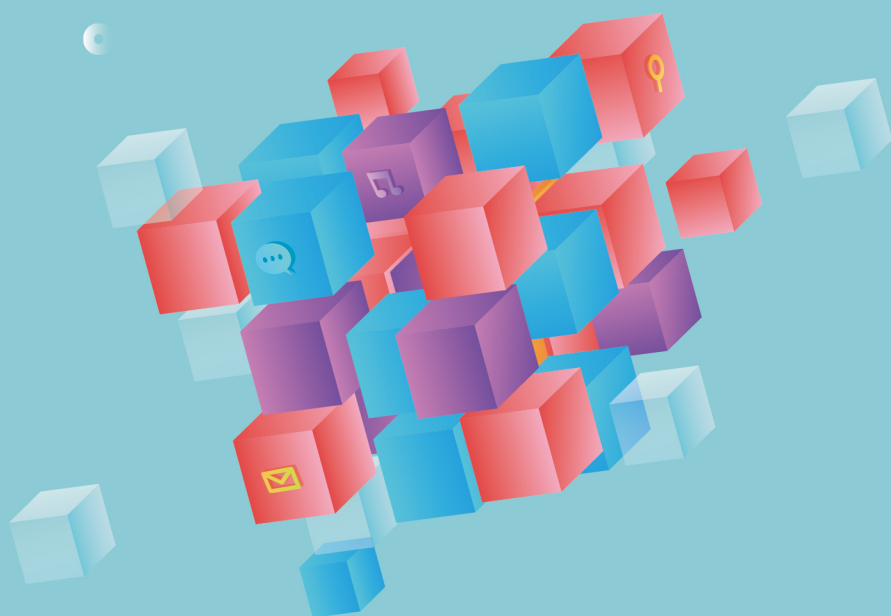


知识魔方

i 数学



总 主 编：马建明

本模块主编：闫聪聪

教 研 团 队：闫聪聪 蔡磊

吕金琳

封面设计：刘雅迪

前言

学而思一对一产品升级介绍

为进一步打造本地化产品，助力学生高考，学而思 1 对 1 产品团队打造了模块课系列产品，该产品旨在将高中阶段所有的知识点全部打散，再针对每一个学生的具体情况重新组合，制定个性化的学习方案，帮助学生进步。

随着模块课 1.0 版本的推进，无论是课程选择，还是内容学习上，学生有更多可以选择的空间，切实满足不同学生的个性化需求。本着“随需而变，才有未来”的精神，我们又推出了 2.0 版本《知识魔方·i 系列》，此系列涵盖《知识魔方·i 数学》、《知识魔方·i 物理》、《知识魔方·i 化学》、《知识魔方·i 生物》、《知识魔方·i 历史》多种学科，结合学科共性，统一产品逻辑，与此同时，兼顾到学科特色，创新学习形式，激发学生学习兴趣，做学习的主人。

本产品在设计上有三个突出的**特点**：

- (1) 模块产品，私人订制效果棒
- (2) 本地优化，海量资源覆盖广
- (3) 知识解构，新旧旧识尽入囊



扫描二维码，关注公众号，获取更多学习资料

高中数学课程产品设计

考点分析：以大数据方式分析考试重点难点，紧扣考试热点，让同学们的复习更具针对性。

知识导图：梳理知识结构，帮助同学们形成网络状的知识图谱，更有助于对知识点的理解记忆。

典型例题：分析考试情况，精选最新的考题，让同学们清楚每一个知识点的考法。

巩固练习：匹配同类型题目，讲练结合，锻炼提升解题能力。

本模块介绍

本模块主要对暑期所学知识进行整体复习。

目 录

第 1 讲 导数.....	01
第 2 讲 平面向量.....	09
第 3 讲 三角函数与解三角形.....	13
第 4 讲 圆锥曲线.....	19



我们一起开始学习吧 o (*^_^*) o



第 1 讲

导数





导数的几何意义

- 1 若 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2\Delta x) - f(x_0)}{3\Delta x} = 1$, 则 $f'(x_0)$ 等于 ().
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. 2
- 2 函数 $f(x) = \frac{2x-1}{e^x}$ 在 $x=1$ 处的切线的斜率为 ____.
- 3 曲线 $y = x^3 + x - 2$ 在点 P 处的切线平行于直线 $y = 4x - 1$, 则切线方程为 ().
A. $y = 4x$ B. $y = 4x - 4$
C. $y = 4x - 8$ D. $y = 4x$ 或 $y = 4x - 4$
- 4 已知 $a \in \mathbf{R}$, 设函数 $f(x) = ax - \ln x$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线为 l , 则 l 在 y 轴上的截距为 ____.
- 5 已知某曲线的方程为 $y = x^2 + 2$, 则过点 $B(2, -3)$ 且与该曲线相切的直线的一般式方程为 ____.
- 6 已知直线 $y = kx$ 与曲线 $y = \ln x$ 相切, 则 k 的值为 ().
A. e B. $-e$ C. $\frac{1}{e}$ D. $-\frac{1}{e}$
- 7 已知 $f(x) = \ln x$, $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + mx + \frac{7}{2}$ ($m < 0$), 直线 l 与函数 $f(x)$, $g(x)$ 的图象都相切, 且与函数 $f(x)$ 的图象的切点为 $(1, f(1))$, 则 m 的值为 ____.
- 8 已知函数 $f(x) = ax \ln x - bx$ ($a, b \in \mathbf{R}$), 在点 $(e, f(e))$ 处的切线方程为 $y = 3x - e$, 则 a, b 的值分别为 ____.
- 9 已知函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$) 的图象在 $(0, 1)$ 处的切线方程为 $y = 2x + 1$, 若 $f(x) \geq mx + x$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为 ____.



导数运算

- 10 下列求导运算正确的是 ().
A. $(e^{-x})' = e^{-x}$ B. $(\sin \alpha)' = \cos \alpha$ (α 为常数)
C. $(\cos x)' = \sin x$ D. $(\lg x)' = \frac{1}{x \ln 10}$
- 11 $f(x) = \frac{1}{x} \cos x$, 则 $f(\pi) + f'(\frac{\pi}{2}) =$ ____.
- 12 已知 a 为常数, 若曲线 $y = ax^2 + 3x - \ln x$ 存在与直线 $x + y - 1 = 0$ 垂直的切线, 则实数 a 的取值范围是 ().
A. $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ B. $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ C. $[-1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1]$
- 13 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 - 3}{e^x}$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $f'(1) =$ ____.



导数的应用

- 14 若函数 $f(x) = kx - \ln x$ 在区间 $(1, +\infty)$ 单调递增, 则 k 的取值范围是 ().
A. $(-\infty, -2]$ B. $(-\infty, -1]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$
- 15 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 其导函数记为 $f'(x)$, 当 $x > 0$ 时, $f'(x) < \frac{f(x)}{x}$ 恒成立, 若 $f(2) = 0$, 则不等式 $\frac{f(x)}{x-1} > 0$ 的解集为 ().
A. $(-2, 0) \cup (1, 2)$ B. $(-2, 0) \cup (0, 1)$ C. $(1, 2) \cup (-\infty, -2)$ D. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$
- 16 函数 $f(x) = \ln(x+a) - \frac{x}{x+1}$ 存在两个不同的极值点 x_1, x_2 , 则实数 a 的取值范围是 ().
A. $(\frac{3}{4}, 1) \cup (1, +\infty)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, \frac{3}{4})$
- 17 若函数 $f(x) = x \ln x + ae^x$ 没有极值点, 则实数 a 的取值范围是 ().
A. $(\frac{1}{e}, +\infty)$ B. $(0, \frac{1}{e})$ C. $(-\infty, -\frac{1}{e})$ D. $(-\frac{1}{e}, 0)$
- 18 函数 $f(x) = 12x - x^3$ 在区间 $[-3, 3]$ 的最小值是 _____.
- 19 已知 $f(x) = e^x - ax^2$, 曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = bx + 1$.
(1) 求 a, b 的值.
(2) 求 $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上的最大值.
- 20 已知函数 $f(x) = \ln x + ax^2 + (2a+1)x$.
(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.
(2) 当 $a < 0$ 时, 证明 $f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2$.



21 已知函数 $f(x) = ae^{2x} + (a-2)e^x - x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围.

22 已知函数 $g(x) = ax^3 + x^2 + x$ (a 为实数).

(1) 试讨论函数 $g(x)$ 的单调性.

(2) 若对 $\forall x \in (0, +\infty)$ 恒有 $g(x) \leq \ln x + \frac{1}{x}$, 求实数 a 的取值范围.



23 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, $g(x) = \frac{m}{x} - \frac{3}{x^2} - 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

(2) 对一切 $x \in (0, +\infty)$, $2f(x) \geq g(x)$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

(3) 证明: 对一切 $x \in (0, +\infty)$, 都有 $\ln x < \frac{2x}{e} - \frac{x^2}{e^x}$ 成立.

24 已知函数 $f(x) = e^x - x - 1$, $g(x) = x^2 e^{ax}$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 求 $g(x)$ 的单调区间;

(3) 当 $a = 1$ 时, 对于在 $(0, 1)$ 中的任一个常数 m , 是否存在正数 x_0 使得 $f(x_0) > \frac{m}{2}g(x_0)$ 成立?

如果存在, 求出符合条件的一个 x_0 ; 否则说明理由.



25 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2$, $g(x) = a \ln x$.

(1) 设 $h(x) = f(x) + g(x)$, 若对任意两个不等的正数 x_1, x_2 , 都有 $\frac{h(x_1) - h(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

(2) 若在 $[1, e]$ 上存在一点 x_0 , 使得 $f'(x_0) + \frac{1}{f'(x_0)} < g(x_0) - g'(x_0)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

26 若函数 $f(x) = ax^3 - bx + 4$, 当 $x = 2$ 时, 函数 $f(x)$ 有极值 $-\frac{4}{3}$.

(1) 求函数的解析式.

(2) 若函数 $f(x) = k$ 有 3 个解, 求实数 k 的取值范围.



27 已知函数 $f(x) = x^2 - 2 \ln x$, $h(x) = x^2 - x + a$.

(1) 其求函数 $f(x)$ 的极值.

(2) 设函数 $k(x) = f(x) - h(x)$, 若函数 $k(x)$ 在 $[1, 3]$ 上恰有两个不同零点, 求实数 a 的取值范围.

28 设函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax$ ($a > 0$), $g(x) = bx^2 + 2b - 1$.

(1) 若曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 在它们的交点 $(1, c)$ 处有相同的切线, 求实数 a, b 的值.

(2) 当 $b = \frac{1-a}{2}$ 时, 若函数 $h(x) = f(x) + g(x)$ 在区间 $(-2, 0)$ 内恰有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

(3) 当 $a = 1, b = 0$ 时, 求函数 $h(x) = f(x) + g(x)$ 在区间 $[t, t+3]$ 上的最小值.



29 已知函数 $f(x) = axe^x - b \ln x - 2x (a, b \in \mathbf{R})$.

- (1) 讨论 $a = 0$ 时, 函数 $f(x)$ 的单调性.
- (2) 若 $b = 2$, 函数 $f(x)$ 有两个零点, 求实数 a 的取值范围.

30 若函数 $f(x) = ax^3 - bx + 4$, 当 $x = 2$ 时, 函数 $f(x)$ 有极值 $-\frac{4}{3}$.

- (1) 求函数的解析式.
- (2) 求函数的极值.
- (3) 若关于 x 的方程 $f(x) = k$ 有三个零点, 求实数 k 的取值范围.

第 2 讲

平面向量





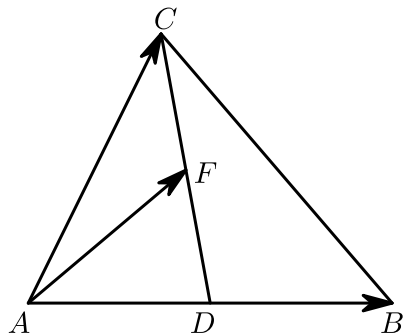
平面向量的定义与线性运算

- 1 下列结论中正确的是 ().
- A. 向量与有向线段是一样的, 因此可以用有向线段来表示向量.
 B. $|\vec{a}|$ 与 $|\vec{b}|$ 是否相等与 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的方向无关.
 C. 零向量的长度为零, 方向是任意的.
 D. 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$, 则 $\vec{a} \parallel \vec{c}$.
- 2 关于平面向量, 下列说法正确的是 ().
- A. 零向量是唯一没有方向的向量
 B. 平面内的单位向量是唯一的
 C. 方向相反的向量是共线向量, 共线向量不一定是方向相反的向量
 D. 共线向量就是相等向量
- 3 设 D 、 E 、 F 分别为 $\triangle ABC$ 三边 BC 、 CA 、 AB 的中点, 则 $\vec{DA} + 2\vec{EB} + 3\vec{FC} = ()$.
- A. $\frac{1}{2}\vec{AD}$ B. $\frac{3}{2}\vec{AD}$ C. $\frac{1}{2}\vec{AC}$ D. $\frac{3}{2}\vec{AC}$
- 4 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在线段 BC 上, 且 $BD = 2DC$, 若 $\vec{AD} = \lambda\vec{AB} + \mu\vec{AC}$, 则 $\frac{\lambda}{\mu} = ()$.
-
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 2 D. $\frac{2}{3}$
- 5 设向量 $\vec{a} = (2, 3)$, $\vec{b} = (-1, 2)$, 若 $(\lambda\vec{a} + 2\vec{b}) \parallel (\vec{a} - 3\vec{b})$, 则实数 $\lambda = ()$.
- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{2}$
- 6 已知向量 $\vec{a} = (-1, -2)$, $\vec{b} = (m^2, 4)$, 那么 “ $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ” 是 “ $m = \sqrt{2}$ ” ().
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 7 (5分) 设 D 为 $\triangle ABC$ 中 BC 边上的中点, 且 O 为 AD 边上靠近点 A 的三等分点, 则 ().
- A. $\vec{BO} = \frac{5}{6}\vec{AB} - \frac{1}{6}\vec{AC}$ B. $\vec{BO} = \frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{1}{2}\vec{AC}$
 C. $\vec{BO} = -\frac{5}{6}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$ D. $\vec{BO} = -\frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$



- 8 (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AC 上一点, 且 $\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{AD}$, P 为 BD 上一点, 向量 $\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC}$ ($\lambda > 0, \mu > 0$), 则 $\frac{4}{\lambda} + \frac{1}{\mu}$ 的最小值为 ().
- A. 16 B. 8 C. 4 D. 2

- 9 (5分) 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD = DB$, 点 F 在线段 CD 上, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AF} = x\vec{a} + y\vec{b}$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y+1}$ 的最小值为 _____.

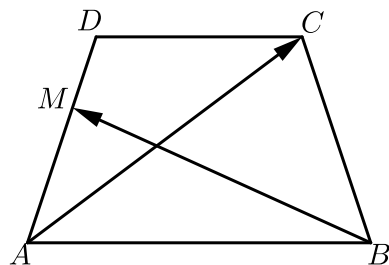


- 10 (5分) 在平行四边形 $ABCD$ 中 E 为 BC 的中点, F 为 DC 的中点, 若 $\overrightarrow{AC} = \lambda\overrightarrow{AE} + \mu\overrightarrow{BF}$, 则 $\lambda + \mu$ 的值为 _____.



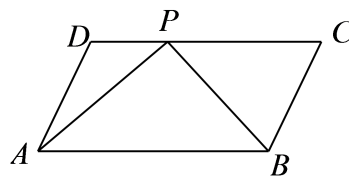
平面向量数量积运算

- 11 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$, $AB = 2$, $AC = 1$, E, F 为 BC 边的三等分点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} = ()$.
- A. $\frac{8}{9}$ B. $\frac{10}{9}$ C. $\frac{25}{9}$ D. $\frac{26}{9}$
- 12 已知 $\vec{a}, \vec{b}$ 是两个非零向量, 同时满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 求 $\vec{b}$ 与 $\vec{a} + \vec{b}$ 的夹角.
- 13 已知向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 的夹角为 120° , 且 $|\overrightarrow{AB}| = 2$, $|\overrightarrow{AC}| = 3$, 若 $\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, 且 $\overrightarrow{AP} \perp \overrightarrow{BC}$, 则实数 λ 的值为 _____.
- 14 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 4$, $AD = 3$, $CD = 2$, M 是线段 AD 上一点, (可与 A, D 重合), 若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BM} = -3$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 的取值范围是 _____.





- 15 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB = 8$, $AD = 5$, $\overrightarrow{CP} = 3\overrightarrow{PD}$, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP} = 2$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 的值是 ().

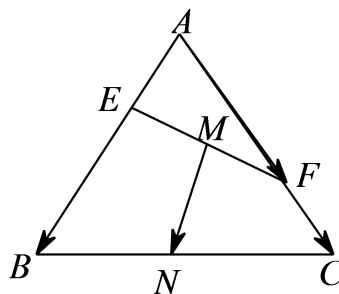


- A. 8 B. 12 C. 22 D. 24



综合问题

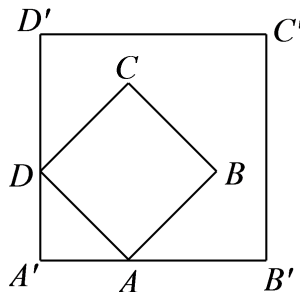
- 16 如图, 在边长为 1 的正三角形 ABC 中, E, F 分别为边 AB, AC 上的动点, 且满足 $\overrightarrow{AE} = m\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF} = n\overrightarrow{AC}$, 其中 $m, n \in (0, 1)$, $m + n = 1$, M, N 分别是 EF, BC 的中点, 则 $|\overrightarrow{MN}|$ 的最小值为 ().



- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{5}{3}$

- 17 在等腰梯形中, $AB \parallel CD$, $AB = 2$, $AD = 1$, $\angle DAB = 60^\circ$, 若 $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{AF} = \lambda\overrightarrow{AB}$, 且 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DF} = -1$, 则 $\lambda =$ _____.

- 18 如图所示, 边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的顶点 A, D 分别在边长为 2 的正方形 $A'B'C'D'$ 的边 $A'B'$ 和 $A'D'$ 上移动, 则 $\overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{A'C}$ 的最大值是 ().



- A. 2 B. $1 + \sqrt{2}$ C. π D. 4

第 3 讲

三角函数与解三角形





三角函数定义与诱导公式

- 1 若 $\tan \theta = 3$, 则 $2\sin^2 \theta - \sin \theta \cos \theta - \cos^2 \theta = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 2 已知 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{7}{5}$, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, 则 $\sin \theta - \cos \theta$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- 3 化简: $\frac{\tan(\pi + \alpha) \cos(2\pi + \alpha) \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)}{\cos(-\alpha - 3\pi) \sin(-3\pi - \alpha)} = \underline{\hspace{2cm}}$.



三角恒等变换

- 4 已知 $\alpha, \beta \in (0, \pi)$, 且 $\tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$, $\tan \beta = -\frac{1}{7}$, 则 $2\alpha - \beta = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 5 设 α 与 β 均为锐角, 且 $\cos \alpha = \frac{1}{7}$, $\sin(\alpha + \beta) = \frac{5\sqrt{3}}{14}$, 则 $\cos \beta$ 的值为 ().
 A. $\frac{71}{98}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{71}{98}$ 或 $\frac{1}{2}$ D. $\frac{71}{98}$ 或 $\frac{59}{98}$
- 6 $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{7}}{4}$, 则 $\cos 2\theta$ 的值为 ().
 A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{7}{16}$ C. $\pm \frac{1}{8}$ D. $\frac{13}{16}$
- 7 已知 $\tan \alpha = 2$, 则 $\cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.



三角函数图像性质

- 8 将函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向右平移 φ ($0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象, 若对满足 $|f(x_1) - g(x_2)| = 2$ 的 x_1, x_2 , 有 $|x_1 - x_2|_{\min} = \frac{\pi}{3}$, 则 $\varphi =$ ().
 A. $\frac{5\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$
- 9 设函数 $f(x) = 2 \sin(\omega x + \varphi)$, $x \in \mathbf{R}$, 其中 $\omega > 0$, $|\varphi| < \pi$. 若 $f\left(\frac{5\pi}{8}\right) = 2$, $f\left(\frac{11\pi}{8}\right) = 0$, 且 $f(x)$ 的最小正周期大于 2π , 则 ().
 A. $\omega = \frac{2}{3}$, $\varphi = \frac{\pi}{12}$ B. $\omega = \frac{2}{3}$, $\varphi = -\frac{11\pi}{12}$
 C. $\omega = \frac{1}{3}$, $\varphi = -\frac{11\pi}{24}$ D. $\omega = \frac{1}{3}$, $\varphi = \frac{7\pi}{24}$
- 10 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x + \cos \omega x$ ($\omega > 0$), $x \in \mathbf{R}$, 在曲线 $y = f(x)$ 与直线 $y = 1$ 的交点中, 若相邻交点距离的最小值为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $f(x)$ 的最小正周期为 ().
 A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. π D. 2π



11 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right) - 2\cos^2 \frac{\omega x}{2}$ 其中 $x \in \mathbf{R}, \omega > 0$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的值域.

(2) 若函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y = -1$ 的两个相邻交点间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 求函数 $f(x)$ 的单调增区间.

12 已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x - 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间.

(2) 若将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 求函数 $g(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值, 并求出取得最值时的 x 值.



- 16



18 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $2a \sin B = \sqrt{2}b$.

(1) 求角 A 的大小.

(2) 若 $a = 6, b + c = 8$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边, 且 $\frac{a}{b} = \frac{\cos A}{2 - \cos B}$.

(1) 求 $\frac{a}{c}$.

(2) 若 $b = 4, \cos C = \frac{1}{4}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

(3) 在 (II) 的条件下, 求 $\cos\left(2C + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值.

第 4 讲

圆锥曲线





直线与圆

- 1 直线 l 绕它与 x 轴的交点逆时针旋转 $\frac{\pi}{3}$, 得到直线 $\sqrt{3}x + y - 3 = 0$, 则直线 l 的直线方程 ()
 A. $x - \sqrt{3}y - 1 = 0$ B. $\sqrt{3}x - y - 3 = 0$ C. $x + \sqrt{3}y - 1 = 0$ D. $\sqrt{3}x - y - 1 = 0$
- 2 已知点 $A(-1, 1)$ 、 $B(1, 2)$ 、 $C(0, -1)$, 过点 C 的直线 l 与线段 AB 有公共点, 则直线 l 斜率 k 的取值范围是 () .
 A. $[-2, 3]$ B. $[-2, 0) \cup (0, 3]$
 C. $(-\infty, -2] \cup [3, +\infty)$ D. 以上都不对
- 3 不论 k 为何实数, 直线 $(2k-1)x - (k+3)y - (k-11) = 0$ 恒通过一个定点, 这个定点的坐标是 _____.
- 4 过曲线 $C: f(x) = \ln x + x^2$ 上点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 _____.
- 5 设 $m \in \mathbf{R}$ 、则 “ $m = -3$ ” 是 “直线 $l_1: mx + 3y = 2 - m$ 与 $l_2: x + (m+2)y = 1$ 平行” 的 () .
 A. 充分但不必要条件 B. 必要但不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要的条件
- 6 已知直线 $l_1: ax + 4y - 2 = 0$ 与直线 $l_2: 2x - 5y + b = 0$ 互相垂直, 垂足为 $(1, c)$, 则 $a + b + c$ 的值为 () .
 A. 20 B. -4 C. 0 D. 24
- 7 与直线 $2x - y - 1 = 0$ 的距离等于 $\sqrt{5}$ 的直线方程为 () .
 A. $2x - y + 4 = 0$ B. $2x - y - 6 = 0$
 C. $2x - y - 4 = 0$ 或 $2x - y + 6 = 0$ D. $2x - y + 4 = 0$ 或 $2x - y - 6 = 0$
- 8 已知直线 $x + 2y - 4 = 0$ 与直线 $2x + my + m + 3 = 0$ 平行, 则它们之间的距离为 () .
 A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{10}}{2}$
- 9 已知圆 C 的圆心在直线 $x - 2y - 3 = 0$ 上, 且过点 $A(2, -3)$, $B(-2, -5)$, 则圆 C 的标准方程为 _____.
- 10 “ $m > \frac{1}{2}$ ” 是 “ $x^2 + y^2 - 2mx - m^2 - 5m + 3 = 0$ 为圆的方程” 的 () .
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
- 11 圆 $x^2 + y^2 - 4x = 0$ 在点 $P(1, \sqrt{3})$ 处的切线方程是 () .
 A. $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$ B. $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ C. $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$ D. $x + \sqrt{3}y - 4 = 0$



- 12 已知直线 $ax + y - 2 = 0$ 与圆心为 C 的圆 $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 4$ 相交于 A, B 两点, 且 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 则实数 $a =$ _____.
- 13 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 + 2x + 8y - 8 = 0$, 圆 $C_2: x^2 + y^2 - 4x - 4y - 2 = 0$, 则圆 C_1 与圆 C_2 的位置关系是 _____.
- 14 已知圆 $C_1: x^2 + y^2 = 4$ 和圆 $C_2: x^2 + y^2 + 2ay - 6 = 0 (a > 0)$ 的公共弦长为 2, 则实数 a 的值为 ().
- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{2}$



圆锥曲线

- 15 焦点在 x 轴上, 短轴长为 8, 离心率为 $\frac{3}{5}$ 的椭圆的标准方程是 ().
- A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ B. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$
- 16 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 如果 C 上存在一点 Q , 使 $\angle F_1 Q F_2 = 120^\circ$, 则椭圆的离心率 e 的取值范围为 ().
- A. $(0, \frac{1}{2}]$ B. $[\frac{1}{2}, 1)$ C. $(0, \frac{\sqrt{3}}{2}]$ D. $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$
- 17 已知离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 的椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在椭圆上, 若 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$, 且 $\triangle PF_1 F_2$ 的面积为 4, 则椭圆的方程为 _____.
- 18 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 虚轴的上端点为 B , P 为左支上的一个动点, 若 $\triangle PBF$ 周长的最小值等于实轴长的 3 倍, 则该双曲线的离心率为 ().
- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\sqrt{2}$
- 19 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(\sqrt{6}, 0)$, 点 P 在 C 的一条渐近线上, 若 $|PO| = |PF|$ (O 是原点), 且 $\triangle POF$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{2}}{4}$, 则 C 的方程是 ().
- A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ B. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{3} = 1$ D. $\frac{x^2}{5} - y^2 = 1$
- 20 设 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点, O 为坐标原点, 以 OF 为直径的圆与圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 交于 P, Q 两点, 若 $|PQ| = |OF|$, 则 C 的离心率为 ().
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$
- 21 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点, M 是 C 上一点, FM 的延长线交 y 轴于点 N , 若 M 为 FN 的中点, 则 $|FN| =$ _____.



- 22 已知点 $A(2, 0)$, 抛物线 $C: x^2 = 4y$ 的焦点为 F , 射线 FA 与抛物线 C 相交于点 M , 与其准线相交于点 N , 则 $|FM| : |MN| = ()$.
- A. $2 : \sqrt{5}$ B. $1 : 2$ C. $1 : \sqrt{5}$ D. $1 : 3$
- 23 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 交于 A, B 两点, 点 F 为抛物线的焦点, 若 $\triangle FAB$ 为直角三角形, 则双曲线的离心率是 $()$.
- A. 3 B. $\sqrt{6}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$
- 24 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线过点 $(3, 4)$, 且双曲线的一个焦点与抛物线 $y^2 = 20x$ 的焦点重合, 则双曲线的方程为 $()$.
- A. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ D. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$
- 25 已知点 $A(-1, 0), B(1, 0)$ 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左, 右顶点, 点 M 在双曲线上, $\triangle ABM$ 为等腰三角形, 且顶角为 120° , 则该双曲线的标准方程为 $()$.
- A. $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ C. $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ D. $x^2 - y^2 = 1$
- 26 斜率为 $k (k > 0)$ 的直线 l 经过点 $F(1, 0)$ 交抛物线 $y^2 = 4x$ 于 A, B 两点, 若 $\triangle AOF$ 的面积是 $\triangle BOF$ 面积的 2 倍, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 27 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 3x$ 的焦点, 过 F 且倾斜角为 30° 的直线交 C 于 A, B 两点, 则 $|AB| = ()$.
- A. $\frac{\sqrt{30}}{3}$ B. 6 C. 12 D. $7\sqrt{3}$
- 28 设抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线为 l , 过焦点的直线分别交抛物线于 A, B 两点, 分别过 A, B 作 l 的垂线, 垂足为 C, D , 若 $|AF| = 3|BF|$, 且三角形 CDF 的面积为 $\sqrt{3}$, 则 p 的值为 $()$.
- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$