

05基本不等式3练习题

🔔 换元法

1. 若 $x > 0$, $y > -2$, 且 $x + y = 1$, 则 $\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{y^2}{y + 2}$ 的最小值为().
A. 8 B. 3 C. 2 D. $\frac{13}{5}$
2. 对任意的实数 $x > 1$, $y > \frac{1}{2}$, 不等式 $p \leq \frac{x^2}{2y - 1} + \frac{4y^2}{x - 1}$ 恒成立, 则实数 p 的最大值为 ____.
3. 已知 $xy > 0$, $x + y = 3$, 则 $\frac{x^2}{y + 1} + \frac{y^2}{x + 2}$ 的最小值为 ____.

🔔 配凑法

4. 若 $x, y \in \mathbf{R}$, 且 $4x^2 + y^2 + xy = 1$, 则 $2x + y$ 的最大值是 ____.
5. 设函数 $y = ax^2 + 4x + b$.
已知 $a > b$, 若 $y \geq 0$ 对于一切实数 x 恒成立, 并且存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $ax_0^2 + 4x_0 + b = 0$ 成立,
求 $\frac{4a^2 + b^2}{2a - b}$ 的最小值.
6. 已知函数 $f(x) = |\lg x|$, $a > b > 0$, $f(a) = f(b)$. 则 $\frac{a^2 + b^2}{a + b}$ 的最小值为 ____.

🔔 通分法

7. 若正数 a, b 满足: $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$, 则 $\frac{2}{a - 1} + \frac{1}{b - 2}$ 的最小值为().
A. 2 B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{5}{2}$ D. $1 + \frac{3\sqrt{2}}{4}$