

01求解不等式（计算）

用不等式表示不等关系

常见的文字语言转化为数学语言的对应关系

文字语言	数学符号	文字语言	数学符号
大于		至多	
小于		至少	
大于或等于		不少于	
小于或等于		不多于	

【备注】【答案】

文字语言	数学符号	文字语言	数学符号
大于	$>$	至多	$\leq$
小于	$<$	至少	$\geq$
大于或等于	$\geq$	不少于	$\geq$
小于或等于	$\leq$	不多于	$\leq$

【教师备注】在常用的不等号中，要注意“ $\geq$ ”与“ $\leq$ ”的含义，例如， $a \leq b$ ，其含义是指“ $a < b$ 或 $a = b$ ”，与“ a 不大于 b ”相同—— $a < b$ ， $a = b$ 中只要有一个成立，就有 $a \leq b$ 。

1. 一元二次不等式

💡 已因式分解

1. ★

不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集是（ ）。

【答案】 $[Math Processing Error]$

【解析】由题知，不等式 $[Math Processing Error]$ ，
解得 $[Math Processing Error]$ 。

【标注】【知识点】一元二次不等式

可因式分解

2. ★

解不等式 $[Math Processing Error]$.

【答案】 $[Math Processing Error]$

【标注】 【知识点】一元二次不等式

3. ★

解一元二次不等式： $[Math Processing Error]$

【答案】 $[Math Processing Error]$

【解析】 $\because [Math Processing Error]$,
 $\therefore [Math Processing Error]$.
 $\therefore [Math Processing Error]$ 两解为 $[Math Processing Error]$, $[Math Processing Error]$.
当 $[Math Processing Error]$ 时, 解得 $[Math Processing Error]$.
故为 $[Math Processing Error]$.

【标注】 【知识点】一元二次不等式

4. ★★

解下列不等式：

$[Math Processing Error]$.

【答案】 (1) $[Math Processing Error]$.

【解析】 (1) $[Math Processing Error]$
 $[Math Processing Error]$
 $[Math Processing Error]$.

【标注】 【知识点】一元二次不等式；分式不等式；含绝对值的不等式；高次不等式；无理不等式

完全平方

5. ★

解不等式： $[Math Processing Error]$

【答案】 $[Math Processing Error]$

【解析】 因为 $[Math Processing Error]$,
原不等式化为 $[Math Processing Error]$,
所以, 不等式的解集是 $[Math Processing Error]$

【标注】 【知识点】 一元二次不等式

不可因式分解

6. ★

解不等式: $[Math Processing Error]$.

【答案】 $[Math Processing Error]$.

【解析】 因为 $[Math Processing Error]$,
所以方程 $[Math Processing Error]$ 有两个不相等的实根 $[Math Processing Error]$, $[Math Processing Error]$.
又因为二次函数 $[Math Processing Error]$ 的图象开口向下,
所以原不等式的解集为 $[Math Processing Error]$.

【标注】 【知识点】 一元二次不等式

2. 分式不等式

求解步骤及注意事项

- ①. 移项 (保证不等号 **右边为零**)
- ②. 通分
- ③. **化分式为整式**
- ④. **注意使分母为零的值是不能取的**

直接分式化整式

7. 2010年高考真题上海卷文科第2题4分 ★★

不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集为 _____ .

【答案】 $[Math Processing Error]$

【解析】 $[Math Processing Error]$, 解集为 $[Math Processing Error]$.
故答案为: $[Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】分式不等式

8. 2018~2019学年4月广东广州越秀区广州市第七中学高一下学期月考第15题5分 ★★

不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集为 _____ .

【答案】 $[Math Processing Error]$

【解析】 $[Math Processing Error]$ 且 $[Math Processing Error]$,
 $\therefore [Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】分式不等式

9. 2019~2020学年天津蓟县高一上学期期中第17题12分 ★★

已知全集 $[Math Processing Error]$, 集合 $[Math Processing Error]$, $[Math Processing Error]$. 求 :

(1) $[Math Processing Error]$.

(2) $[Math Processing Error]$.

【答案】 (1) $[Math Processing Error]$.

(2) $[Math Processing Error]$ 或 $[Math Processing Error]$.

【解析】 (1) $[Math Processing Error]$
 $[Math Processing Error]$,
 $[Math Processing Error]$,
 $\therefore [Math Processing Error]$.

(2) $\therefore [Math Processing Error]$,
 $\therefore [Math Processing Error]$ 或 $[Math Processing Error]$,
 $\therefore [Math Processing Error]$ 或 $[Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】补集 ; 交集 ; 交、并、补集混合运算 ; 分式不等式

 需要移项通分

10. 2018~2019学年上海闵行区上海市七宝中学高一上学期期中第3题3分 ★★

不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集是 _____ .

【答案】 $[Math Processing Error]$

【解析】 $\therefore [Math Processing Error]$
 $\therefore [Math Processing Error]$

即 $[Math Processing Error]$.
解得： $[Math Processing Error]$,
故不等式的解集是 $[Math Processing Error]$.
故答案为： $[Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】分式不等式

11. 2014~2015学年上海浦东新区上海市川沙中学高一上学期期中理科第4题3分 ★

不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集是 _____ .

【答案】 $[Math Processing Error]$

【解析】当 $[Math Processing Error]$ 时，去分母得： $[Math Processing Error]$,
∴原不等式的解集为 $[Math Processing Error]$;
当 $[Math Processing Error]$ 时，去分母得 $[Math Processing Error]$,
∴原不等式的解集为 $[Math Processing Error]$,
综上，原不等式的解集为 $[Math Processing Error]$.
故答案为 $[Math Processing Error]$.

【标注】【素养】数学运算

【知识点】分式不等式

12. 2014~2015学年10月四川成都成都树德中学光华校区高一上学期月考第16题12分 ★★

求下列不等式的解集：

$[Math Processing Error]$.

【答案】(1) $[Math Processing Error]$.

【解析】(1) $[Math Processing Error]$ 化为 $[Math Processing Error]$, $[Math Processing Error]$.
解得 $[Math Processing Error]$.
∴原不等式的解集为 $[Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】一元二次不等式

【知识点】分式不等式

【素养】数学运算

3. 绝对值不等式

绝对值不等式的解法

- ①公式法
- ②平方法
- ③分情况讨论法

公式法

13. ★

如何解不等式 $|x-2| < 3$?

【答案】 $|x-2| < 3$

【解析】 问题的关键是如何去掉绝对值符号，常用的方法有两个

第一， $|x-2| < 3$ ，然后求解；当然，对于如图所示的简单的绝对值不等式，还可以通过它的几何意义求解。

$|x-2| < 3$ ，即到数轴上 $|x-2|$ 的点的距离小于 $|x-2|$ 的点的集合，由数轴可知解集为 $|x-2|$

【标注】【知识点】含绝对值的不等式

14. ★★

解下列绝对值不等式。

$|x-2| < 3$ 。

【答案】 (1) $|x-2| < 3$ 或 $|x-2| < 3$ 。

【解析】 (1) 原式即 $|x-2| < 3$ 或 $|x-2| < 3$ ，解得 $|x-2| < 3$ 或 $|x-2| < 3$ 。

【标注】【知识点】含绝对值的不等式

平方法

15. ★★★

解下列绝对值不等式。

(1) $|x-2| < 3$ 。

(2) $|x-2| < 3$ 。

【答案】 (1) $|x-2| < 3$ 。

(2) $[Math Processing Error]$.

【解析】(1) $[Math Processing Error]$,

左右同时平方 : $[Math Processing Error]$,

$[Math Processing Error]$,

$[Math Processing Error]$,

$[Math Processing Error]$,

$[Math Processing Error]$,

$[Math Processing Error]$.

(2) $[Math Processing Error]$,

$[Math Processing Error]$,

左右同时平方得 $[Math Processing Error]$,

$[Math Processing Error]$,

$[Math Processing Error]$,

$[Math Processing Error]$,

$[Math Processing Error]$,

$[Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】含绝对值的不等式

分情况讨论法

16. 2013~2014学年北京西城区北京师范大学附属中学高三上学期期中理科第10题5分 ★★

不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集是_____ .

【答案】 $[Math Processing Error]$

【解析】若 $[Math Processing Error]$, 则 $[Math Processing Error]$, 解得 $[Math Processing Error]$

故答案为 $[Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】分式不等式

17. 2017年高考真题全国卷III文科第23题10分 ★★★

已知函数 $[Math Processing Error]$.

(1) 求不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集 .

(2) 若不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集非空 , 求 $[Math Processing Error]$ 的取值范围 .

【答案】(1) $[Math Processing Error]$.

(2) $[Math Processing Error]$.

【解析】(1) 由题意知 , $[Math Processing Error]$,

由 $[Math Processing Error]$ 可得 ,

当 $[Math Processing Error]$ 时 , 不合题意 , 舍 ;

当 $[Math Processing Error]$ 时 , $[Math Processing Error]$, 解得 $[Math Processing Error]$, 即 $[Math Processing Error]$;

当 $[Math Processing Error]$ 时 , $[Math Processing Error]$ 恒成立 , 即 $[Math Processing Error]$;

综上所述 , $[Math Processing Error]$ 的解集为 $[Math Processing Error]$.

(2) 由题意知 , $[Math Processing Error]$ 解集非空 ,

令 $[Math Processing Error]$, 则 $[Math Processing Error]$ 解集非空 , 只需要 $[Math Processing Error]$ 即可 .

则 $[Math Processing Error]$,

所以 , 当 $[Math Processing Error]$ 时 , $[Math Processing Error]$;

当 $[Math Processing Error]$ 时 , $[Math Processing Error]$;

当 $[Math Processing Error]$ 时 , $[Math Processing Error]$.

综上所述 , $[Math Processing Error]$, 所以 $[Math Processing Error]$,

即 $[Math Processing Error]$ 的取值范围是 $[Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】分段函数

【知识点】一元二次不等式

【知识点】含绝对值的不等式

【素养】数学抽象

【素养】数学运算

18. ★★

解下列不等式 :

$[Math Processing Error]$.

【答案】(1) $[Math Processing Error]$.

【解析】(1) 若 $[Math Processing Error]$, 则 $[Math Processing Error]$, 解集为 $[Math Processing Error]$,

若 $[Math Processing Error]$, 则 $[Math Processing Error]$, 解集为 $[Math Processing Error]$,

综上 , 解集为 $[Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】一元二次不等式；分式不等式；含绝对值的不等式；高次不等式；无理不等式

4. 高次不等式

一元高次不等式的解法

数轴穿根法(又称**穿针引线法**)

①化形：将不等式化为一端为0，另一端为一次因式或二次不可约因式的**积**的形式，并使**每个因式最高次项的系数为正**；

②求根，标根：求出各因式对应方程的根，并在数轴上从小到大依次标出，注意**点的虚实**；

③画曲线：从数轴的**最右端上方**起，自右至左依次经过各个点(根)画曲线，注意**遇奇次重根穿过数轴，遇偶次重根不过**；

④写解集：记数轴上方为正，下方为负，根据不等号的方向，写出不等式的解集.

🧠 整式型——已因式分解

19. 2012~2013学年10月辽宁沈阳沈河区沈阳市第二中学高二上学期月考第13题5分 ★★

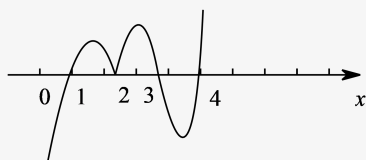
不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集为 _____ .

【答案】 $[Math Processing Error]$ 或 $[Math Processing Error]$

【解析】 $\because [Math Processing Error]$.

$\therefore [Math Processing Error]$.

由穿根法“奇”过“偶”不过可得：



不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集为 $[Math Processing Error]$ 或 $[Math Processing Error]$.

故答案为： $[Math Processing Error]$ 或 $[Math Processing Error]$.

【标注】【素养】数学运算

【知识点】高次不等式

20. ★★

解不等式： $[Math Processing Error]$.

【答案】 $[Math Processing Error]$ 或 $[Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】高次不等式

🧠 整式型——未因式分解

21. 2019~2020学年上海浦东新区华东师范大学第二附属中学高一上学期单元测试第2题 ★★

解不等式： $[Math Processing Error]$.

【答案】 $[Math Processing Error]$.

【解析】 $[Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】高次不等式；不等式的性质

🧠 分式型——已因式分解

22. ★★

不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集是 _____ .

【答案】 $[Math Processing Error]$

【标注】【知识点】分式不等式；高次不等式

23. 2019~2020学年上海浦东新区华东师范大学第二附属中学高一上学期单元测试第1题 ★★

解下列不等式：

$[Math Processing Error]$.

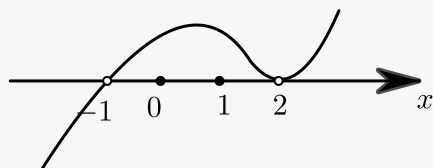
【答案】(1) $[Math Processing Error]$.

【解析】(1) $[Math Processing Error]$,

易知 $[Math Processing Error]$ 恒成立，

∴原式即为 $[Math Processing Error]$ ，

根据穿针引线法，（奇数幂穿，偶数幂不穿），如下图，



得 $[Math Processing Error]$.

【标注】【知识点】分式不等式；高次不等式

24. 2019~2020学年上海浦东新区华东师范大学第二附属中学高一上学期单元测试第1题 ★★

解下列不等式：

(1) [Math Processing Error] .

(2) [Math Processing Error] .

【答案】 (1) [Math Processing Error] .

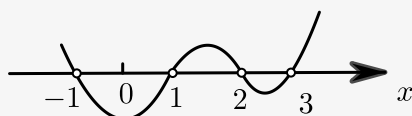
(2) [Math Processing Error]

【解析】 (1) [Math Processing Error] ,

即[Math Processing Error] ,

即[Math Processing Error] .

根据穿针引线法，得如下图，



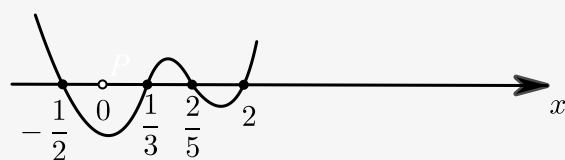
得[Math Processing Error] .

(2) [Math Processing Error] ,

即[Math Processing Error] ,

即[Math Processing Error] ,

根据穿针引线法，如下图，



得[Math Processing Error] .

【标注】【知识点】分式不等式；高次不等式

5. 无理不等式

无理不等式求解依据

(1) [Math Processing Error]或[Math Processing Error] .

(2) [Math Processing Error] .

25. ★★

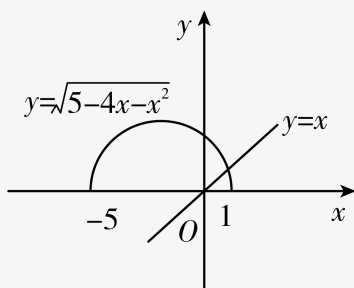
解下列不等式： $[Math Processing Error]$.

【答案】 $[Math Processing Error]$.

【解析】 方法一：原不等式等价于 $[Math Processing Error]$ 或 $[Math Processing Error]$,
解得 $[Math Processing Error]$ 或 $[Math Processing Error]$, $[Math Processing Error]$ 或 $[Math Processing Error]$.

$[Math Processing Error]$ 原不等式的解集为 $[Math Processing Error]$.

方法二：令 $[Math Processing Error]$, $y=x$, 在同一坐标系内作出两个函数的图像，如图 $[Math Processing Error]$ 所示 .



$[Math Processing Error]$ 变形得 $[Math Processing Error]$ ($[Math Processing Error]$) , 由方程 $[Math Processing Error]$ 得 $[Math Processing Error]$.

由图像可知，不等式的解集为 $[Math Processing Error]$.

【标注】 【知识点】 无理不等式；一元二次不等式

💡 根号式小于或小于等于右侧式

26. ★★

解不等式 $[Math Processing Error]$.

【答案】 $[Math Processing Error]$.

【解析】 原不等式等价于 $[Math Processing Error]$,
即原不等式的解集为 $[Math Processing Error]$.

【标注】 【知识点】 无理不等式

💡 两边根号式

27. ★★

解不等式 $[Math Processing Error]$ 的解集为 ____ .

【答案】 $[-1, 1]$

【解析】 不等式可转化为 $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ ，解不等式①，解集为 $x \leq 1$ ，
解不等式②，解集为 $x \geq -1$ ，然后两者取交集，得原不等式的解集为 $[-1, 1]$ 。

【标注】 【知识点】 无理不等式

平方法

28. 2019~2020学年上海浦东新区华东师范大学第二附属中学高一上学期单元测试第1题 ★★★

解下列不等式：

$x^2 - 2x + 1 \leq 0$ 。

【答案】 (1) $[-1, 1]$ 。

【解析】 (1) 不等式 $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ 可化为 $(x - 1)^2 \leq 0$ ，
即 $(x - 1)^2 = 0$ ，
 $\therefore x - 1 = 0$ ，
 $\therefore x = 1$ ，
解得 $x = 1$ 或 $x = 1$ ，
 $\therefore x = 1$ ，
 $\therefore$ 不等式 $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ 的解集为 $\{1\}$ 。

【标注】 【知识点】 无理不等式

29. 2019~2020学年上海浦东新区华东师范大学第二附属中学高一上学期单元测试第2题 ★★

解不等式 $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ 。

【答案】 $[-1, 1]$ 。

【解析】 $x^2 - 2x + 1 \leq 0$ ，
 $(x - 1)^2 \leq 0$ ，
 $\therefore (x - 1)^2 = 0$ ，
 $\therefore x - 1 = 0$ ，
 $\therefore x = 1$ ，
 $\therefore x = 1$ ，
 $\therefore x = 1$ ，
 $\therefore x = 1$ 。

【标注】【知识点】无理不等式

 混合型分类讨论

30. 2016~2017学年北京西城区北京市第八中学高一下学期期中少21班第26题2分 ★★

不等式 $\sqrt{x+1} > x-1$ 的解集是 () .

A. $\{x | x > 0\}$

B. $\{x | x > 1\}$

C. $\{x | x > -1\}$

D. $\{x | x > -2\}$

【答案】 C

【解析】 定义域 $x \geq -1$ ，当 $x \geq 1$ 时，显然合题；

当 $-1 \leq x < 1$ 时， $\sqrt{x+1} > x-1$ ，即 $\sqrt{x+1} > x-1$ ，解得 $x > -1$ ，

综上： $x > -1$ 或 $x \geq 1$ ，故选 $\{x | x > -1\}$

【标注】【知识点】无理不等式