

03常用逻辑用语练习题

1. 充分条件与必要条件

判断前是后的什么条件

1. ★

已知 $A = \{x | x \text{ 满足条件 } p\}$, $B = \{x | x \text{ 满足条件 } q\}$.

(1) 如果 $A \subseteq B$, 那么 p 是 q 的什么条件?

(2) 如果 $B \subseteq A$, 那么 p 是 q 的什么条件?

(3) 如果 $A = B$, 那么 p 是 q 的什么条件?

【答案】 (1) 充分条件.

(2) 必要条件.

(3) 充要条件.

【解析】 (1) 如果 $A \subseteq B$, 那么 p 是 q 的充分条件.

(2) 如果 $B \subseteq A$, 那么 p 是 q 的必要条件.

(3) 如果 $A = B$, 那么 p 是 q 的充要条件.

【标注】 【知识点】充要条件与集合结合

2. 2018~2019学年天津蓟县高二上学期期中第6题4分 ★★

$p: |x-2| \leq 3$, $q: 0 \leq x \leq 5$, 则 p 是 q 的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分条件也非必要条件

【答案】 B

【解析】 $p: -1 \leq x \leq 5$,

$q: 0 \leq x \leq 5$,

$\therefore p$ 推不出 q , $q \Rightarrow p$,

$\therefore p$ 是 q 必要不充分条件.

故选 B.

【标注】 【知识点】充要条件与不等式结合

3. 2019~2020学年9月天津南开区天津市第二十五中学高一上学期月考第6题4分 ★★

设 $x \in \mathbf{R}$, 则 $1 < x < 2$ 是 $|x - 2| < 1$ 的 () .

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要

【答案】 A

【解析】 解不等式 $|x - 2| < 1$, 得 $1 < x < 3$,

$\therefore$ “ $1 < x < 2$ ”是“ $|x - 2| < 1$ ”的充分而不必要条件 .

故选 A .

【标注】 【知识点】充要条件与不等式结合

4. 2016年上海崇明县高三二模理科第15题5分 ★★

“ $|x - 1| < 2$ 成立”是“ $x(x - 3) < 0$ 成立”的 () .

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】 B

【解析】 由 $|x - 1| < 2$ 解得 $-1 < x < 3$, 由 $x(x - 3) < 0$ 解得 $0 < x < 3$,

$\therefore$ “ $|x - 1| < 2$ 成立”是“ $x(x - 3) < 0$ 成立”的必要不充分条件 , 故选 B .

【标注】 【知识点】含绝对值的不等式

【知识点】一元二次不等式

【知识点】充要条件与不等式结合

【素养】逻辑推理

【素养】数学运算

5. 2019~2020学年10月天津和平区天津市耀华中学高一上学期月考第4题4分 ★

已知条件 $p: x \leq 1$, 条件 $q: \frac{1}{x} < 1$, 则 $\neg p$ 是 q 的 () .

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】 A

【解析】 因为 : $p: x \leq 1$, 所以 : $\neg p: x > 1$,

由 $x > 1$, 推出 $\frac{1}{x} < 1$, $\neg p$ 是 q 的充分条件 ,

由 $\frac{1}{x} < 1$, 得 $\frac{1-x}{x} < 0$, 解得 : $x < 0$ 或 $x > 1$ 不是必要条件 .

故选 A .

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

6. 2020~2021学年10月天津和平区天津市第五十五中学高一上学期月考第5题3分 ★★

已知 $x, y \in \mathbf{R}$, 则“ $x > 1$, 且 $y > 1$ ”是“ $x + y > 2$ ”的 () .

- A. 充要条件
B. 必要非充分条件
C. 充分非必要条件
D. 既非充分也非必要条件

【答案】C

【解析】 $\because x > 1$ 且 $y > 1$,

$$\therefore x + y > 2,$$

$$\text{当 } x = 5, y = 0,$$

$$\text{有 } x + y > 2, \text{ 但是 } y < 1,$$

$$\therefore \text{“} x > 1 \text{ 且 } y > 1 \text{”是“} x + y > 2 \text{”的充分非必要条件,}$$

故 C .

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

使命题成立的某某条件求解

7. 2020~2021学年10月天津南开区南开大学附属中学高一上学期月考第5题4分 ★★

$x, y \in \mathbf{R}$, 下列选项中, “ $xy \neq 0$ ”成立的必要条件是 () .

- A. $x + y = 0$ B. $x^2 + y^2 > 0$ C. $x - y = 0$ D. $x^3 + y^3 \neq 0$

【答案】B

【解析】 $\because xy \neq 0$,

$$\therefore x \neq 0 \text{ 且 } y \neq 0,$$

$$\therefore x^2 > 0 \text{ 且 } y^2 > 0,$$

$$\therefore x^2 + y^2 > 0,$$

$$\therefore \text{“} x^2 + y^2 > 0 \text{”是“} xy \neq 0 \text{”的必要条件.}$$

故选: B .

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

8. 2018~2019学年12月天津静海县静海县第一中学高二上学期月考第5题3分 ★

不等式 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 成立的充要条件 () .

- A. $b > a$ B. $b > a > 0$ C. $b > a$, 且 $ab > 0$ D. $ab(a - b) < 0$

【答案】D

【解析】A选项：可取 $a = -2$ ， $b = 1$ 满足 $b > a$ ，但此时 $\frac{1}{a} = -\frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{b} = 1$ 显然不满足 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ，故不是充要条件；

B选项：可取 $a = -2$ ， $b = -1$ 显然有 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 成立，但不满足 $b > a > 0$ ，也不是充要条件；

C选项：可取 $a = 1$ ， $b = -2$ 显然有 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 成立，但不满足 $b > a$ 且 $ab > 0$ ；

D选项：由 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 可得 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} > 0$ 即 $\frac{b-a}{ab} > 0$ ，故有 $ab(a-b) < 0$ ，

反之，由 $ab(a-b) < 0$ 可知 ab 与 $b-a$ 同号，故 $\frac{b-a}{ab} > 0$ ，即 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} > 0$ ，即 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 。

故选D。

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

根据条件关系求解参数取值范围

9. 2020~2021学年10月天津和平区天津市第二十中学高一上学期月考第20题8分 ★★

已知集合 $A = \{x | 2-a \leq x \leq 2+a\}$ ， $B = \{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 4\}$ 。

若 $a > 0$ ，且“ $x \in A$ ”是“ $x \in \complement_{\mathbf{R}} B$ ”的充分不必要条件，求实数 a 的取值范围。

【答案】(1) $0 < a < 1$ 。

【解析】(1) $\because B = \{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 4\}$ ，

$$\therefore \complement_{\mathbf{R}} B = \{x | 1 < x < 4\}，$$

由“ $x \in A$ ”是“ $x \in \complement_{\mathbf{R}} B$ ”的充分不必要条件，

得 $A \subsetneq \complement_{\mathbf{R}} B$ ，且 $A \neq \emptyset$ ，

$$\text{又 } A = \{x | 2-a \leq x \leq 2+a\} (a > 0)，$$

$$\therefore \begin{cases} 2-a > 1, \\ 2+a < 4, \end{cases}$$

$$\therefore 0 < a < 1。$$

【标注】【知识点】补集；交集；交、并、补集混合运算；集合关系中的含参问题；充要条件与其他知识点结合

10. ★★★

已知命题 $p: x \in A$ ，且 $A = \{x | a-1 < x < a+1\}$ ，命题 $q: x \in B$ ，且 $B = \{x | x^2 - 4x + 3 \geq 0\}$ 。

若 p 是 q 的充分条件，求实数 a 的取值范围。

【答案】(1) $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$ 。

【解析】 (1) 因 p 是 q 的充分条件, 所以 $A \subseteq B$, 且 $A \neq \emptyset$, 所以结合数轴可知,

$$a+1 \leq 1 \text{ 或 } a-1 \geq 3, \text{ 解得 } a \leq 0, \text{ 或 } a \geq 4,$$

所以 p 是 q 的充分条件的实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$.

【标注】 【知识点】已知充要条件求参数范围; 一元二次不等式

11. 2020~2021学年10月天津河西区天津市新华中学高一上学期月考第18题4分 ★★

已知命题 $p: (x+2)(6-x) > 0$, $q: (x-1-m)(x-1+m) \leq 0 (m > 0)$, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则实数 m 的取值范围是 _____.

【答案】 $m \geq 5$

【解析】 $\because (x+2)(6-x) > 0$,

$$\therefore (x+2)(x-6) < 0,$$

$$\therefore -2 < x < 6,$$

$$\because (x-1-m)(x-1+m) \leq 0,$$

$$\text{又} \because m > 0,$$

$$\therefore 1+m > 1-m,$$

$$\therefore 1-m \leq x \leq 1+m,$$

又 $\because p$ 是 q 的充分不必要条件,

$$\therefore \begin{cases} -2 \geq 1-m \\ 6 \leq 1+m \end{cases},$$

$$\therefore m \geq 5.$$

【标注】 【知识点】充要条件与不等式结合

12. 2019~2020学年10月天津和平区天津市第二南开中学高一上学期月考第22题10分 ★★★

已知 $p: x^2 \leq 5x-4$, $q: x^2 - (a+2)x + 2a \leq 0$.

若 p 是 q 的必要不充分条件, 求 a 的取值范围.

【答案】 (1) $1 \leq a \leq 4$.

【解析】 (1) 设命题 p 对应的集合为 $A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$,

$$\text{由 } x^2 - (a+2)x + 2a \leq 0, \text{ 得 } (x-2)(x-a) \leq 0,$$

当 $a=2$ 时, 不等式的解为 $x=2$, 对应的解集为 $B = \{2\}$,

当 $a > 2$ 时, 不等式的解为 $2 \leq x \leq a$, 对应的解集为 $B = \{x | 2 \leq x \leq a\}$,

当 $a < 2$ 时, 不等式的解为 $a \leq x \leq 2$, 对应的解集为 $B = \{x | a \leq x \leq 2\}$,

若 p 是 q 的必要不充分条件,

则 $B \subsetneq A$,

当 $a = 2$ 时, 满足条件;

当 $a > 2$ 时,

$\because A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}, B = \{x | 2 \leq x \leq a\}$,

要使 $B \subsetneq A$, 则满足 $2 < a \leq 4$,

当 $a < 2$ 时, $\because A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}, B = \{x | 2 \leq x \leq a\}$,

要使 $B \subsetneq A$, 则满足 $1 \leq a < 2$,

综上: $1 \leq a \leq 4$.

【标注】【知识点】集合关系中的含参问题; 命题的概念; 充要条件与不等式结合

2. 全称量词与存在量词及其命题

存在量词命题的否定

13. 2020~2021学年天津东丽区高一上学期期末第10题5分 ★

命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}, x + 1 > 0$ 的否定形式 $\neg p$ 为 _____.

【答案】 $\forall x \in \mathbf{R}, x + 1 \leq 0$

【解析】 命题为特称命题, 则命题的否定为 $\forall x \in \mathbf{R}, x + 1 \leq 0$,

故答案为: $\forall x \in \mathbf{R}, x + 1 \leq 0$.

【标注】【知识点】全称量词命题与存在量词命题的否定

14. 2020~2021学年天津和平区天津市第五十五中学高一上学期期中第2题3分 ★

命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x - 3 \leq 0$ ”的否定是 ().

A. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x - 3 \geq 0$

B. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x - 3 > 0$

C. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x - 3 \leq 0$

D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x - 3 > 0$

【答案】 D

【解析】 “ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x - 3 \leq 0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x - 3 > 0$ ”.

故选 D.

【标注】【知识点】全称量词命题与存在量词命题的否定

15. 2019~2020学年天津和平区高一上学期期末第11题4分 ★

命题“ $\exists x > 0$, 使 $x^2 + x + 1 < 0$ ”的否定为 _____.

【答案】 $\forall x > 0, x^2 + x + 1 \geq 0$

【解析】 因为特称命题的否定为全称命题，
所以命题“ $\exists x > 0$ ，使 $x^2 + x + 1 < 0$ ”的否定为
“ $\forall x > 0, x^2 + x + 1 \geq 0$ ”.
故答案为： $\forall x > 0, x^2 + x + 1 \geq 0$.

【标注】 【知识点】 全称量词命题与存在量词命题的否定；全称量词与存在量词

全称量词命题的否定

16. 2018~2019学年10月天津南开区天津市南开中学高一上学期月考第3题3分 ★

命题“ $\forall x > 0, x^2 \geq 1$ ”的否定是 () .

- A. $\forall x > 0, x^2 < 1$ B. $\exists x > 0, x^2 < 1$ C. $\forall x \leq 0, x^2 < 1$ D. $\exists x \leq 0, x^2 < 1$

【答案】 B

【解析】 对于含有全称量词的命题的否定，将全称量词改为存在量词，命题结论变为否定形式，
因此“ $\forall x > 0, x^2 \geq 1$ ”的否定是： $\exists x > 0, x^2 < 1$.
故选 B .

【标注】 【知识点】 全称量词命题与存在量词命题的否定；全称量词与存在量词

17. 2019~2020学年天津红桥区高一上学期期中第2题4分 ★

命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^3 + 1 \geq 0$ ”的否定是 () .

- A. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x^3 + 1 < 0$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, x^3 + 1 < 0$
C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x^3 + 1 \geq 0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^3 + 1 \leq 0$

【答案】 A

【解析】 由特称命题的否定为全称命题，可得，
命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^3 + 1 \geq 0$ ”的否定是：
“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x^3 + 1 < 0$ ” .
故答案选：A .

【标注】 【知识点】 逻辑联结词；全称量词与存在量词；全称量词命题与存在量词命题的否定