $A = \{x \in \mathbf{R} | |x+2| < 3\}$

$$= \{x \in \mathbf{R} | -5 < x < 1\} ,$$

由 $A \cap B = (-1, n)$, 可知 $m < 1$,

$$\text{则 } B = \{x | m < x < 2\} ,$$

画出数轴 ,



可得 $m = -1$, $n = 1$.

【标注】【知识点】交集

23. 2020~2021学年9月天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高一上学期月考第12题5分 ★★

已知 $A = \{y | y = x^2\}$, $B = \{x | x^2 + x = 0\}$, 求 $A \cap B$ $\underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】 $\{0\}$

【解析】 $\because y = x^2$,

$$\therefore y \geq 0 ,$$

$$\therefore A = [0, +\infty) ,$$

$$\because x^2 + x = 0 ,$$

$$\therefore x(x+1) = 0 ,$$

$$\therefore x = 0 \text{ 或 } x = -1 ,$$

$$\therefore B = \{0, -1\} ,$$

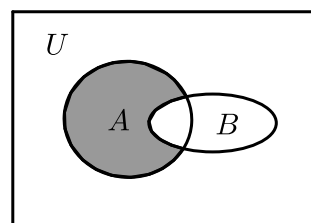
$$\therefore A \cap B = \{0\} .$$

【标注】【知识点】交集

补集

24. 2020~2021学年10月天津河北区天津市第十四中学高一上学期月考第12题 ★★

图中阴影部分表示的集合是 () .



- A. $A \cap \complement_U B$ B. $\complement_U A \cap B$ C. $\complement_U (A \cap B)$ D. $\complement_U (A \cup B)$

【答案】A

【解析】由韦恩图可以看出，
阴影部分是 A 中去掉 B 那部分所得，
即阴影部分的元素属于 A 且不属于 B ，
即 $A \cap (\complement_U B)$ ，
故选 A .

【标注】【知识点】维恩图；交、并、补集混合运算；交集；补集

25. 2020~2021学年天津河北区天津市第七十八中学高一上学期期中第16题 ★★

设全集为 $\mathbf{R}$ ， $A = \{x | 3 \leq x \leq 7\}$ ， $B = \{x | 5 < x < 10\}$. 求：

$$\complement_{\mathbf{R}} (A \cup B) .$$

【答案】(1) $\{x | x < 3 \text{ 或 } x \geq 10\}$.

【解析】(1) $A \cup B = \{x | 3 \leq x < 10\}$ ，
则 $\complement_{\mathbf{R}} (A \cup B) = \{x | x < 3 \text{ 或 } x \geq 10\}$.

【标注】【知识点】交、并、补集混合运算；交集

26. 2019~2020学年9月天津北辰区天津市第四十七中学高一上学期月考第10题5分 ★★

设 $U = \{0, 1, 2, 3\}$ ， $A = \{x \in U | x^2 + mx = 0\}$ ，若 $\complement_U A = \{1, 2\}$ ，则实数 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -3

【解析】 $\because U = \{0, 1, 2, 3\}$, $\complement_U A = \{1, 2\}$,

$$\therefore A = \{0, 3\} ,$$

$$\text{而} \because A = \{x \in U | x^2 + mx = 0\} ,$$

$$\therefore 0, 3 \text{ 为 } x^2 + mx = 0 \text{ 的两个根 ,}$$

$$\text{解得 } m = -3 .$$

故答案为 -3 .

【标注】【知识点】补集