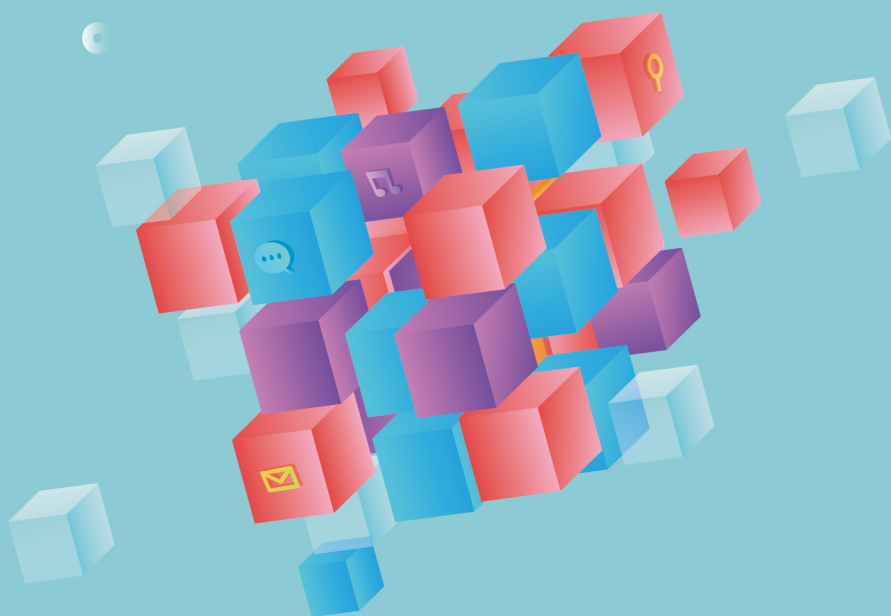
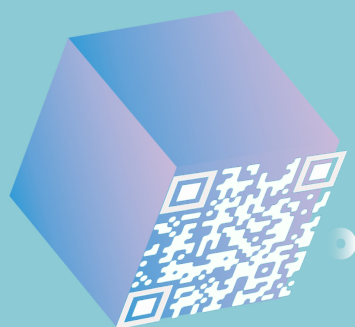


知识魔方

i 数学



主 编：马建明

本模块制作人：闫聪聪

本模块审核人：吕金琳

封面设计：林梦涵

教研团队：高中数学组

前言

学而思爱智康产品升级介绍

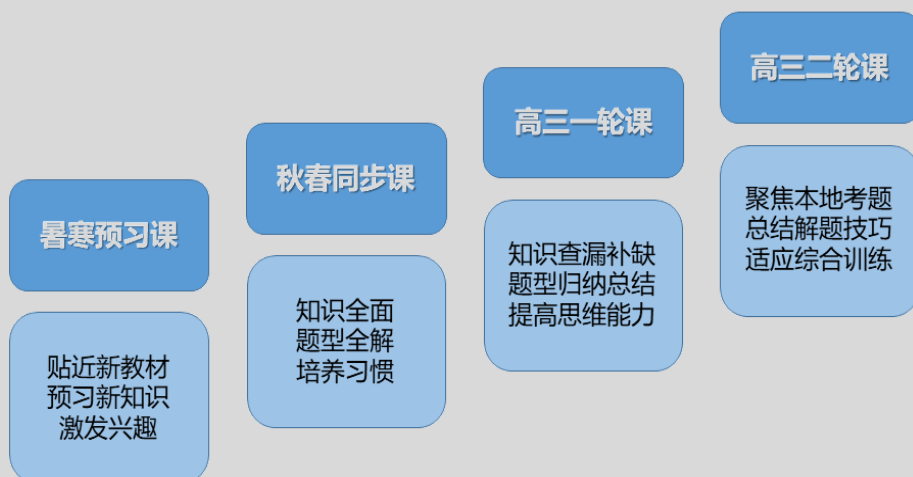
新教材改革已经如火如荼地展开，智康新产品助学助考的开发问题已成为家长和学子重点关注的焦点。应广大家长和学子的需求，我们带领最优质的高中理科教师团队制作出最新人教版教材的全模块切片产品。该系列产品能帮助学生掌握新的课程标准，让学生能够按照新教材理念科学高效的学习。该书以“三次课学懂一个模块”为宗旨，帮你轻松找到学习目标，助你走向成功。

这套产品在整体设计上有四个突出的特点：

- (1) 标准教学大纲变为专属大纲，并且可以随时调整
- (2) 讲义 + 习题册，形成测、讲、评、练学习闭环
- (3) 难度阶梯分明，在学科层次上由浅入深、给不同程度的学生都能带来持续的进步
- (4) 针对本地考卷进行大数据分析，精选例题，直击考点

如果你在使用的过程中发现有那里需要改正或者优化，希望优秀的你能够给予我更多的建议与意见，帮助我更好的提升自己。

高中理科产品课程体系



扫描右侧二维码
提出你的意见与建议吧



高二数学课程产品设计

考点占比：让同学们更加清楚本模块知识在高考中的地位。

考点分析：以大数据方式分析考试重点难点，紧扣考试热点，让同学们的复习更具针对性。

知识导图：梳理知识结构，帮助同学们形成网络状的知识图谱，更有助于对知识点的理解记忆。

典型例题：分析考试情况，精选最新的考题，让同学们清楚每一个知识点的考法。

巩固练习：匹配同类型题目，讲练结合，锻炼提升解题能力。

本模块介绍

在高中数学中，集合与常用逻辑用语这两部分与其他的内容有着密切的联系，它们是学习、掌握和使用数学语言的基础，并且集合的运算是高考考查的重点，常与函数、方程、不等式等结合在一起考察。

函数是高中数学的基础知识，高中数学中很多模块包括三角函数、导数等都以函数为基础，整体在高考中占很大的比重。本模块旨在培养学生的抽象思维以及综合考虑分析问题的能力。

目 录

第 1 讲 集合与简易逻辑..... 01

- 知 识 点 1 集合的定义、分类与表示方法
- 知 识 点 2 集合间的关系
- 知 识 点 3 子集的个数
- 知 识 点 4 集合的运算
- 知 识 点 5 充分必要条件
- 知 识 点 6 全称量词与存在量词

第 2 讲 函数初步..... 09

- 知 识 点 1 函数的定义与表示方法
- 知 识 点 2 函数定义域求法
- 知 识 点 3 函数值域求法
- 知 识 点 4 函数解析式求法
- 知 识 点 5 分段函数



我们一起开始学习吧 o (*^_^*) o



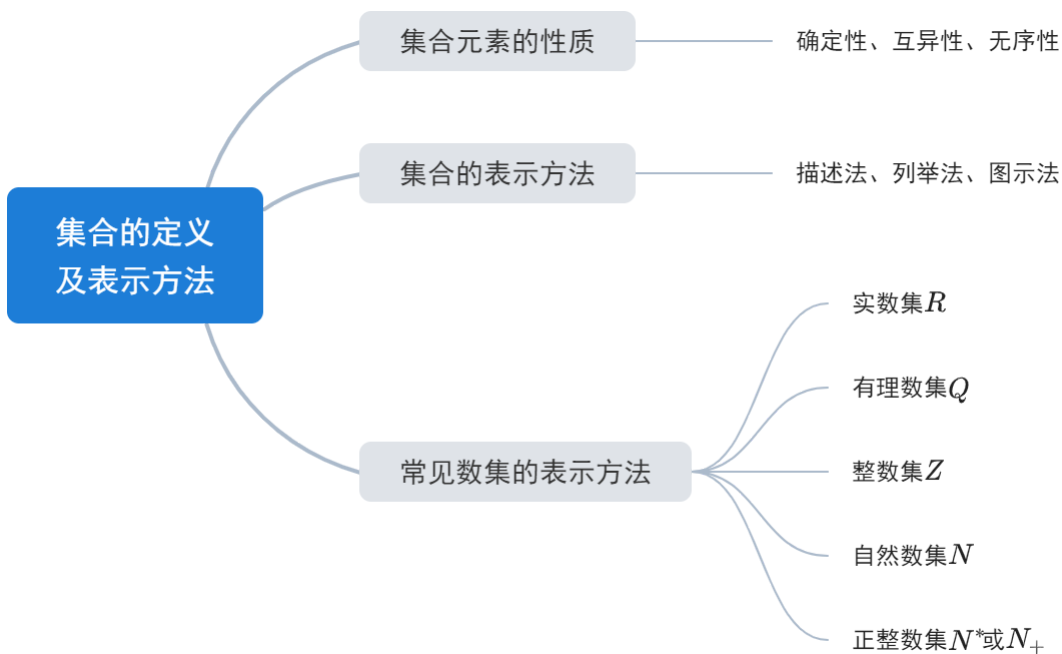
第 1 讲

集合与简易逻辑





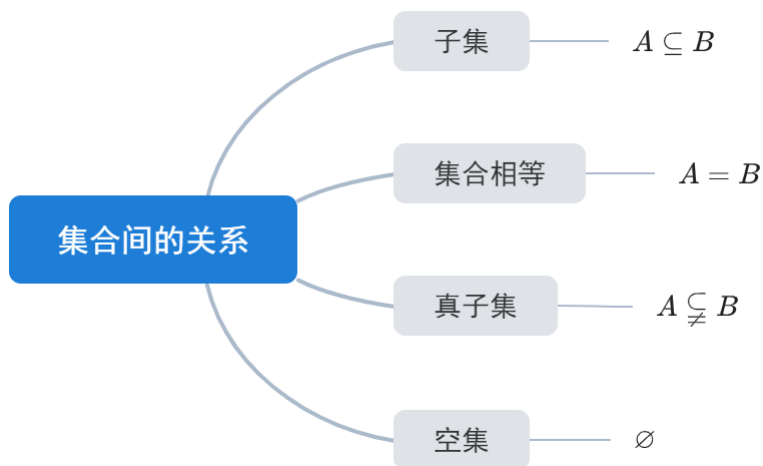
集合的定义、分类、表示方法



- 1 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x - y \in A\}$, 则 B 中所含元素的个数为 ().
A. 3 B. 6 C. 8 D. 10
- 2 设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P + Q = \{a + b | a \in P, b \in Q\}$, 若 $P = \{0, 2, 5\}$, $Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P + Q$ 中元素的个数为 ().
A. 9 B. 8 C. 7 D. 6



集合间的关系





集合间的关系

- 3 已知集合 $A = \{-2, 3, 4m - 4\}$, 集合 $B = \{3, m^2\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$ _____.
- 4 已知集合 $A = \left\{m, \frac{n}{m}, 1\right\}$, 集合 $B = \{m^2, m + n, 0\}$, 若 $A = B$, 则 ().
 A. $m = 1, n = 0$ B. $m = -1, n = 1$ C. $m = -1, n = 0$ D. $m = 1, n = -1$
- 5 下列集合中, 是空集的是 ().
 A. $\{x | x + 2 = 0\}$ B. $\{x | x^2 + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$
 C. $\{x | x < 1\}$ D. $\{(x, y) | y^2 = -x^2, x, y \in \mathbf{R}\}$
- 6 已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, $B = \{x | mx - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 m 的取值集合为 _____.
- 7 已知集合 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x | x = 4k, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 A 与 B 之间的关系是 ().
 A. $A = B$ B. $B \supseteq A$ C. $A \subsetneq B$ D. $B \subsetneq A$



空集的性质

- 8 以下五个关系: $\emptyset \in \{0\}$, $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$, $0 \in \emptyset$, $\{\emptyset\} \subseteq \{0\}$, $\emptyset \subsetneq \{0\}$, 其中正确的个数是 ().
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 9 给出下列关系: ① $a \subsetneq \{a, b\}$; ② $a \in \{a, b\}$; ③ $\emptyset \in \{a\}$; ④ $\emptyset \subseteq \{a\}$; ⑤ $\{a\} \subseteq \{a, b\}$; ⑥ $\{a\} \subseteq \{a\}$.
 其中正确的是 ().
 A. ①②④⑤ B. ②③④⑤ C. ②④⑤ D. ②④⑤⑥



子集的个数

设集合 A 中元素个数为 n , 则:

- ①子集的个数为 2^n ,
 ②真子集的个数为 $2^n - 1$,
 ③非空子集的个数为 $2^n - 1$,
 ④非空真子集的个数为 $2^n - 2$.
- 10 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 5\}$, 则集合 $A \cup B$ 的子集的个数为 _____.
- 11 定义非空集合 A 的真子集的真子集为 A 的“孙集”, 则集合 $\{1, 3, 5, 7\}$ 的“孙集”的个数有 _____.



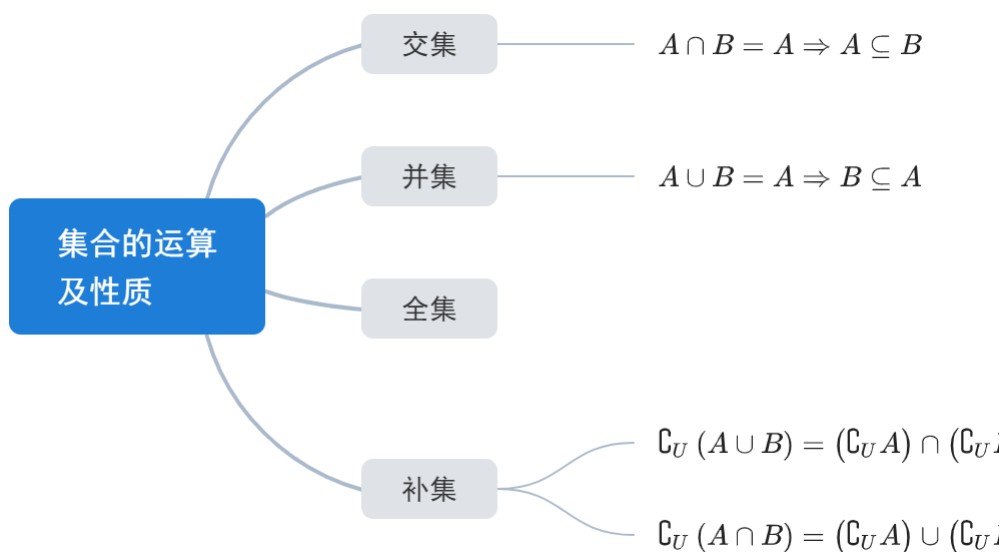
- 12 满足关系式 $\{2, 3\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 A 的个数是 _____.
- 13 设集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $A \subseteq S \subsetneq B$, 则满足条件的集合 S 的个数为 _____.
- 14 满足条件 $\{2, 3\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$ 的集合 A 有 _____ 个.

豪厘不伐 将用斧柯

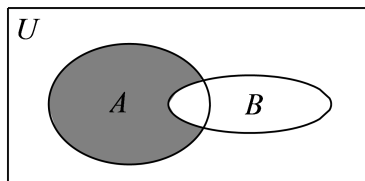
- 15 集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$.
- (1) 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 当 $x \in \mathbf{Z}$ 时, 求 A 的非空真子集的个数.



集合的运算



- 16 设集合 $M = \{x|x^2 - 3x - 4 < 0\}$, $N = \{x|0 \leq x \leq 5\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$.
 A. $(0, 4]$ B. $[0, 4)$ C. $[-1, 0)$ D. $(-1, 0]$
- 17 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x|(x+1)(x-2) < 0, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$.
 A. $\{1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$
- 18 设集合 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{x|x^2 - 4x + m = 0\}$. 若 $A \cap B = \{1\}$, 则 $B = (\quad)$
 A. $\{1, -3\}$ B. $\{1, 0\}$ C. $\{1, 3\}$ D. $\{1, 5\}$
- 19 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则图中阴影部分所表示的集合是 $(\quad)$.



- A. $\{4\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{4, 5\}$ D. $\{1, 3, 4\}$
- 20 如图, I 为全集, M 、 P 、 S 是 I 的三个子集, 则图中阴影部分所表示的集合是 $(\quad)$
-
- A. $(M \cap P) \cap S$ B. $(M \cap P) \cup S$ C. $(M \cap P) \cap \complement_I S$ D. $(M \cap P) \cup \complement_I S$
- 21 已知集合 $A = \{(x, y)|x^2 + y^2 = 1\}$, $B = \{(x, y)|y = x\}$, 则 $A \cap B$ 中元素的个数为 $(\quad)$.
 A. 3 B. 2 C. 1 D. 0
- 22 若 $A = \{x|-3 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x|2m-1 \leq x \leq m+1\}$, 若 $A \cap B = B$, 求实数 m 的取值范围.
- 23 已知集合 $A = \{x|3 \leq x < 7\}$, $B = \{x|x^2 - 12x + 20 < 0\}$, $C = \{x|x < a\}$.
 (1) 求 $A \cup B$; $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$.
 (2) 若 $A \cap C \neq \Phi$, 求 a 的取值范围.



豪厘不伐 将用斧柯

24 已知 $A = \{x | a - 1 \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x | x^2 - 3x - 10 > 0\}$.

- (1) 若 $a = 0$, 求 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$.
- (2) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的取值范围.
- (3) 若 $A \cup B = B$, 求 a 的取值范围.



充分必要条件

【充分条件与必要条件】

一般地, “若 p , 则 q ” 为真命题, 是指由 p 可以推出 q , 记作 “ $p \Rightarrow q$ ”, 这时称 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件. 如果 “若 p , 则 q ” 为假命题, 那么由 p 推不出 q , 记作 $p \nRightarrow q$, 这时称 p 不是 q 的充分条件, q 不是 p 的必要条件.

【充要条件】

如果既有 $p \Rightarrow q$, 又有 $q \Rightarrow p$, 就称 p 是 q 的充分必要条件, 简称充要条件, 可记作 $p \Leftrightarrow q$.

【从集合的角度看充分必要条件】

设集合 $A = \{x | p(x)\}$, $B = \{x | q(x)\}$. 若 x 具有性质 p , 则 $x \in A$; 若 x 具有性质 q , 则 $x \in B$.

当 $A \subseteq B$ 时, 说明若 x 具有性质 p , 则 x 必具有性质 q , 即 $p \Rightarrow q$. 类似地, $B \subseteq A$ 与 $q \Rightarrow p$ 等价, $A = B$ 与 $p \Leftrightarrow q$ 等价.

25 “ $|x - 1| < 2$ 成立” 是 “ $x(x - 3) < 0$ 成立” 的 ().

- | | |
|------------|---------------|
| A. 充分不必要条件 | B. 必要不充分条件 |
| C. 充要条件 | D. 既不充分也不必要条件 |

26 $2x^2 - 5x - 3 < 0$ 的一个必要不充分条件是 ()

- | | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|-----------------|
| A. $-\frac{1}{2} < x < 3$ | B. $-\frac{1}{2} < x < 0$ | C. $-3 < x < \frac{1}{2}$ | D. $-1 < x < 6$ |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------|-----------------|

- 27 已知 $a \in \mathbf{R}$, 则 “ $a > 1$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < 1$ ” 的 ()
- A. 充分非必要条件
B. 必要非充分条件
C. 充要条件
D. 既非充分又非必要条件
- 28 已知 a, b 是实数, 则 “ $a > 0$ 且 $b > 0$ ” 是 “ $a + b > 0$ 且 $ab > 0$ ” 的 ().
- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 29 已知 $p: x < m$, $q: 1 \leq x \leq 3$, 若 p 是 q 的必要而不充分条件, 则实数 m 的取值范围是 _____.

 包罗万象 举一千从

- 30 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 的对边分别是为 a , b , c , 则 “ $\sin A > \sin B$ ” 是 “ $a > b$ ” 的 ().

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

31 设 $a \in \mathbf{R}$, 则 “ $a = 1$ ” 是 “直线 $l_1: ax + 2y - 1 = 0$ 与直线 $l_2: y - (a + 1)x + 4 = 0$ 垂直” 的 ().

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

32 $2 < m < 6$ 是方程 $\frac{x^2}{m-2} + \frac{y^2}{m-6} = 1$ 表示双曲线的 ().

A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

33 设 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 均为单位向量, 则 “ $|\vec{a} - 3\vec{b}| = |3\vec{a} + \vec{b}|$ ” 是 “ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ” 的 ().

A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件



全称量词与存在量词



34 命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}, \exists n \in \mathbf{N}^*, \text{使得 } n \geq x^2$ ” 的否定形式是 () .

A. $\forall x \in \mathbf{R}, \exists n \in \mathbf{N}^*, \text{使得 } n < x^2$

B. $\forall x \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}^*, \text{使得 } n < x^2$

C. $\exists x \in \mathbf{R}, \exists n \in \mathbf{N}^*, \text{使得 } n < x^2$

D. $\exists x \in \mathbf{R}, \forall n \in \mathbf{N}^*, \text{使得 } n < x^2$

35 下列命题中存在量词命题的个数是 () .

①有些自然数是偶数；②正方形是菱形；③能被 6 整除的数也能被 3 整除；④对于任意 $x \in \mathbf{R}$ ，总有 $|x| \geq 0$.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

36 下列说法正确的是 () .

A. 命题 $p: “\forall x \in \mathbf{R}, \sin x + \cos x \leq \sqrt{2}”$ ，则 $\neg p$ 是真命题

B. “ $x = -1$ ” 是 “ $x^2 + 3x + 2 = 0$ ” 的必要不充分条件

C. 命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 3 < 0$ ” 的否定是: “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 3 > 0$ ”

D. “ $a > 1$ ” 是 “ $f(x) = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数” 的充要条件

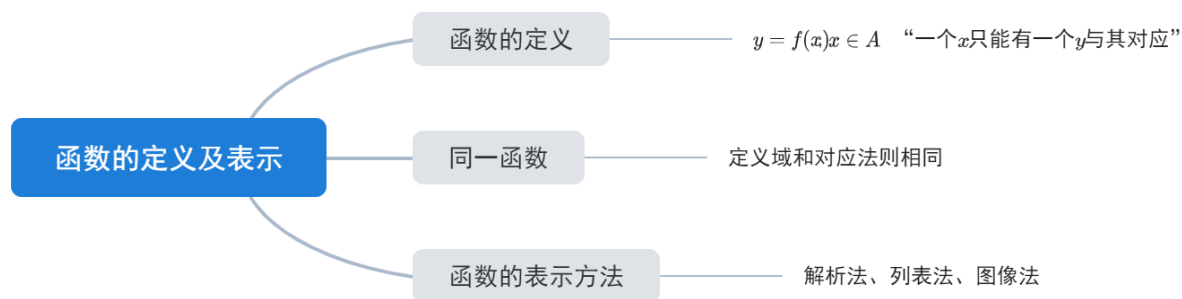
第 2 讲

函数初步



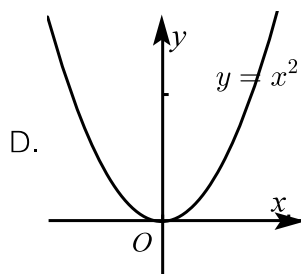
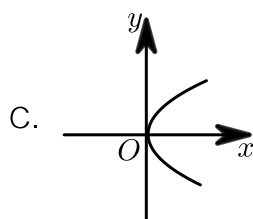
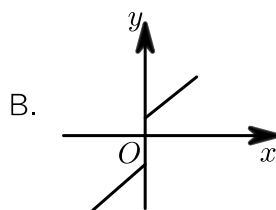
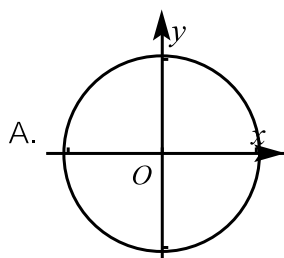


函数的定义及表示方法

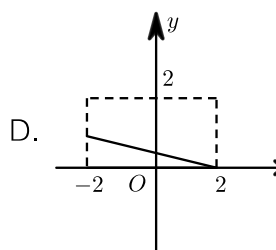
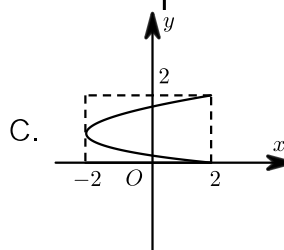
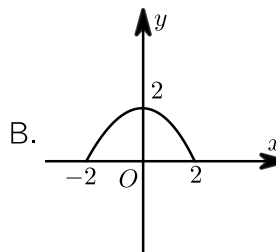
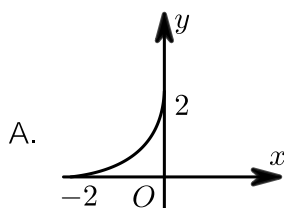


函数的定义

- 1 下列各图中，可表示函数 $y = f(x)$ 的图象的只可能是 () .



- 2 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ，值域为 $N = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$ ，则函数 $y = f(x)$ 的图象可能是 () .





同一函数

3 下面四组函数中, $f(x)$ 与 $g(x)$ 表示同一个函数的是 ().

A. $f(x) = |x|$, $g(x) = (\sqrt{x})^2$

B. $f(x) = 2x$, $g(x) = \frac{2x^2}{x}$

C. $f(x) = x$, $g(x) = \sqrt[3]{x^3}$

D. $f(x) = x$, $g(x) = \sqrt{x^2}$

4 下列各组函数是同一个函数的是 ().

② $f(x) = x^2 - 2x - 1$ 与 $g(s) = s^2 - 2s - 1$;

② $f(x) = \sqrt{-x^3}$ 与 $g(x) = x\sqrt{-x}$;

③ $f(x) = \frac{x}{x}$ 与 $g(x) = \frac{1}{x^0}$;

④ $f(x) = x - 1$ 与 $g(x) = (\sqrt{x-1})^2$.

A. ①②

B. ①③

C. ①④

D. ③④



函数的表示方法

5 设函数 $f\left(1 + \frac{1}{x}\right) = 2x + 1$, 则 $f(x)$ 的表达式为 ().

A. $\frac{1+x}{1-x}$

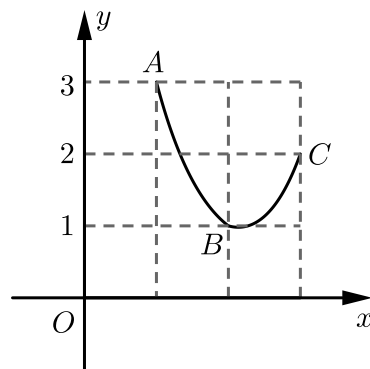
B. $\frac{1+x}{x-1}$

C. $\frac{1-x}{1+x}$

D. $\frac{2x}{x+1}$

6 已知函数 $y = f(x)$ 的对应关系如下表, 函数 $y = g(x)$ 的图象是如图的曲线 ABC , 其中 $A(1, 3)$, $B(2, 1)$, $C(3, 2)$, 则 $f[g(2)]$ 的值为 ().

x	1	2	3
$f(x)$	2	3	0



A. 3

B. 2

C. 1

D. 0



函数定义域求法



具体函数定义域

具体函数定义域

偶次根号下不能为负

分式分母不为零

零次或负次指数次幂底不能为零

对数真数大于零

指数底数大于0且不为1

多项式取交集

7 $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + \sqrt{6-x-x^2}$ 的定义域 _____ .

8 函数 $y = \frac{(x-1)^0}{\sqrt{|x|+x}}$ 的定义域是 ().

A. $(0, +\infty)$

B. $(-\infty, 0)$

C. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$

D. $(-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, +\infty)$

9 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-3} \cdot \lg \sqrt{4-x}$ 的定义域为 ().

A. $[2, +\infty)$

B. $[2, 4]$

C. $[2, 3) \cup (3, 4)$

D. $[2, 3]$



抽象函数定义域

求解抽象函数的定义域我们可以把握两个要点：

- (1) 当题目求解时指的是自变量 x 本身的范围，
- (2) $f(x)$ 括号内的式子范围一致。

- 10 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(0, 2)$, 则函数 $y = f(-2x)$ 的定义域是 ().
 A. $(0, 2)$ B. $(-1, 0)$ C. $(-4, 0)$ D. $(0, 4)$
- 11 若函数 $y = f(x + 1)$ 的定义域是 $[-2, 3]$, 则 $y = f(2x - 1)$ 的定义域为 ().
 A. $[0, 2.5]$ B. $[-1, 4]$ C. $[-5, 5]$ D. $[-3, 7]$
- 12 若函数 $f(x)$ 的定义域是 $[-2, 2]$, 则函数 $g(x) = \frac{f(-3x)}{\sqrt{2x+1}}$ 的定义域是 ().
 A. $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$ B. $\left(-\frac{1}{2}, 2\right]$ C. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$ D. $\left[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$
- 13 若函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 2]$, 则函数 $g(x) = \frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是 ().
 A. $[0, 1]$ B. $[0, 1)$ C. $[0, 1) \cup (1, 4]$ D. $(0, 1)$



函数值域求法



利用函数单调性

- 14 求函数 $y = 2x + \sqrt{1+2x}$ 的值域.

- 15 求函数 $y = 2^{x-5} + \log_3 \sqrt{x-1} (2 \leq x \leq 10)$ 的值域.

**配方法**

16 求函数 $y = -x^2 + 4x - 2$ ($1 \leq x \leq 4$) 的值域.

17 求下列函数的值域:

(1) $y = x - 2\sqrt{x} + 3$

(2) $y = x^4 + 4x^2 + 5$

**换元法**

18 函数 $f(x) = x - \sqrt{2x-1}$ 的值域为 _____.

19 求函数 $y = \sqrt{3x+6} - 3x$ 的值域.



分离常数法

20 函数 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 在区间 $[2, 5)$ 上的最大值, 最小值分别是 ().

A. 无最大值, 最小值是 4

B. $4, \frac{7}{4}$

C. 最大值是 4, 无最小值

D. 4, 0

21 函数 $f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$ 的值域为 ().

A. $(-1, 1)$

B. $(-\infty, 1)$

C. $(1, +\infty)$

D. $(0, 1)$



基本不等式法

22 求函数 $y = \frac{x+2}{\sqrt{x+1}}$ 的值域.

23 求函数 $y = \frac{x^2+10}{\sqrt{x^2+9}}$ 的值域.



- 24 求函数 $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1} (x > 5)$ 的值域.



几何法

- 25 求函数 $y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 8}$ 的值域.

- 26 求函数 $y = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$ 的值域.



函数解析式求法



待定系数法

- 27 设函数 $f(x)$ 是一次函数, $f(f(x)) = 4x - 3$, 则 $f(1) = (\quad)$.
 A. 3 或 1 B. 1 C. 1 或 -1 D. -3 或 1
- 28 已知 $f(x)$ 是一次函数, 且 $f(x-1) = 3x - 5$, 则 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) = (\quad)$.
 A. $3x - 2$ B. $2x + 3$ C. $3x + 2$ D. $2x - 3$
- 29 若函数 $f(x)$ 是二次函数, 且满足 $f(0) = 1$, $f(x+1) = f(x) + 2(x-1)$, 则 $f(x)$ 的解析式为 _____.



配凑法

- 30 已知函数 $f(\sqrt{x} + 2) = x + 4\sqrt{x} + 5$, 则 $f(x)$ 的解析式为 $(\quad)$.
 A. $f(x) = x^2 + 1$ B. $f(x) = x^2$
 C. $f(x) = x^2 + 1 (x \geq 2)$ D. $f(x) = x^2 (x \geq 2)$
- 31 已知函数 $f(2x+1) = 6x+5$, 则 $f(x)$ 的解析式是 $(\quad)$.
 A. $3x+2$ B. $3x+1$ C. $3x-1$ D. $3x+4$
- 32 $f(x + \frac{1}{x}) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 33 若函数 $f(x)$ 满足 $f\left(\frac{x+1}{x}\right) = x$, 则 $f(x)$ 的解析式为 $(\quad)$.
 A. $f(x) = \frac{1}{x-1} (x \neq 1)$ B. $f(x) = \frac{1}{x+1} (x \neq -1)$
 C. $f(x) = \frac{x}{x-1} (x \neq 1)$ D. $f(x) = \frac{x}{x-1} (x \neq -1)$



换元法

- 34 已知函数 $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x}{1+x}$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

35 已知 $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$, 则 $f(x)$ 的解析式可取为 ().

- A. $\frac{x}{1+x^2}$ B. $-\frac{2x}{1+x^2}$ C. $\frac{2x}{1+x^2}$ D. $-\frac{x}{1+x^2}$

36 已知 $f\left(\frac{1+x}{x}\right) = \frac{1+x^2}{x^2} + \frac{1}{x}$, 则 $f(x)$ 的解析式为 _____.

消元法 (联立方程组法)

37 已知函数 $f(x)$ 满足 $2f(x) + f(-x) = 3x + 2$, 则 $f(2)$ 的值为 ().

- A. $-\frac{16}{3}$ B. $-\frac{20}{3}$ C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{20}{3}$

38 已知函数 $f(x)$ 满足 $f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}f(-x) = 2x (x \neq 0)$, 则 $f(-2) = ()$.

- A. $-\frac{7}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $-\frac{9}{2}$

39 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 且 $f(x) = 2f\left(\frac{1}{x}\right)\sqrt{x} - 1$, 则 $f(x) =$ _____.

分段函数

若函数的定义域分为若干区间, 且对于不同的区间内的自变量有着不同的对应关系, 这样的函数叫做**分段函数**.

40 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(x+1), & x > 0 \\ -x^2 - 3x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f(f(-2)) =$ _____.

41 若函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x < 0 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x, & x \geq 0 \end{cases}$, 则不等式 $|f(x)| \geq \frac{1}{3}$ 的解集为 _____.

42 设函数 $f(x) = \begin{cases} x - \frac{3}{4}, & x > 0 \\ x^2 - \frac{1}{4}, & x \leq 0 \end{cases}$, 则方程 $f(x) = 2$ 的所有实数根之和为 _____.