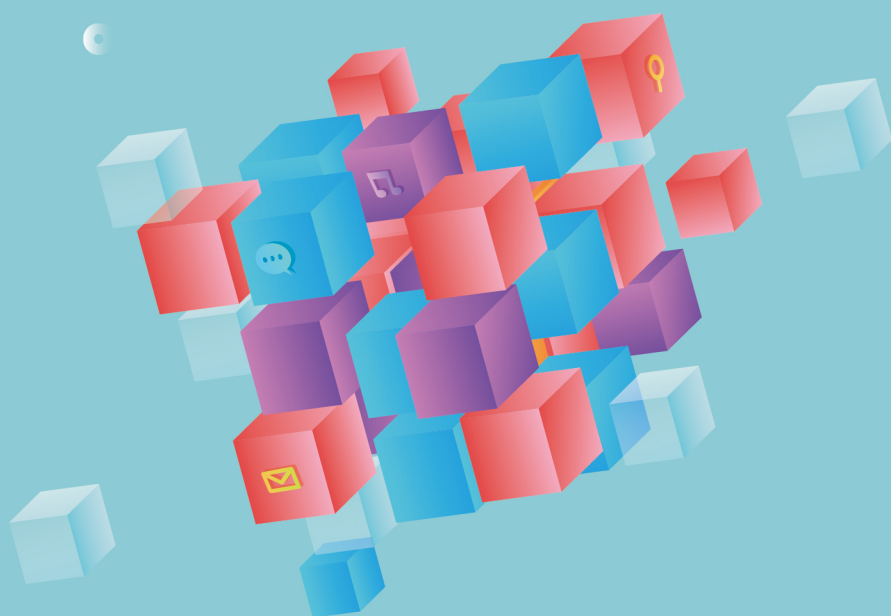


知识魔方

i 数学



总 主 编：马建明

本模块主编：闫聪聪

教 研 团 队：闫聪聪 蔡磊

吕金琳

封面设计：刘雅迪

前言

学而思一对一产品升级介绍

为进一步打造本地化产品，助力学生高考，学而思 1 对 1 产品团队打造了模块课系列产品，该产品旨在将高中阶段所有的知识点全部打散，再针对每一个学生的具体情况重新组合，制定个性化的学习方案，帮助学生进步。

随着模块课 1.0 版本的推进，无论是课程选择，还是内容学习上，学生有更多可以选择的空间，切实满足不同学生的个性化需求。本着“随需而变，才有未来”的精神，我们又推出了 2.0 版本《知识魔方·i 系列》，此系列涵盖《知识魔方·i 数学》、《知识魔方·i 物理》、《知识魔方·i 化学》、《知识魔方·i 生物》、《知识魔方·i 历史》多种学科，结合学科共性，统一产品逻辑，与此同时，兼顾到学科特色，创新学习形式，激发学生学习兴趣，做学习的主人。

本产品在设计上有三个突出的**特点**：

- (1) 模块产品，私人订制效果棒
- (2) 本地优化，海量资源覆盖广
- (3) 知识解构，新旧旧识尽入囊



扫描二维码，关注公众号，获取更多学习资料

高中数学课程产品设计

考点分析：以大数据方式分析考试重点难点，紧扣考试热点，让同学们的复习更具针对性。

知识导图：梳理知识结构，帮助同学们形成网络状的知识图谱，更有助于对知识点的理解记忆。

典型例题：分析考试情况，精选最新的考题，让同学们清楚每一个知识点的考法。

巩固练习：匹配同类型题目，讲练结合，锻炼提升解题能力。

本模块介绍

1、考试要点

本模块是高考的重要考点，三角函数部分在高考中一般以选择填空题的形式出现，难度稍大，解三角形部分通常在第一道大题的位置，非常重要。

2、课程内容

本模块包含 4 讲内容，其中三角恒等变换、三角函数图像与性质、以及解三角形是考试中的重要考点，三角函数图像与性质部分难度稍大，在高考中可能以选择或者填空题的拔高题的形式考查。

目 录

第 1 讲 三角函数定义与诱导公式..... 01

- 知 识 点 1 任意角与弧度制
- 知 识 点 2 三角函数定义
- 知 识 点 3 诱导公式
- 知 识 点 4 和差角公式

第 2 讲 三角恒等变换.....07

- 知 识 点 1 二倍角公式
- 知 识 点 2 辅助角公式

第 3 讲 正弦型三角函数图像性质.....11

- 知 识 点 1 三角函数图像性质
- 知 识 点 2 三角函数图像变换

第 4 讲 解三角形.....19

- 知 识 点 1 正弦定理
- 知 识 点 2 余弦定理
- 知 识 点 3 三角形面积问题
- 知 识 点 4 综合问题



我们一起开始学习吧 o(*^_^*)o



第 1 讲

三角函数定义与诱导公式





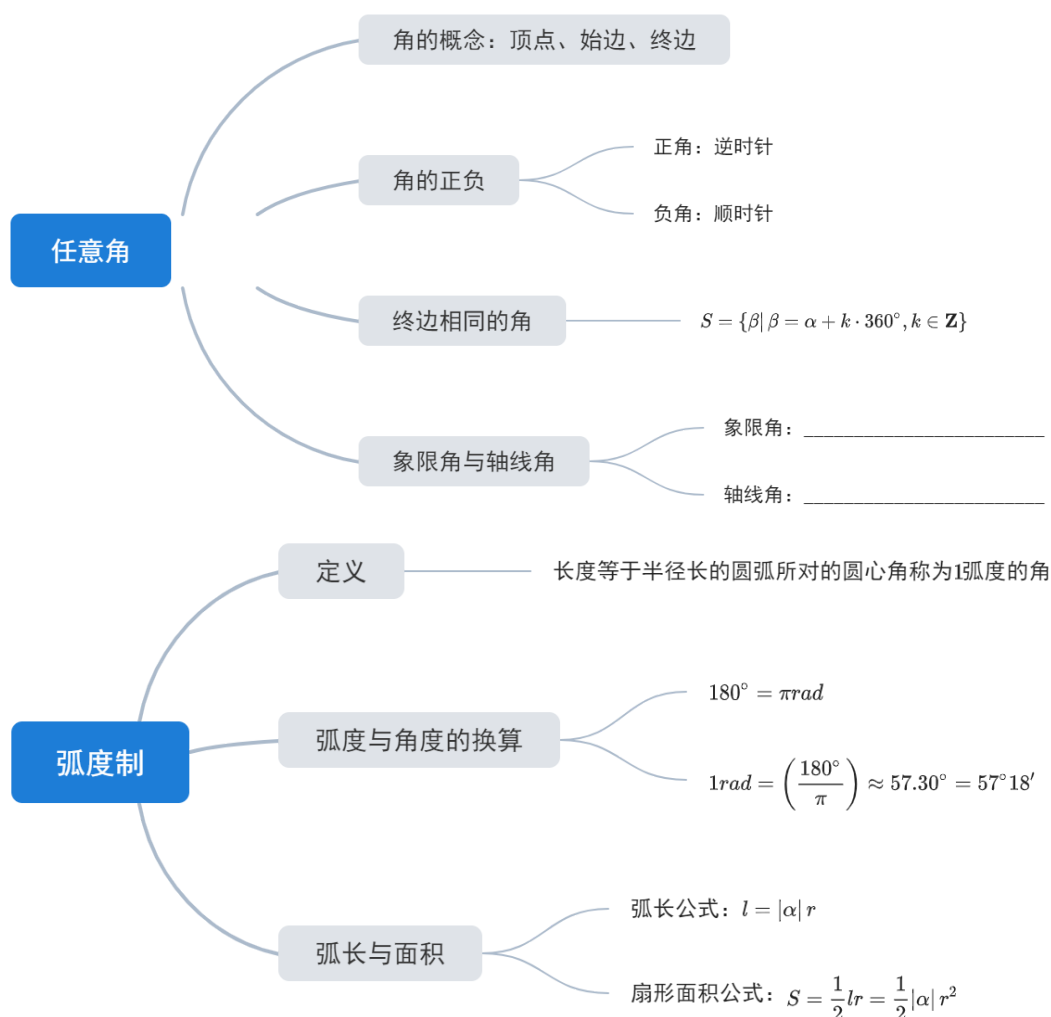
综合近三年高三重点区、校的高三月考期末试题 33 套及一二三模试题 80 套，并结合近五年的高考试题进行了全方位数据分析，总结的本模块重点考点如下：

【高频考点】：

知识点	高三上考试（33 套）	一二三模（80 套）	真题（5 套）
三角函数的图像与性质	69.69%	72.50%	100%
正弦型函数的图像与性质	75.75%	90.00%	80.00%
正余弦型、正切函数图像变换	45.45%	41.25%	60.00%
任意角的三角函数	60.60%	76.25%	80.00%
和差角公式	66.67%	97.50%	100%
二倍角公式	66.67%	83.75%	80.00%
诱导公式	33.33%	56.25%	40.00%
正弦定理	81.81%	68.75%	80.00%
余弦定理	63.63%	72.50%	60.00%
三角形面积	42.42%	41.25%	40.00%

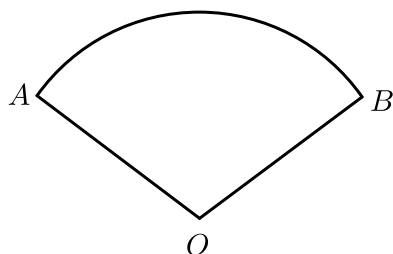


任意角与弧度制





- 1 下列命题正确的是
- A. 终边相同的角必相等;
 B. 小于 90° 的角是锐角;
 C. 锐角都是第一象限的角;
 D. 三角形的内角一定是第一象限或第二象限的角;
 E. 终边在同一直线上的角相差 $k \cdot 180^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$).
- 2 如图, 已知扇形 AOB 的周长是 6cm , 该扇形的中心角是 1 弧度, 则该扇形的面积为 _____.



- 3 已知圆锥的母线长为 10cm , 侧面积为 $60\pi\text{cm}^2$, 则此圆锥的体积为 _____ cm^3 .
- 4 若扇形的圆心角 $\alpha = 120^\circ$, 弦长 $AB = 12\text{cm}$, 则弧长 $l = () \text{cm}$.
- A. $\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$ C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{8\pi}{3}$
- 5 已知圆锥的表面积为 $9\pi\text{cm}^2$, 且它的侧面展开图是一个半圆, 则圆锥的底面半径为 ().
- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}\text{cm}$ B. $3\sqrt{2}\text{cm}$ C. $\sqrt{3}\text{cm}$ D. $2\sqrt{3}\text{cm}$



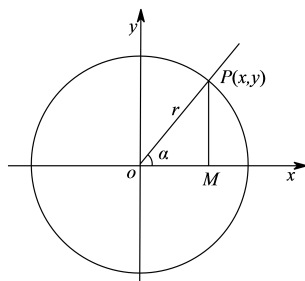
三角函数定义



三角函数定义

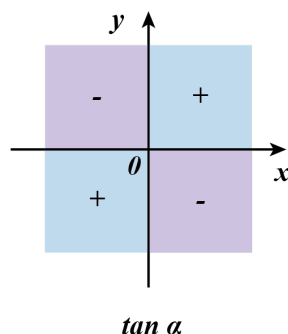
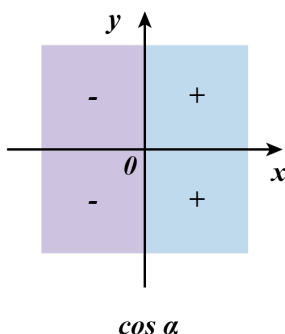
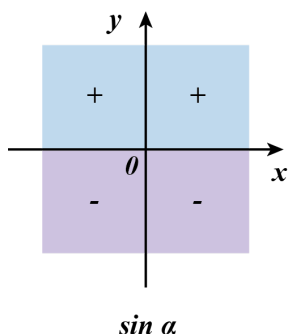
在直角坐标系中, 设 α 是一个任意角, α 终边上任意一点 P (除了原点) 的坐标为 (x, y) , 它与原点的距离为 $r(r = \sqrt{|x|^2 + |y|^2} = \sqrt{x^2 + y^2} > 0)$, 那么:

- ① 比值 $\frac{y}{r}$ 叫做 α 的正弦, 记作 $\sin \alpha$, 即 $\sin \alpha = \frac{y}{r}$;
 ② 比值 $\frac{x}{r}$ 叫做 α 的余弦, 记作 $\cos \alpha$, 即 $\cos \alpha = \frac{x}{r}$;
 ③ 比值 $\frac{y}{x}$ 叫做 α 的正切, 记作 $\tan \alpha$, 即 $\tan \alpha = \frac{y}{x}$ ($x \neq 0$).





三角函数符号



记忆口诀：一全正，二正弦，三正切，四余弦。



同角三角函数基本关系

(1) 平方和关系： $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$;

(2) 商的关系： $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.

- 6 已知角 α 的终边经过点 $(-4, 3)$ ，则 $\cos \alpha = (\quad)$.
 A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$
- 7 角 θ 的终边经过点 $P(4, y)$ ，且 $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ ，则 $\tan \theta = (\quad)$.
 A. $-\frac{4}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{4}$
- 8 已知点 $P(\tan \alpha, \cos \alpha)$ 在第三象限，则角 α 在 $(\quad)$.
 A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 9 已知 $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ，求 $\sin \alpha, \tan \alpha$.
- 10 已知角 α 是第二象限角，且 $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ ，求 $\cos \alpha, \tan \alpha$ 的值.
- 11 设 $\theta \in \mathbf{R}$ ，则 “ $\tan \theta = 1$ ” 是 “ $\theta = \frac{\pi}{4}$ ” 的 $(\quad)$.
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 12 设 $\theta \in \mathbf{R}$ ，则 “ $\sin \theta = \frac{1}{2}$ ” 是 “ $\theta = \frac{\pi}{6}$ ” 的 $(\quad)$.
 A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件



- 13 “ $\alpha = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ ” 是 “ $\tan(\alpha - \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ” 的 ().
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 14 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A > \frac{\pi}{4}$ ” 是 “ $\sin A > \frac{\sqrt{2}}{2}$ ” 的 ().
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件



诱导公式

公式一	$\sin(\alpha + k \cdot 2\pi) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(\alpha + k \cdot 2\pi) = \underline{\hspace{2cm}},$ $\tan(\alpha + k \cdot 2\pi) = \underline{\hspace{2cm}}$ (其中 $k \in \mathbb{Z}$)
公式二	$\sin(\pi + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(\pi + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \tan(\pi + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$
公式三	$\sin(-\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(-\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \tan(-\alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$
公式四	$\sin(\pi - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(\pi - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \tan(\pi - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$
公式五	$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$
公式六	$\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}, \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = \underline{\hspace{2cm}}$

意义: $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha (k \in \mathbb{Z})$ 的三角函数值

记忆方法一: 奇变偶不变, 符号看象限.

记忆方法二: 无论 α 是多大的角, 都将 α 看成锐角.

- 15 已知 α 为锐角, 且 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, 则 $\cos(\pi + \alpha) = (\quad)$.
 A. $-\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
- 16 已知 $\sin \theta = \frac{1}{3}$, $\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 17 已知 $\sin(\frac{\pi}{6} + \alpha) = -\frac{4}{5}$, 则 $\cos(\frac{\pi}{3} - \alpha) = (\quad)$.
 A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{4}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$
- 18 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 那么 $\cos(\pi - \alpha)$ 的值为 ().
 A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
- 19 若 $\sin \alpha = \frac{3}{5} (\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi)$, 则 $\frac{3 \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + 4 \cos(\pi - \alpha)}{5 \cos(-\alpha) + 5 \sin(2\pi - \alpha)} = \underline{\hspace{2cm}}$
- 20 化简: $\frac{\sin(2\pi + \alpha) \cos(\pi - \alpha) \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cos(\frac{7\pi}{2} - \alpha)}{\cos(-\pi - \alpha) \sin(-3\pi - \alpha) \sin(-\pi + \alpha) \sin(\frac{5\pi}{2} + \alpha)} = \underline{\hspace{2cm}}$.



和差角公式

$$\sin(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$$

21 计算 $\sin 43^\circ \cos 13^\circ - \cos 43^\circ \sin 13^\circ$ 的结果等于 ().

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

22 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\sin \alpha \cos \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$.

23 已知 $\alpha \in (0, \pi)$, 且 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\sin \alpha - \cos \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$.

24 已知 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, 且 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{4}{5}$, 则 $\cos \alpha$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

25 α, β 都是锐角, 且 $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{4}{5}$, 则 $\sin \beta$ 的值 ().

- A. $\frac{33}{65}$ B. $\frac{16}{65}$ C. $\frac{56}{65}$ D. $\frac{63}{65}$

26 已知 $\tan \alpha = -2$, $\tan(\alpha + \beta) = \frac{1}{7}$, 则 $\tan \beta$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

27 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$, $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1}{3}$, $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\beta}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right) = (\quad)$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ D. $-\frac{\sqrt{6}}{9}$

第 2 讲

三角恒等变换





二倍角公式

(1) $\sin 2\alpha =$ _____;

变形式 $\sin \alpha \cos \alpha =$ _____.

(2) $\cos 2\alpha =$ _____ $=$ _____ $=$ _____; 变形式 $\cos^2 \alpha = \frac{\cos 2\alpha + 1}{2}$;
 $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$.

(3) $\tan 2\alpha =$ _____.



直接利用二倍角公式

1 已知 $\sin A = \frac{4}{5}$, 且 $A \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$, 则 $\sin\left(2A + \frac{\pi}{3}\right) =$ _____.

2 若 $\frac{\cos 2\alpha}{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\sin \alpha + \cos \alpha =$ _____.



与诱导公式结合

3 已知 $\sin(\pi - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{4}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ().

A. $\frac{7}{8}$

B. $-\frac{7}{8}$

C. $\frac{3}{4}$

D. $-\frac{3}{4}$

4 若 $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right)$ 的值为 ().

A. $-\frac{1}{3}$

B. $-\frac{7}{9}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{7}{9}$

5 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin\left(\frac{\pi}{6} - 2\alpha\right) =$ ().

A. $-\frac{7}{9}$

B. $\frac{7}{9}$

C. $\pm\frac{7}{9}$

D. $-\frac{2}{9}$

6 若 $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right)$ 的值为 ().

A. $\frac{1}{3}$

B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{7}{9}$

D. $-\frac{7}{9}$



与二次函数结合

7 函数 $y = \sin^2 x + \sin x - 1$ 的值域为 _____.

8 已知 $\alpha \in (0, \pi)$, 且 $3 \cos 2\alpha - 8 \cos \alpha = 5$, 则 $\sin \alpha =$ ().

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{\sqrt{5}}{9}$

9 函数 $y = \cos 2x + 2 \sin x$ 的最大值为 _____.



辅助角公式

$$y = a \sin \alpha + b \cos \alpha = \sqrt{a^2 + b^2} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin \alpha + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos \alpha \right) = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\alpha + \varphi),$$

其中 φ 所在的象限由 a 、 b 的符号确定, φ 角的值由 $\tan \varphi = \frac{b}{a}$ 确定.

- 10 已知 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \sin \alpha = \frac{4}{5}\sqrt{3}$, 则 $\sin\left(\alpha + \frac{7}{6}\pi\right)$ 的值是 ().

A. $\frac{4}{5}$

B. $-\frac{4}{5}$

C. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

D. $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$

- 11 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \cos \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{3}\right) =$ _____.

- 12 已知 $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, $\sin \theta + \cos \theta = -\frac{\sqrt{10}}{5}$, 则 $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值为 ().

A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. $-\frac{1}{2}$

D. -2

- 13 函数 $y = \sin \frac{\pi x}{6} - \sqrt{3} \cos \frac{\pi x}{6}$ ($0 \leq x \leq 9$) 的最大值与最小值之和为 ().

A. $-1 - \sqrt{3}$

B. -1

C. 0

D. $2 - \sqrt{3}$

- 14 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x - \cos \omega x$ ($\omega > 0$) 满足 $f(x_1) - f(x_2) = 4$, 且 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{2}$, 则 $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ 的值为 ().

A. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

B. 1

C. $\sqrt{3}$

D. 2

第 3 讲

正弦型三角函数图像性质



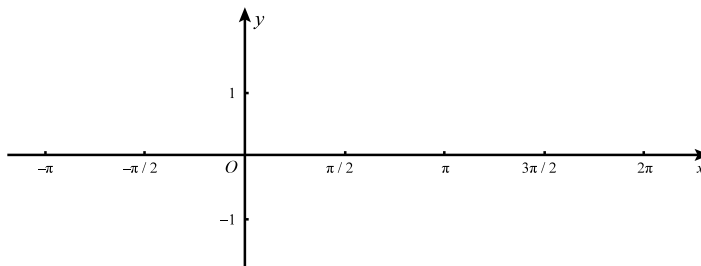


三角函数图像性质



正弦函数的图像与性质

(1) 图像:



(2) 定义域: ____.

(3) 值域: ____.

(4) 单调性: _____ 为增函数; _____ 为减函数.

(5) 奇偶性: ____.

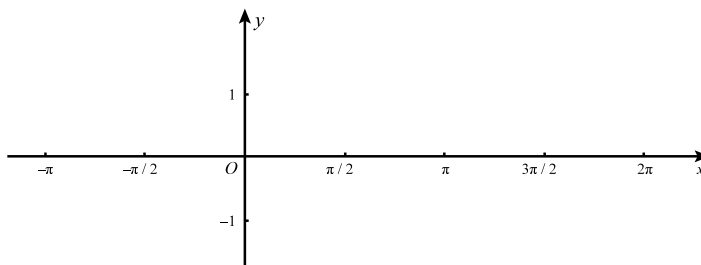
(6) 最小正周期: ____.

(7) 对称性: 对称轴 _____; 对称中心 _____.



余弦函数的图像与性质

(1) 图像



(2) 定义域: ____.

(3) 值域: ____.

(4) 单调性: _____ 为增函数; _____ 减函数.

(5) 奇偶性: ____.

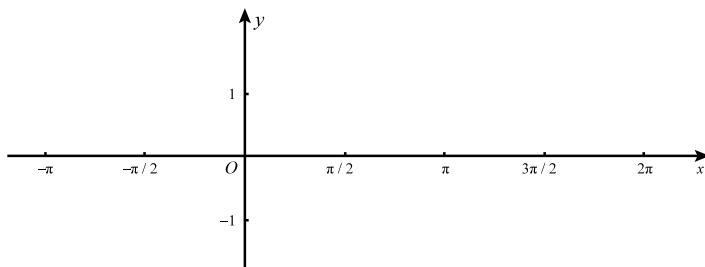
(6) 最小正周期: ____.

(7) 对称性: 对称轴 _____; 对称中心 _____.



正切函数的图像与性质

(1) 图像:



(2) 定义域: _____.

(3) 值域: _____.

(4) 单调性: 在 _____ 增函数.

(5) 奇偶性: _____.

(6) 最小正周期: _____.

(7) 对称性: 对称中心 _____.

1 下列函数中, 既是以 π 为周期的奇函数, 又是 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的增函数的是 ().

- A. $y = \tan x$ B. $y = \cos x$ C. $y = \tan \frac{x}{2}$ D. $y = |\sin x|$

2 关于函数 $f(x) = \sin|x| + |\sin x|$ 有下述四个结论:

- ① $f(x)$ 是偶函数
② $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 上单调递增
③ $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上有 4 个零点
④ $f(x)$ 的最大值为 2

其中所有正确结论的编号是 ()

- A. ①②④ B. ②④ C. ①④ D. ①③

3 下列四个函数中, 以 π 为最小正周期, 且在区间 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 上为减函数的是 ().

- A. $y = 2|\sin x|$ B. $y = \sin 2x$ C. $y = 2|\cos x|$ D. $y = \cos 2x$



包罗万象 举一千从 1

4 函数 $y = \lg\left(\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 的定义域为 ().

- A. $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$ B. $\left(2k\pi - \frac{\pi}{6}, 2k\pi + \frac{\pi}{6}\right) (k \in \mathbb{Z})$
C. $\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right)$ D. $\left(2k\pi - \frac{\pi}{3}, 2k\pi + \frac{\pi}{3}\right) (k \in \mathbb{Z})$



三角函数图像变换



正弦型函数的性质

- (1) 定义域: ____.
- (2) 值域: ____.
- (3) 最小正周期: ____.
- (4) 单调性: ① $A\omega > 0$, 增区间: _____;
减区间: _____.
- ② $A\omega < 0$, 增区间: _____;
减区间: _____.
- (5) 对称性: 对称轴 _____; 对称中心 _____.



图像变换问题

- 5 为了得到函数 $y = 3 \cos 2x$ 图象, 只需把函数 $y = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 图象上所有点 ().
- A. 向右平行移动 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
B. 向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
C. 向左平行移动 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
D. 向左平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
- 6 函数 $y = \sin 2x$ 的图象经过怎样的平移变换得到函数 $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ 的图象 ().
- A. 向左平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度
B. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
C. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
- 7 已知函数 $f(x) = \sin \omega x - \sqrt{3} \cos \omega x (\omega > 0)$ 的图象与 x 轴的两个相邻交点的距离等于 $\frac{\pi}{4}$, 若将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 则在下列区间中使 $y = g(x)$ 是减函数的是 ().
- A. $\left(-\frac{\pi}{3}, 0\right)$
B. $\left(\frac{\pi}{24}, \frac{7\pi}{24}\right)$
C. $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$
D. $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$



- 8 把函数 $f(x) = A \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($A \neq 0$) 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 若函数 $g(x-m)$ ($m > 0$) 是偶函数, 则实数 m 的最小值是 ().
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{5\pi}{12}$ D. $\frac{\pi}{12}$
- 9 将函数 $y = \sin\left(x + \frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(x + \frac{\varphi}{2}\right)$ 的图象沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位后, 得到一个偶函数的图象, 则 φ 的取值不可能是 ().
- A. $-\frac{3\pi}{4}$ B. $-\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{5\pi}{4}$
- 10 将函数 $f(x) = \cos \frac{\omega x}{2} \left(2 \sin \frac{\omega x}{2} - 2\sqrt{3} \cos \frac{\omega x}{2}\right) + \sqrt{3}$ ($\omega > 0$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3\omega}$ 个单位, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 若 $y = g(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 上为增函数, 则 ω 的最大值为 ().
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 11 将函数 $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ 的图象沿 x 轴向右平移 m ($m > 0$) 个单位长度, 所得函数的图象关于 y 轴对称, 则 m 的最小值是 ().
- A. $-\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{12}$ C. $-\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{6}$
- 12 若将函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向右平移 φ 个单位, 所得图象关于 y 轴对称, 则 φ 的最小正值是 _____.

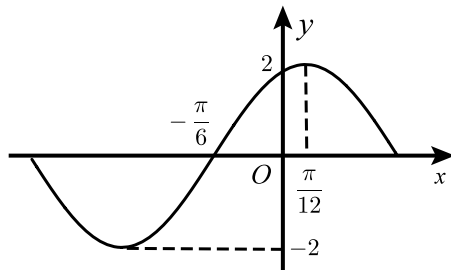


图像性质问题

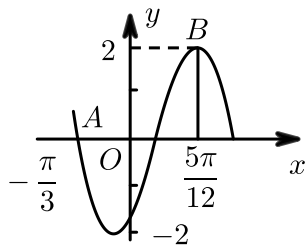
- 13 设函数 $f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($x \in \mathbf{R}$), 下列结论中错误的是 ().
- A. $f(x)$ 的一个周期为 2π B. $f(x)$ 的最大值为 2
- C. $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递减 D. $f\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的一个零点为 $x = \frac{\pi}{6}$
- 14 设函数 $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$. 给出下列结论:
- ① $f(x)$ 的最小正周期是 π ;
- ② $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right)$ 内单调递增;
- ③ 将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 可得到函数 $y = \cos 2x$ 的图象.
- 其中所有正确结论的序号是 ().
- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③
- 15 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) + \sqrt{3} \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 图象与直线 $y = 2$ 的两个相邻的交点之间的距离为 π , 且 $f(x) + f(-x) = 0$, 若 $g(x) = \sin(\omega x + \varphi)$, 则 ().
- A. $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增 B. $g(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上单调递减
- C. $g(x)$ 在 $\left(-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right)$ 上单调递增 D. $g(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减



- 16 已知函数 $f(x) = \sin 2x - 2\sin^2 x + 1$, 给出下列四个结论, 其中正确的结论是 ().
- A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期是 2π
- B. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}\right]$ 上是减函数
- C. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $x = \frac{\pi}{16}$ 对称
- D. 函数 $f(x)$ 的图象可由函数 $y = \sqrt{2}\sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位得到
- 17 函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$, φ 为实数, 若 $f(x) \leq \left|f\left(\frac{\pi}{6}\right)\right|$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 且 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) > f(\pi)$, 则 $f(x)$ 的单调递增区间是 ().
- A. $\left[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}\right] (k \in \mathbf{Z})$
- B. $\left[k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}\right] (k \in \mathbf{Z})$
- C. $\left[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{2\pi}{3}\right] (k \in \mathbf{Z})$
- D. $\left[k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi\right] (k \in \mathbf{Z})$
- 18 函数 $f(x) = 2\cos^2 \omega x + \sqrt{3}\sin 2\omega x - 1 (\omega > 0)$ 的最小正周期为 π , 则下列说法正确的是 ().
- A. $\omega = 2$
- B. 函数 $f(x)$ 的最大值为 1
- C. 函数 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增
- D. 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 可得到函数 $g(x) = 2\sin 2x$ 的图象
- 19 将函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2})$ 的图象上所有点向左平行移动 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 所得函数的部分图象如图所示, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.



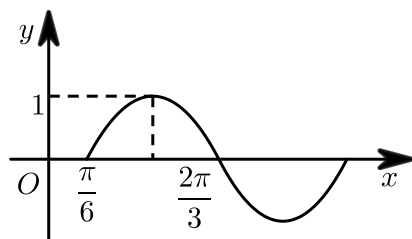
- 20 函数 $f(x) = A\cos(\omega x + \varphi) (\omega > 0, -\pi < \varphi < 0)$ 的部分图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式为 ().



- A. $f(x) = 2\cos\left(x - \frac{5\pi}{12}\right)$
- B. $f(x) = 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$
- C. $f(x) = 2\cos\left(2x - \frac{5\pi}{6}\right)$
- D. $f(x) = 2\cos\left(3x - \frac{5\pi}{6}\right)$



- 21 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($x \in \mathbf{R}$) ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 若 $x_1, x_2 \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right)$, 且 $f(x_1) = f(x_2)$, 则 $f(x_1 + x_2) =$ ().



- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 22 已知函数 $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, $x \in \mathbf{R}$, 给出下列四个命题:
- ①函数 $f(x)$ 的最大值为 1;
 - ②函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π ;
 - ③函数 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增;
 - ④将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到的函数解析式为 $g(x) = \sin 2x$.
- 其中正确命题的个数是 ().
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 23 设函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$, 其中 $\omega > 0, |\varphi| < \pi$, 若 $f\left(\frac{5\pi}{8}\right) = 2, f\left(\frac{11\pi}{8}\right) = 0$, 且 $f(x)$ 的最小正周期大于 2π , 则 ().
- A. $\omega = \frac{1}{3}, \varphi = -\frac{11\pi}{24}$ B. $\omega = \frac{2}{3}, \varphi = -\frac{11\pi}{12}$
- C. $\omega = \frac{2}{3}, \varphi = \frac{\pi}{12}$ D. $\omega = \frac{1}{3}, \varphi = \frac{7\pi}{24}$
- 24 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$), $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{5\pi}{6}$ 对称, 且与 x 轴交点的横坐标构成一个公差为 $\frac{\pi}{2}$ 的等差数列, 则函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的一个单调减区间为 ().
- A. $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$ B. $\left[-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right]$ C. $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$ D. $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$
- 25 设函数 $f(x) = \sqrt{3}\cos 2x + 2\sin x \cos x$, 给出下列结论:
- ① $f(x)$ 的最小正周期为 π ;
 - ② $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称;
 - ③ $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 单调递减;
 - ④把函数 $y = 2\cos 2x$ 的图象上所有点向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 可得到函数 $y = f(x)$ 的图象.
- 其中所有正确结论的编号是 ().
- A. ①④ B. ②④ C. ①②④ D. ①②③

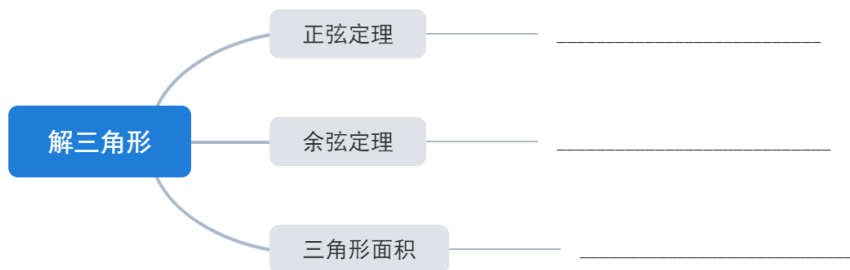


- 26 函数 $y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$, $x \in [0, \pi]$ 的单调递增区间 ().
- A. $\left[0, \frac{5\pi}{12}\right]$ B. $\left[\frac{5\pi}{12}, \frac{11\pi}{12}\right]$ C. $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$ D. $\left[\frac{11\pi}{12}, \pi\right]$
- 27 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 其图象相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$, 且函数 $g(x) = f\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$ 是偶函数. 关于函数 $f(x)$ 给出下列命题:
- ① 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{5\pi}{12}$ 轴对称;
- ② 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 中心对称;
- ③ 函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{12}\right]$ 上单调递减;
- ④ 把函数 $y = \sin x$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$, 然后再将所得的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 单位长度, 即可得到函数 $y = f(x)$ 的图象.
- 其中真命题共有 () 个.
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 28 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi) + 2 \cos^2\left(\frac{\omega x}{2} + \frac{\varphi}{2}\right)$ (其中 $\omega > 0, \varphi \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$), 当 $f'(x_1) = f'(x_2) = 0$ 时, $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{2}$, $f(x) = f\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, 将 $f(x)$ 的图象上所有的点向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 所得图象对应的函数为 $g(x)$, 则 $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = ()$.
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$ B. $\sqrt{3} + 1$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2
- 29 已知函数 $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \cos 2x$.
- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期.
- (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}\right]$ 的值域.

第 4 讲

解三角形





正弦定理

【应用条件】

- ①已知两角和任意一边，求另一角和它的两条边.
- ②已知两边和其中一边的对角，求另一边和其中的对角.

- 1 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c . $a \sin B \cos C + c \sin B \cos A = \frac{1}{2}b$ 且 $a > b$, 则 $\angle B = ()$.
 A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{6}$
- 2 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a = 2, b = 3$, 那么 $\frac{\sin A}{\sin(A+C)} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 3 在 $\triangle ABC$ 中， $b = 5, B = \frac{\pi}{4}, \tan A = 2$, 则 a 的值是 $()$.
 A. $10\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{10}$ C. $\sqrt{10}$ D. $\sqrt{2}$



余弦定理

【应用条件】

- ①已知三边，求各角.
- ②已知两边和它们的夹角，求第三个边和它的两个角.
- ③已知两边和其中一边的对角，求其它的角和边.

- 4 完成下列各题.
 - (1) 在 $\triangle ABC$ 中， a, b 分别是角 A, B 所对的边，则 “ $a > b$ ” 是 “ $\sin A > \sin B$ ” 的 $()$.
 A. 充要条件 B. 必要而不充分条件
 C. 充分而不必要条件 D. 既不充分也不必要条件
 - (2) 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$, 那么 $a : b : c$ 等于 $()$.
 A. $1 : 2 : 3$ B. $1 : \sqrt{3} : 2$ C. $1 : 4 : 9$ D. $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$
 - (3) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $B = 2A, a : b = 1 : \sqrt{3}$, 则 $A = \underline{\hspace{2cm}}$.
 - (4) 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = 45^\circ, b = \sqrt{2}a$, 则 $\angle C = \underline{\hspace{2cm}}$.
 - (5) 在 $\triangle ABC$ 中， $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B} = \frac{c}{\cos C}$, 则 $\triangle ABC$ 是 $()$.
 A. 直角三角形 B. 等边三角形 C. 钝角三角形 D. 等腰直角三角形
 - (6) 在 $\triangle ABC$ 中， $a^2 \tan B = b^2 \tan A$, 则角 A 与角 B 的关系是 $()$.
 A. $A = B$ B. $A + B = 90^\circ$
 C. $A = B$ 或 $A + B = 90^\circ$ D. $A = B$ 且 $A + B = 90^\circ$



- 5 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a = 2\sqrt{2}, b = 5, c = \sqrt{13}$.
- (1) 求角 C 的大小.
 - (2) 求 $\sin A$ 的值.
 - (3) 求 $\sin\left(2A + \frac{\pi}{4}\right)$ 值.



三角形面积问题

- (1) $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$ (h_a, h_b, h_c 分别表示 a, b, c 上的高);
- (2) $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B$;
- (3) $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{abc}{4R}$;
- (4) $S_{\Delta} = \frac{1}{2}r(a+b+c)$ (r 为三角形内切圆半径);
- (5) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, $\left(p = \frac{1}{2}(a+b+c)\right)$; (海伦公式).

- 6 已知在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 且 $2S = (a+b)^2 - c^2$, 则 $\tan C =$ ()
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{4}{3}$
- 7 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c , 且 $b-c=1, \cos A = \frac{2}{3}, S_{\triangle ABC} = \sqrt{5}$.
- (1) 求边 a 及 $\sin B$ 的值.
 - (2) 求 $\cos\left(2C - \frac{\pi}{6}\right)$ 的值.



- 8 已知锐角三角形 ABC 的三个角 A, B, C 所对的边为 a, b, c , 在
- ① $b \cos C + \sqrt{3}b \sin C = a + c$ ② $2b \sin A = \sqrt{3}a$
③ $\sin A (c - a) = (c - b) (\sin C + \sin B)$ 三个条件中任选一个完成下列问题 (如果使用多个条件按第一个解法计分) .

(1) 求 B .

(2) $b = 2$, 三角形 ABC 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 a, c .

- 9 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 已知 $\frac{a+b}{\sin C} = \frac{a-c}{\sin A - \sin B}$.

(1) 求角 B .

(2) 若 $b = 3$, $\cos A = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



综合问题

在 $\triangle ABC$ 中,

(1)

① $a^2 + b^2 = c^2$, 则 C 是直角;

② $a^2 + b^2 > c^2$, 则 C 是锐角;

③ $a^2 + b^2 < c^2$, 则 C 是钝角.

变形形式:

① $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = 0$, 则 C 为直角;

② $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C > 0$, 则 C 为锐角;

③ $\sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C < 0$, 则 C 为钝角.

(2) 若 $\sin 2A = \sin 2B$, 则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形 ($a = b$) 或直角三角形 ($C = \frac{\pi}{2}$).

若 $\sin A = \sin B$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形 ($a = b$)

(3)

① $\sin A = \cos B$, 则 $C = \frac{\pi}{2}$;

② $\sin A > \cos B$, 则 $C < \frac{\pi}{2}$;

③ $\sin A < \cos B$, 则 $C > \frac{\pi}{2}$.

(4) 在 $\triangle ABC$ 中, $A > B \Leftrightarrow \sin A > \sin B$ (借助正弦定理推导).



正余弦定理综合

10 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , $b \sin A = 3c \sin B$, $a = 3$, $\cos B = \frac{2}{3}$.

(1) 求 b 的值.

(2) 求 $\cos\left(2B - \frac{\pi}{6}\right)$ 的值.



- 11 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\sqrt{2} \cos C(a \cos B + b \cos A) + c = 0$.
- (1) 求角 C 的大小.
- (2) 若 $a = \sqrt{2}$, $b = 2$ 求:
- ① 边长 c .
- ② $\sin(2B - C)$ 的值.
- 12 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $a \sin A = 4b \sin B$, $ac = \sqrt{3}(a^2 - b^2 - c^2)$.
- (1) 求 $\cos A$ 的值.
- (2) 求 $\sin(2B + A)$ 的值.
- 13 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 已知 $b \sin A = 3c \sin B$, $a = 3$, $\cos B = \frac{2}{3}$.
- (1) 求: b 的值.
- (2) 求: $\cos\left(2B - \frac{\pi}{3}\right)$ 的值.



14 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c , 且 $a \sin A + c \sin C - b \sin B = \sqrt{2}a \sin C$.

(1) 求角 B 的大小.

(2) 若 $3a = 2b$.

①求 $\sin A$ 的值.

②求 $\sin(2A + B)$ 的值.

15 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 满足 $\frac{b}{a+c} = 1 - \frac{\sin C}{\sin A + \sin B}$.

(1) 求角 A 的值.

(2) 若 $a = 3, b = 2\sqrt{2}$, 求 $\sin(2B + A)$ 的值.

16 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $b - c = 1, \cos A = \frac{1}{3}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{2}$.

(1) 求 a, b, c 的值.

(2) 求 $\cos(2C + A)$ 的值.



- 17 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c , 若 $a = 1$, $c = 2\sqrt{3}$, $b \sin A = a \sin\left(\frac{\pi}{3} - B\right)$, 则 $\sin C = (\quad)$.
- A. $\frac{\sqrt{3}}{7}$ B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ C. $\frac{\sqrt{21}}{12}$ D. $\frac{\sqrt{57}}{19}$



周长与面积

- 18 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A , B , C 所对的边分别为 a , b , c , 已知 $\sqrt{3}b \cos C = c \sin B$.
- (1) 求角 C 的大小.
- (2) 若 $c = 2\sqrt{7}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $6\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

- 19 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c , 满足 $b^2 + c^2 - a^2 = c(a \cos C + c \cos A)$.
- (1) 求角 A 的大小.
- (2) 若 $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 求 $\sin(2B + A)$ 的值.
- (3) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$, $a = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.



- 20 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $f(x) = 2 \sin(x - A) \cos x + \sin(B + C) (x \in \mathbf{R})$, 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 对称.
- (1) 当 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 时, 求 $f(x)$ 的值域.
- (2) 若 $a = 7$ 且 $\sin B + \sin C = \frac{13\sqrt{3}}{14}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



最值

- 21 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边, 且满足 $4\cos^2 \frac{A}{2} - \cos 2(B + C) = \frac{7}{2}$, 若 $a = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积的最大值是 _____.
- 22 在 $\triangle ABC$ 中, 设边 a, b, c 所对的角为 A, B, C , 且 A, B, C 都不是直角, $(bc - 8) \cos A + ac \cos B = a^2 - b^2$.
- (1) 若 $b + c = 5$, 求 b, c 的值.
- (2) 若 $a = \sqrt{5}$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.



23 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \sin C$.

(1) 求角 A 的大小.

(2) 求 $\sin B + \sin C$ 的取值范围.

24 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 且 $\frac{\sin C}{\sin A - \sin B} = \frac{a+b}{a-c}$.

(1) 求角 B 的大小.

(2) 点 D 满足 $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$, 且线段 $AD = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积的最大值.



与三角函数结合

25

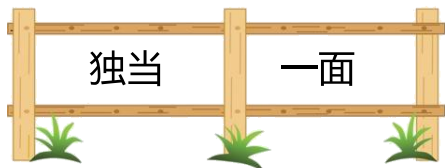
已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x - \cos^2 x - \frac{1}{2}$.

- (1) 求 $f(x)$ 的最小值，并写出取得最小值时的自变量 x 的集合.
- (2) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $c = \sqrt{3}$ ， $f(C) = 0$ ，若 $\sin B = 2 \sin A$ ，求 a, b 的值.

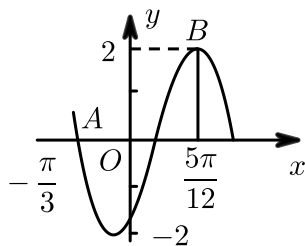
26

已知函数 $f(x) = 6\sin^2 x - 2\cos^2 x + 8 \sin x \cos x$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期与单调递增区间.
- (2) 在锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ， $f(A) = 6$ ，且 $\triangle ABC$ 的面积为 3， $b + c = 2 + 3\sqrt{2}$ ，求 a 的值.



- 1 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A > B$ ” 是 “ $\cos A < \cos B$ ” ().
 A. 充分非必要 B. 必要非充分
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
- 2 已知 A, B 均为钝角, 且 $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\sin B = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 则 $A + B =$ ().
 A. $\frac{7}{4}\pi$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{3\pi}{4}$ D. $-\frac{7\pi}{4}$
- 3 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3$, $b = 5$, $\cos A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, 则 $\sin B =$ ().
 A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. 1
- 4 若 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)$ 等于 ().
 A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$
- 5 已知函数 $f(x) = \sin \omega x - \sqrt{3} \cos \omega x (\omega > 0)$ 的图象与 x 轴的两个相邻交点的距离等于 $\frac{\pi}{4}$, 若将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 则在下列区间中使 $y = g(x)$ 是减函数的是 ().
 A. $\left(-\frac{\pi}{3}, 0\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{24}, \frac{7\pi}{24}\right)$ C. $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ D. $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$
- 6 设函数 $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$. 给出下列结论:
 ① $f(x)$ 的最小正周期是 π ;
 ② $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right)$ 内单调递增;
 ③ 将函数 $y = f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度, 可得到函数 $y = \cos 2x$ 的图象.
 其中所有正确结论的序号是 ().
 A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③
- 7 函数 $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi) (\omega > 0, -\pi < \varphi < 0)$ 的部分图象如下图, 则 $f(x)$ 的解析式为 ().



- A. $f(x) = 2 \cos\left(x - \frac{5\pi}{12}\right)$ B. $f(x) = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$
 C. $f(x) = 2 \cos\left(2x - \frac{5\pi}{6}\right)$ D. $f(x) = 2 \cos\left(3x - \frac{5\pi}{6}\right)$

8 若 $\sin \alpha = \frac{3}{5} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$, 则 $\frac{3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + 4 \cos(\pi - \alpha)}{5 \cos(-\alpha) + 5 \sin(2\pi - \alpha)} = \underline{\hspace{2cm}}$

9 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $(a^2 + c^2 - b^2) \tan B = \sqrt{3}ac$, 则角 B 的大小为 ().

A. $\frac{\pi}{3}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$

10 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $c \sin B = b \cos C = 3$.

(1) 求边长 b .

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{21}{2}$, 求边长 c .