

04正弦、余弦、正切型三角函数的图像性质练习题

1. 基础性质

定义域

1. 2020~2021学年天津河东区高一上学期期末第9题4分 ★

函数 $y = \tan x$ 的定义域为 _____ .

【答案】 $\left\{x \mid x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$

【解析】 方法一： $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$.

方法二：根据正切函数 $y = \tan x$ 的定义

知，

其定义域为： $\left\{x \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$.

故答案为： $\left\{x \mid x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$.

【标注】 【知识点】正切函数的图象和性质

【知识点】求具体函数（包括复合函数）的定义域

【素养】数学运算

最小正周期

2. 2019~2020学年天津滨海新区高一上学期期末第2题5分 ★

函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, $x \in \mathbf{R}$ 的最小正周期为 () .

A. 4π

B. 2π

C. π

D. $\frac{\pi}{2}$

【答案】 C

【解析】 函数 y 的最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

故选 C .

【标注】 【知识点】正弦型函数的图象与性质；正弦函数的图象和性质

3. 2016~2017学年天津红桥区高一上学期期末第5题4分 ★

函数 $y = \cos \frac{x}{2}$ 的最小正周期是 () .

A. $\frac{\pi}{2}$

B. π

C. 2π

D. 4π

【答案】 D

【解析】 函数 $y = \cos \frac{x}{2}$ 的最小正周期是 $\frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$,

故选：D.

【标注】 【知识点】 余弦函数的图象和性质

4. 2020~2021学年天津东丽区高一上学期期末第12题5分 ★

函数 $f(x) = \tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ 的定义域是 _____, 最小正周期是 _____.

【答案】 $\left\{x \mid x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}\right\}; 2\pi$

【解析】 由 $\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3} \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$, 得 $\frac{x}{2} \neq k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}$,

$\therefore x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}$.

$\therefore$ 函数 $y = \tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ 的定义域为 $\left\{x \mid x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}\right\}$,

由 $T = \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = 2\pi$ 得函数 $f(x)$ 的最小正周期是 $T = 2\pi$,

故答案为： $\left\{x \mid x \neq 2k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}\right\}; 2\pi$.

【标注】 【知识点】 正切型三角函数的图象与性质

奇偶性

5. 2019~2020学年天津河北区高一上学期期末第3题4分 ★★

函数 $y = \cos 2x, x \in \mathbf{R}$ 是 () .

A. 最小正周期为 π 的奇函数

B. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的奇函数

C. 最小正周期为 π 的偶函数

D. 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ 的偶函数

【答案】 C

【解析】 令 $f(x) = \cos 2x$,

$f(-x) = \cos(-2x) = \cos 2x = f(x)$,

故 $f(x)$ 为偶函数,

又 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

故选 C.

【标注】 【知识点】 余弦函数的图象和性质；余弦型三角函数的图象与性质；函数周期性与奇偶性
综合问题

6. 2018~2019学年12月天津西青区天津市西青区杨柳青第一中学高一上学期月考第6题4分 ★★

函数 $y = \tan x$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 的值域为 () .

- A. $(0, 1)$ B. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

【答案】 C

【解析】 $\because x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$,

结合函数图像及函数单调性可得 $\tan x \in (0, +\infty)$.

故选 C .

【标注】 【知识点】 用单调性观察法求值域；正切型三角函数的图象与性质；正切函数的图象和性质

7. 2020~2021学年天津东丽区高一上学期期末第8题5分 ★★

已知函数 $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, 给出下列结论:

- ① $f(x)$ 的最小正周期为 2π ;
 ② $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 是 $f(x)$ 的最大值 ;
 ③ 把函数 $y = \sin x$ 的图象上所有点向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 可得到函数 $y = f(x)$ 的图象 .

其中所有正确结论的序号是 () .

- A. ① B. ①③ C. ②③ D. ①②③

【答案】 B

【解析】 ① $\because f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$,

$$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi,$$

故①正确;

$$② f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \neq 1,$$

$\therefore f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 不是 $f(x)$ 的最大值,

故②错误;

$$③ \text{把函数 } y = \sin x \text{ 的图象上所有点向左平移 } \frac{\pi}{3} \text{ 个单位长度后得 } y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = f(x),$$

故③正确,

故正确的为①③ .

故选 B .

【标注】 【知识点】 正余弦型、正切型函数图象变换

 对称轴/对称中心

8. 2018~2019学年12月天津南开区天津中学高一上学期月考第11题3分 ★★

将函数 $y = \sin\left(6x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象上各点的横坐标伸长到原来的 3 倍，纵坐标不变，再把所得函数图象向右平行移动 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度，得到的函数图象的一个对称中心是 () .

- A. $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ C. $\left(\frac{\pi}{9}, 0\right)$ D. $\left(\frac{\pi}{16}, 0\right)$

【答案】 A

【解析】

$$y = \sin\left(6x + \frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow{\text{伸长3}} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \xrightarrow{\text{向右移 } \frac{\pi}{8}} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \sin 2x ,$$

$$2x = k\pi , x = \frac{k\pi}{2} ,$$

所以对称中心 $\left(\frac{k\pi}{2}, 0\right)$.

故选 A .

【标注】【知识点】求正弦型函数的对称中心