

02诱导公式练习题

1. 同角三角函数基本关系

1. 2018~2019学年12月天津和平区天津市耀华嘉诚国际学校高一上学期月考第6题2分 ★

已知 $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$, $\alpha \in \left(0, \frac{3\pi}{2}\right)$, 则 $\tan \alpha = ()$.

- A. $2\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $-2\sqrt{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

【答案】 B

【解析】 $\sin \alpha = -\frac{1}{3} < 0$, $\alpha \in \left(0, \frac{3\pi}{2}\right)$,
故 $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$,
 $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$,
 $\tan \alpha = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$,
故选 B.

【标注】 【知识点】 同角三角函数的基本关系式；同角三角函数的基本关系式的化简和求值

2. 2018~2019学年12月天津和平区天津市耀华嘉诚国际学校高一上学期月考第31题3分 ★★

已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{17}{25}$, 且 $0 < \alpha < \pi$, 则 $\tan \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-\frac{24}{7}$

【解析】 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{17}{25}$ ①,
平方得: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha$
 $= 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$
 $= \frac{289}{625}$.
即 $2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{336}{625} < 0$
 $\because 0 < \alpha < \pi$,
 $\therefore \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$,
即 $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$,
 $\therefore (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{965}{625}$,
即 $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{31}{25}$ ②,
由①+②得: $2 \sin \alpha = \frac{48}{25}$, $\sin \alpha = \frac{24}{25}$,

$$\begin{aligned} \text{①-②得: } \cos \alpha &= -\frac{7}{27}, \\ \therefore \tan \alpha &= -\frac{24}{7}. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】同角三角函数的基本关系式的化简和求值；同角三角函数的基本关系式

3. 2020~2021学年12月天津河西区天津市新华中学高一上学期月考第3题5分 ★

已知角 α 是第四象限角， $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ ，则 $\sin \alpha$ 的值为（ ）。

- A. $\frac{5}{13}$ B. $-\frac{5}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $-\frac{5}{12}$

【答案】 B

【解析】 $\because \cos \alpha = \frac{12}{13}$ ，
又 $\because \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ，
 $\therefore |\sin \alpha| = \frac{5}{13}$ ，
 $\because \alpha$ 是第四象限角，
 $\therefore \sin \alpha < 0$ ，
 $\therefore \sin \alpha = -\frac{5}{13}$ 。
故选 B。

【标注】【知识点】已知正弦余弦正切或其关系求值

4. 2020~2021学年12月天津和平区天津市第二十中学高一上学期月考第11题4分 ★★

已知 $\tan \alpha = \sqrt{3}$ ($\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$)，则 $\cos \alpha - \sin \alpha$ 等于 _____。

【答案】 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

【解析】 $\because \tan \alpha = \sqrt{3}$ ($\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$)，
 $\therefore \alpha = \frac{4}{3}\pi$ ，
 $\therefore \sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ ，
 $\therefore \cos \alpha - \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 。
故答案为： $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 。

【标注】【知识点】已知正弦余弦正切或其关系求值

5. 2020~2021学年12月天津河东区天津市第三十二中学高一上学期月考第4题5分 ★★

若 $\sin \alpha + 2 \cos \alpha = \sqrt{5}$ ，则 $\sin \alpha$ 的值为（ ）。

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【答案】 A**【解析】** $2\cos\alpha = \sqrt{5} - \sin\alpha$,

$$\therefore (2\cos\alpha)^2 + 4\sin^2\alpha = 4,$$

$$\therefore 5 + \sin^2\alpha - 2\sqrt{5}\sin\alpha + 4\sin^2\alpha = 4,$$

$$\therefore 5\sin^2\alpha - 2\sqrt{5}\sin\alpha + 1 = 0,$$

$$\therefore (\sqrt{5}\sin\alpha - 1)^2 = 0,$$

$$\therefore \sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故选 A.

【标注】【知识点】同角三角函数的基本关系式的化简和求值

6. 2020~2021学年12月天津河西区天津市新华中学高一上学期月考第9题5分 ★★

已知 α 为第二象限角, 且 $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{5}$, 则 $\cos\alpha - \sin\alpha =$ _____.

【答案】 $-\frac{7}{5}$

【解析】 $\therefore (\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + (\cos\alpha - \sin\alpha)^2 = 2$,

$$\therefore (\cos\alpha - \sin\alpha)^2 = \frac{49}{25},$$

$$\therefore |\cos\alpha - \sin\alpha| = \frac{7}{5},$$

 $\therefore \alpha$ 在第二象限,

$$\therefore \cos\alpha < 0, \sin\alpha > 0,$$

$$\therefore \cos\alpha - \sin\alpha < 0,$$

$$\therefore \cos\alpha - \sin\alpha = -\frac{7}{5}.$$

【标注】【知识点】正余弦和差积相互转化求值

2. 诱导公式

 弧度制

7. 2018~2019学年天津和平区高一上学期期末第1题 ★

 $\cos\frac{5\pi}{3}$ 等于 ().

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】 C

【解析】 $\cos \frac{5\pi}{3} = \cos \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$.

故选： C .

【标注】 【知识点】 诱导公式；利用诱导公式化简

8. 2018~2019学年天津武清区高一上学期期末第3题4分 ★

已知 $\sin A = \frac{1}{3}$, 则 $\sin(\pi - A)$ 的值是 () .

A. $\frac{1}{3}$

B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

【答案】 A

【解析】 $\because \sin A = \frac{1}{3}$,

$$\therefore \sin(\pi - A) = \sin A = \frac{1}{3} .$$

故选 A .

【标注】 【知识点】 诱导公式；利用诱导公式化简

9. 2017~2018学年北京东城区北京汇文中学高一上学期期末第17题3分 ★

求值： $\cos \frac{4\pi}{3} =$ _____ .

【答案】 $-\frac{1}{2}$

【解析】 $\cos \frac{4\pi}{3} = \cos \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) = -\cos \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$.

故答案为： $-\frac{1}{2}$.

【标注】 【知识点】 诱导公式；利用诱导公式化简

10. 2019~2020学年天津滨海新区高一上学期期末第15题5分 ★★

若 $\sin a = \frac{2}{3}$, 则 $\sin(\pi - a) =$ _____ .

【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】 $\sin a = \frac{2}{3}$,

$$\text{则 } \sin(\pi - a) = \sin a = \frac{2}{3} .$$

【标注】 【知识点】 利用诱导公式化简；诱导公式

11. 2019~2020学年天津红桥区高一上学期期末第13题4分 ★★

已知 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{3}{5}$, $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, 则 $\cos \alpha =$ _____ .

【答案】 $-\frac{4}{5}$

【解析】 $\because \sin(\pi + \alpha) = \frac{3}{5}$,

$$\therefore \sin \alpha = -\frac{3}{5},$$

$$\text{又} \because \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1,$$

$$\therefore \cos^2 \alpha = \frac{16}{25},$$

$$\text{又} \because \alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right),$$

$$\therefore \cos \alpha < 0,$$

$$\therefore \cos \alpha = -\frac{4}{5}.$$

【标注】【知识点】已知正弦余弦正切或其关系求值；利用诱导公式化简

12. 2019~2020学年11月天津塘沽区天津市塘沽区第一中学高一上学期月考第2题5分 ★★

已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 那么 $\cos(\pi - \alpha)$ 的值为 () .

A. $-\frac{4}{5}$

B. $-\frac{3}{5}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

【答案】 B

【解析】 $\because \alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$,

$$\therefore \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{3}{5}.$$

故选 B .

【标注】【知识点】利用诱导公式化简；诱导公式；同角三角函数的基本关系式的化简和求值；同角三角函数的基本关系式

角度制

13. 2018~2019学年12月天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高一上学期月考第1题4分 ★★

$\tan 390^\circ$ 的值等于 () .

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $-\sqrt{3}$

【答案】 A

【解析】 $\tan 390^\circ = \tan(2 \times 180^\circ + 30^\circ) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

【标注】【知识点】利用诱导公式化简；诱导公式

14. 2019~2020学年11月天津和平区天津市第二十中学高一上学期月考第1题3分 ★

$\sin 240^\circ$ 的值为 () .

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】 C

【解析】 $\sin 240^\circ = \sin(180^\circ + 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选 C .

【标注】【知识点】诱导公式；利用诱导公式化简

15. 2018~2019学年12月天津和平区天津市耀华嘉诚国际学校高一上学期月考第21题3分 ★★

$\sin \frac{5\pi}{6} + \cos 240^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 0

【解析】 $\sin \frac{5\pi}{6} + \cos 240^\circ$
 $= \sin \frac{5\pi}{6} + \cos(180^\circ + 60^\circ)$
 $= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$
 $= 0$.

【标注】【知识点】诱导公式；利用诱导公式化简

 结合同角三角函数

16. 2019~2020学年天津和平区高一上学期期末第5题4分 ★★

已知 $\tan x = -\frac{12}{5}$, $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\cos(-x) = ()$.

- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $-\frac{5}{13}$ D. $-\frac{12}{13}$

【答案】 C

【解析】 $\because \tan x = -\frac{12}{5}$, $x \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$,
 $\therefore \cos x = -\sqrt{\frac{1}{1+\tan^2 x}} = -\frac{5}{13}$,
 $\therefore \cos(-x) = \cos x = -\frac{5}{13}$.

故选 C .

【标注】【知识点】已知正弦余弦正切或其关系求值

长化简

17. 2020~2021学年12月天津河东区天津市第三十二中学高一上学期月考第18题 ★★

已知 $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, 则 α 是 _____ 象限角 .

(1) 求 $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ 的值 .

(2)
$$\frac{\sin(\pi - \alpha) \cos(-\alpha) \sin\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right)}{\cos(-\pi - \alpha) \tan(2020\pi - \alpha)}$$
 化简求值 :

【答案】 (1) 第三象限 , $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, $\tan \alpha = \frac{3}{4}$;
第四象限 , $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$.

(2) $-\frac{16}{25}$.

【解析】 (1) $\because \sin \alpha = -\frac{3}{5}$,

$\therefore \alpha$ 在第三或第四象限 .

若 α 在第三象限 ,

又 $\because \sin \alpha = -\frac{3}{5}$,

$\therefore \cos \alpha = -\frac{4}{5}$,

$\tan \alpha = \frac{3}{4}$,

若 α 在第四象限 ,

又 $\because \sin \alpha = -\frac{3}{5}$,

$\therefore \cos \alpha = \frac{4}{5}$,

$\tan \alpha = -\frac{3}{4}$,

综上 , α 在第三象限 , $\tan \alpha = \frac{3}{4}$; α 在第四象限 , $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$.

(2) 原式 $= \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha (-\cos \alpha)}{(-\cos \alpha)(-\tan \alpha)}$
 $= \frac{\sin \alpha \cos \alpha \cos \alpha}{-\sin \alpha}$
 $= -\cos^2 \alpha$
 $= -\frac{16}{25}$.

【标注】【知识点】利用诱导公式化简 ; 同角三角函数的基本关系式的化简和求值

18. 2020~2021学年天津和平区天津市耀华中学高一上学期期末第19题 ★★

已知 $f(\alpha) = \frac{\sin(\pi - \alpha) \cos(2\pi - \alpha) \tan(-\alpha + \pi)}{-\tan(-\alpha - \pi) \sin(-\pi - \alpha)}$.

(1) 化简 $f(\alpha)$.

(2) 若 α 是第三象限角, 且 $\sin(\alpha + \pi) = \frac{1}{5}$, 求 $f(\alpha)$ 的值 .

【答案】(1) $f(\alpha) = -\cos \alpha$.

$$(2) \frac{2\sqrt{6}}{5} .$$

【解析】(1) $f(x) = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha \tan(-\alpha)}{-\tan(-\alpha) \sin \alpha}$
 $= -\cos \alpha$.

$$(2) \because \sin(\alpha + \pi) = \frac{1}{5} ,$$

$$\therefore \sin \alpha = -\frac{1}{5} ,$$

又 $\because \alpha$ 是第三象限角 ,

$$\therefore \cos \alpha < 0 ,$$

$$\therefore \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5} ,$$

$$\therefore f(\alpha) = -\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5} .$$

【标注】【知识点】利用诱导公式直接求值

3. 弦化切

19. 2020~2021学年12月天津河西区天津市海河中学高一上学期月考第10题 ★★

已知 $\tan \alpha = 3$, 计算 :

$$(1) \frac{4 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \cos \alpha + 3 \sin \alpha} .$$

$$(2) 2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - 3 \cos^2 \alpha .$$

【答案】(1) $\frac{5}{7}$.

$$(2) \frac{9}{5} .$$

【解析】(1) $\frac{4 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \cos \alpha + 3 \sin \alpha}$
 $= \frac{4 \tan \alpha - 2}{5 + 3 \tan \alpha}$
 $= \frac{4 \times 3 - 2}{5 + 3 \times 3}$
 $= \frac{10}{14}$
 $= \frac{5}{7} .$

$$(2) \text{原式} = \frac{2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - 3 \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$$
$$= \frac{2 \tan^2 \alpha + \tan \alpha - 3}{\tan^2 \alpha + 1}$$
$$= \frac{18 + 3 - 3}{9 + 1}$$

$$= \frac{9}{5} .$$

【标注】【知识点】同角关系构造齐次式化简求值；同角关系齐次式化简求值

20. 2020~2021学年12月天津河西区天津市新华中学高一上学期月考第13题10分 ★★

已知 $\frac{\sin \alpha - 3 \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = -1$ ，求下列各式的值。

(1) $\tan \alpha$.

(2) $2\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha$.

【答案】(1) 1 .

(2) $\frac{1}{2}$.

【解析】(1) $\because \frac{\sin \alpha - 3 \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = -1$,
 $\therefore \frac{\tan \alpha - 3}{\tan \alpha + 1} = -1$,
 $\therefore \tan \alpha - 3 = -\tan \alpha - 1$,
 $\therefore \tan \alpha = 1$.

(2) $2\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha$
 $= \frac{2\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}$
 $= \frac{2\tan^2 \alpha - \tan \alpha}{\tan^2 \alpha + 1}$
 $= \frac{2 - 1}{1 + 1}$
 $= \frac{1}{2}$.

【标注】【知识点】同角关系齐次式化简求值；同角关系构造齐次式化简求值

21. 2020~2021学年天津南开区天津市南开中学高一上学期期末第4题4分 ★★

已知 $\tan \alpha = 3$ ，则 $\frac{\sin \alpha - 2 \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = (\quad)$.

A. $-\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{7}$

C. $-\frac{5}{3}$

D. 0

【答案】B

【解析】 $\frac{\sin \alpha - 2 \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha}$
 $= \frac{\tan \alpha - 2}{2 \tan \alpha + 1}$
 $= \frac{3 - 2}{2 \times 3 + 1}$
 $= \frac{1}{7}$.

故选 B .

【标注】【知识点】同角三角函数的基本关系式的化简和求值