

02函数的值域与分段函数练习题

🕒 直接观察法求值域

1. 函数 $y = \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$ 的值域是 _____ .
2. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x$ 的定义域是 $[-4, m]$, 值域是 $[-1, 8]$, 则实数 m 的取值范围是 _____ .

🕒 换元法求值域

3. 函数 $f(x) = 2x - \sqrt{x-1}$ 的值域为 _____ .

🕒 配方法求函数值域

4. 函数 $f(x) = \sqrt{x}(\sqrt{x} - 4) + x - 1$ 的值域为 _____ .

🕒 换元法 (对勾函数型) 求值域

5. 函数 $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$, $x \in [2, 3]$ 的值域为 _____ .

🕒 分离常数法求值域

6. 求 $y = \frac{x+2}{x+1}$ 的值域 .
7. 函数 $y = \frac{2x+3}{x-2}$, $x \in [3, 8]$ 的值域为 _____ .
8. 函数 $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+2}$ 在 $(-1, +\infty)$ 上的值域为 _____ .
9. 函数 $y = \frac{4+5x^2}{1+x^2}$ 的值域为 _____ .

🕒 分段函数赋值运算

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1 \\ x^2, & -1 < x < 2 \\ 2x, & x \geq 2 \end{cases}$, 若 $f(x) = 3$, 则 $x =$ _____ .
11. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 1 \\ x^2+x-2, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f\left(\frac{1}{f(2)}\right)$ 的值为 _____ .

🕒 分段函数实际应用

12. 为保护水资源, 提倡节约用水, 某城市对居民生活用水实行“阶梯水价”, 计费方法如下表:

每户每月用水量	水价
不超过 12m^3 的部分	3元/ m^3
超过 12m^3 但不超过 18m^3 的部分	6元/ m^3

超过 18m^3 的部分

$9\text{元}/\text{m}^3$

设某户居民本月实际用水量为 x (单位： m^3)，应交纳水费为 y (单位：元)。

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式。

(2) 若某户居民本月交纳的水费为48元，求此户居民本月用水量。

13. 经市场调查，某蔬菜在过去8天的日销售量和每日价格均为销售时间 t (天)的函数，且日销售量近似地满足： $f(t) = -2t + 24 (1 \leq t \leq 8, t \in \mathbf{N})$ ，前4天每日价格近似地满足

$g(t) = \frac{1}{2}t + 3 (1 \leq t \leq 4, t \in \mathbf{N})$ ，为促销，后4天每日价格满足 $g(t) = 4 (5 \leq t \leq 8, t \in \mathbf{N})$ 。

(1) 写出该蔬菜的日销售额 y 关于时间 t 的函数关系。

(2) 求日销售额 y 的最大值。

分段函数的值域

14. 已知 $a \in \mathbf{R}$ ，函数 $f(x) = \left| x + \frac{4}{x} - 2a \right| + a$ 。

若 $a = 0$ ，求函数 $f(x)$ 的值域。

15. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2x - x^2, & 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 + 6x, & -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$ 的值域是 ()。

A. $\mathbf{R}$

B. $[-9, +\infty)$

C. $[-8, 1]$

D. $[-9, 1]$