

02函数的对称性练习题

中心对称问题

1. 2016~2017学年上海青浦区高一上学期期末第6题3分 ★★

已知函数 $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ 的图象关于点 P 中心对称，则点 P 的坐标是 _____ .

【答案】 $(-1, 2)$

【解析】 $f(x) = \frac{2x-3}{x+1} = 2 + \frac{-5}{x+1}$,
 $\therefore$ 函数 $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ 的图象关于点 P 中心对称 ,
 $\therefore$ 点 P 的坐标是 $(-1, 2)$,
故答案为 $(-1, 2)$.

【标注】 【知识点】 一个函数的自对称问题

2. 2017~2018学年10月江苏苏州姑苏区苏州第五中学高一上学期月考第11题5分 ★★

函数 $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ 的对称中心为 _____ .

【答案】 $(-1, 2)$

【解析】 $f(x) = \frac{2x+1}{x+1} = 2 - \frac{1}{x+1}$,
 $\therefore y = -\frac{1}{x}$ 先左平移 1 个单位 ,
再向上平移 2 个单位得到 $f(x)$,
且 $y = -\frac{1}{x}$ 的对称中心为 $(0, 0)$,
 $\therefore f(x)$ 的对称中心是 $(-1, 2)$.

【标注】 【知识点】 一个函数的自对称问题

3. ★

定义在实数上的函数 $f(x)$ 满足 $f(4-x) + f(4+x) = 0$, 则其对称性为 _____ .

【答案】 关于 $(4, 0)$ 对称

【解析】 略 .

【标注】 【知识点】 一个函数的自对称问题

【素养】 逻辑推理

轴对称问题

4. ★

对于函数 $f(x)$ 关于 $x = 1$ 对称, 则对于任意的 $x \in \mathbf{R}$ 有 () .

A. $f(-1-x) = f(-1+x)$

B. $f(1-x) = f(1+x)$

C. $f(x-1) = f(x+1)$

D. $f(2-x) = f(2+x)$

【答案】 B

【标注】 【知识点】 一个函数的自对称问题

【素养】 逻辑推理

5. ★

若函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称, 当 $x \leq 2$ 时, $f(x) = 1 - x^2$, 则当 $x > 2$ 时, $f(x) =$ _____ .

【答案】 $-x^2 + 8x - 15$

【解析】 略

【标注】 【知识点】 一个函数的自对称问题

6. 2019~2020 学年上海黄浦区上海市大同中学高一上学期期中第10题3分 ★★

已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 则下列命题中;

①若 $f(x-2)$ 是偶函数, 则函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称;

②若 $f(x+2) = -f(x-2)$, 则函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称;

③函数 $y = f(2+x)$ 与函数 $y = f(2-x)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称;

④函数 $f(x-2)$ 与函数 $y = f(2-x)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称.

其中正确的命题序号是 _____ .

【答案】 ④

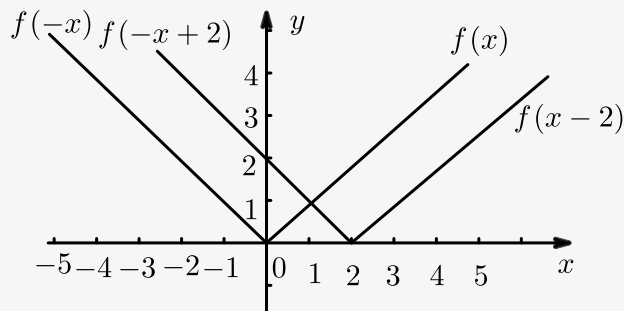
【解析】 ①不正确. 因为 $f(x-2)$ 的图象是由 $f(x)$ 的图象向右平移两个单位而得到, 结合 $f(x-2)$ 是偶函数知, $f(x)$ 的图象关于 $x = -2$ 对称;

②由 $f(x+2) = -f(x-2)$ 变形得 $f(x+8) = f(x)$ 是周期函数, 不能得出函数 $f(x)$ 的图象关于原点对称, 故不正确;

③不正确, 因为函数 $y = f(2+x)$ 是由 $f(x)$ 向左平移 2 个单位,

函数 $y = f(2-x)$ 的图象是由 $f(-x)$ 的图象向右平移 2 个单位，
故两函数的图象仍关于原点对称，

④如图所示,正确.



故答案为：④.

【标注】【知识点】一个函数的自对称问题；两个函数的互对称问题

7. 2019~2020学年四川成都温江区成都市实验外国语学校(西区)高一上学期期中第10题5分 ★★

已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足： $f(-x) = f(2+x)$ ，当 $x \geq 1$ 时， $f(x) = -x^2 + x$ ，则不等式 $f(x) < -6$ 的解为（ ）.

- A. $(-2, 3)$
B. $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$
C. $(-1, 3)$
D. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

【答案】 D

【解析】 由题意可知：

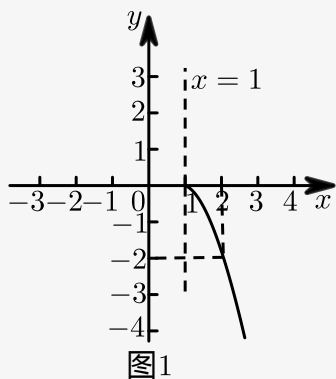
对定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足： $f(-x) = f(2+x)$ ，

则令 $t = 1 + x$, $-x = 1 - t$,

故 $f(1-t) = f(1+t)$, 即 $f(1-x) = f(1+x)$,

则函数 $f(x)$ 关于直线 $x = 1$ 对称, 则

又由当 $x \geq 1$ 时, $f(x) = -x^2 + x$, 可画出部分图象如下: 图 1,



则根据 $f(x)$ 关于直线 $x=1$ 对称, 则可画出 $f(x)$ 的图象如图 2,

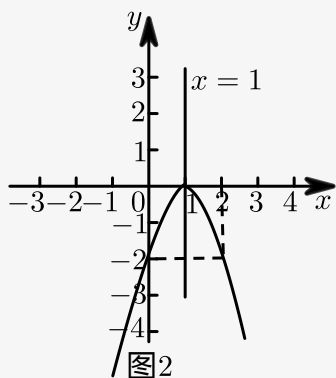


图2

故 $f(x) < -6$ ，即当 $x \geq 1$ 时，解得 $x > 3$ ，

则根据图象可知，当 $x < 1$ 时，解得 $x < -1$ ，

故综上所述，其不等式的解集 $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ 。

故选 D。

【标注】【知识点】一个函数的自对称问题

并项求和

8. 2018~2019学年10月广东广州天河区华南师范大学附属中学高一上学期月考B卷第5题5分 ★★

已知 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ ，那么 $f(1) + f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right) = (\quad)$ 。

A. 3

B. $\frac{7}{2}$

C. 4

D. $\frac{9}{2}$

【答案】B

【解析】

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{\left(\frac{1}{x}\right)^2}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} = \frac{x^2}{1+x^2} + \frac{1}{1+x^2} = 1, \text{ 且 } f(1) = \frac{1}{2},$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= \frac{1}{2} + 1 + 1 + 1 \\ &= \frac{7}{2}. \end{aligned}$$

故选 B。

【标注】【知识点】一个函数的自对称问题