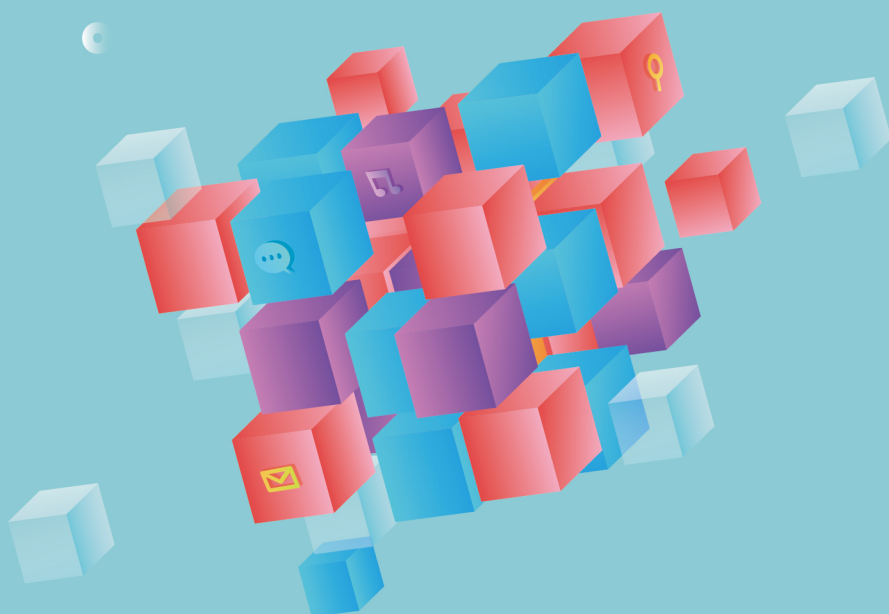


知识魔方

i 数学



主 编：马建明

本模块制作人：吕金琳

本模块审核人：闫聪聪

封面设计：林梦涵

教研团队：高中数学组

前言

学而思爱智康产品升级介绍

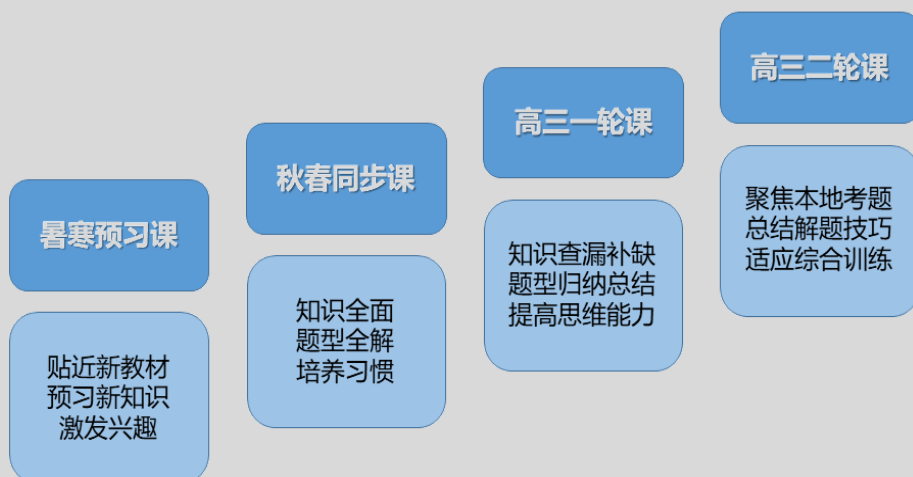
新教材改革已经如火如荼地展开，智康新产品助学助考的开发问题已成为家长和学子重点关注的焦点。应广大家长和学子的需求，我们带领最优质的高中理科教师团队制作出最新人教版教材的全模块切片产品。该系列产品能帮助学生掌握新的课程标准，让学生能够按照新教材理念科学高效的学习。该书以“三次课学懂一个模块”为宗旨，帮你轻松找到学习目标，助你走向成功。

这套产品在整体设计上有四个突出的特点：

- (1) 标准教学大纲变为专属大纲，并且可以随时调整
- (2) 讲义 + 习题册，形成测、讲、评、练学习闭环
- (3) 难度阶梯分明，在学科层次上由浅入深、给不同程度的学生都能带来持续的进步
- (4) 针对本地考卷进行大数据分析，精选例题，直击考点

如果你在使用的过程中发现有那里需要改正或者优化，希望优秀的你能够给予我更多的建议与意见，帮助我更好的提升自己。

高中理科产品课程体系



扫描右侧二维码
提出你的意见与建议吧



高二数学课程产品设计

考点占比：让同学们更加清楚本模块知识在高考中的地位。

考点分析：以大数据方式分析考试重点难点，紧扣考试热点，让同学们的复习更具针对性。

知识导图：梳理知识结构，帮助同学们形成网络状的知识图谱，更有助于对知识点的理解记忆。

典型例题：分析考试情况，精选最新的考题，让同学们清楚每一个知识点的考法。

巩固练习：匹配同类型题目，讲练结合，锻炼提升解题能力。

本模块介绍

函数是高中数学知识体系中最重要基础章节；导数、三角函数、数列作为函数重要的延伸知识考点，常年出现在高考的综合试题中。函数模块在必修一中出现，而函数的单调性与奇偶性是课标与考试大纲中的重要知识点，学生需要熟练掌握此模块的内容。

本模块主要通过对函数的图像、单调性、奇偶性的研究，使同学们进一步理解数形结合、分类讨论等数学思想，有利于提高同学们分析和解决问题的能力，重在培养数学抽象、逻辑推理、直观想象等核心素养。

目 录

第 1 讲 函数的单调性与奇偶性..... 01

- 知 识 点 1 利用单调性、奇偶性判断函数图像
- 知 识 点 2 复合函数单调性
- 知 识 点 3 函数的单调性与奇偶性的应用
- 知 识 点 4 分段函数单调性的应用

第 2 讲 函数的对称性与周期性..... 11

- 知 识 点 1 函数的对称性与周期性的判断
- 知 识 点 2 函数对称性与周期性的一般应用



我们一起开始学习吧 o (*^_^*) o

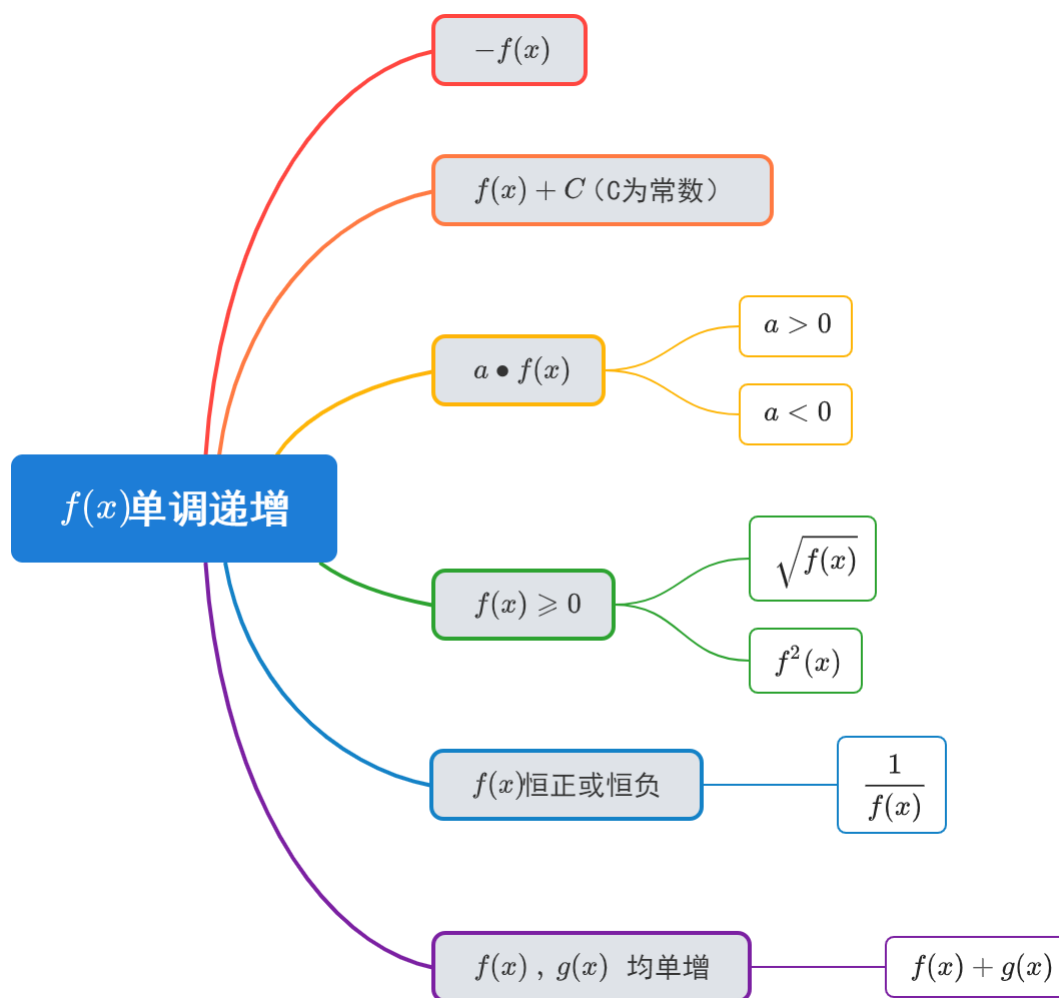


第 1 讲

函数的单调性与奇偶性

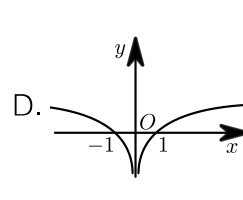
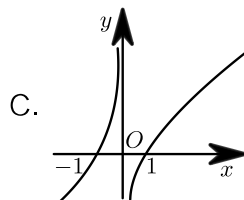
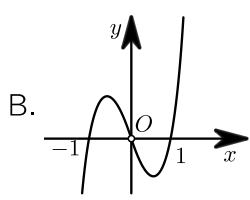
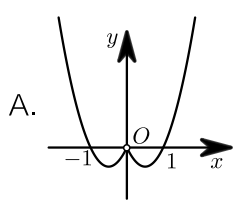


知识梳理 —— 判断函数单调性的常用结论



利用单调性、奇偶性判断函数图像

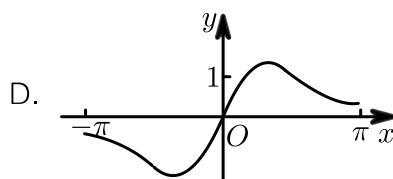
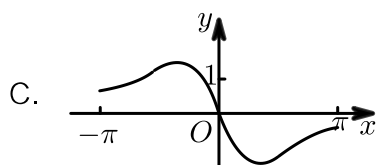
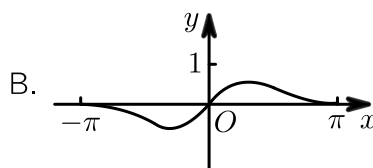
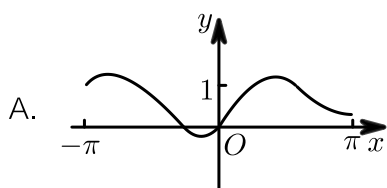
1 函数 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x|}$ 图象大致为 ().



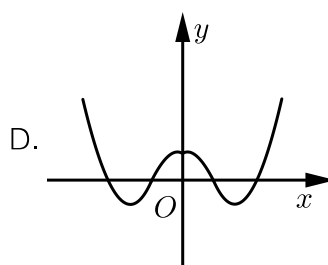
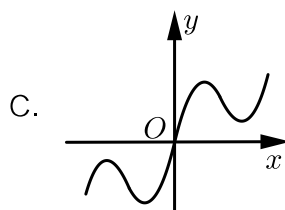
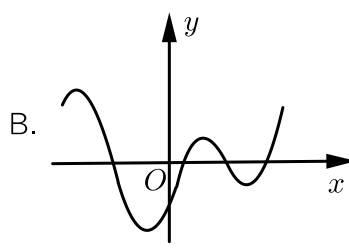
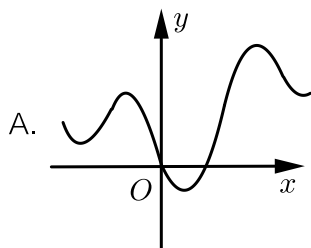


利用赋特殊值、判断函数值正负等附加条件

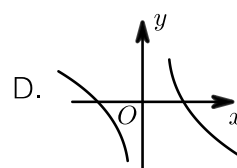
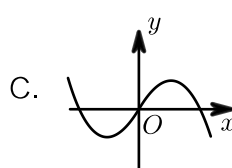
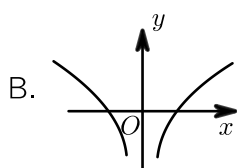
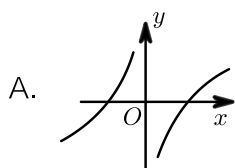
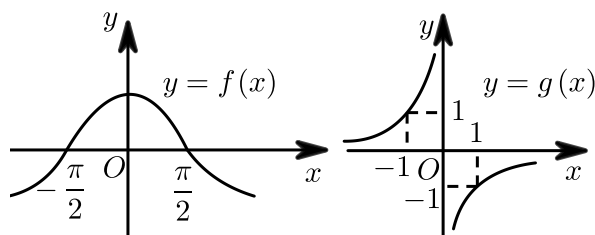
- 2 函数 $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为 ().



- 3 函数 $y = |x| - \sin(3x)$ 的图象可能是下列图象中的 ().

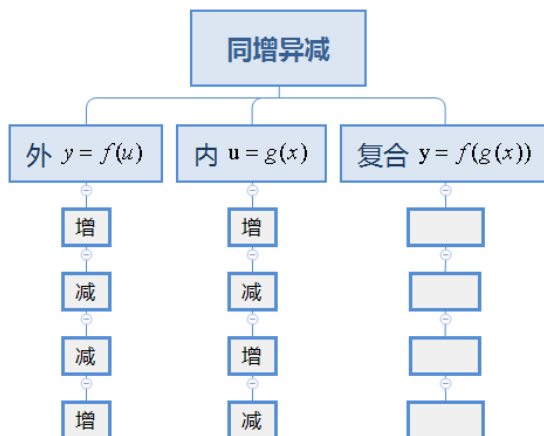


- 4 函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 的图象如图所示, 则 $y = f(x) \cdot g(x)$ 的部分图象可能是 ().



知识梳理 —— 判断复合函数单调性

复合函数单调性可简记为“**同增异减**”，即内外函数的单调性相同时递增，相异时递减。



复合函数单调性

- 5 函数 $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 5}$ 的单调减区间为 ().
 A. $(-\infty, 2]$ B. $[-1, 2]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[2, 5]$
- 6 已知函数 $f(x) = \sqrt{x-2}$, 若 $f(2a^2 - 5a + 4) < f(a^2 + a + 4)$, 则实数 a 的取值范围是 ().
 A. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$ B. $[2, 6)$
 C. $(0, \frac{1}{2}] \cup [2, 6)$ D. $(0, 6)$
- 7 若函数 $f(x) = \sqrt{5 + ax - x^2}$ 在区间 $[1, 2]$ 上单调递减, 则 a 的取值范围是 ().
 A. $(-\infty, 2]$ B. $[-4, 2]$ C. $[-\frac{1}{2}, 2]$ D. $[-1, 2]$

知识梳理 —— 判断函数奇偶性

1. 判断函数奇偶性的基本公式

① _____, 那么 $f(x)$ 就叫做奇函数.

② _____, 那么 $f(x)$ 就叫做偶函数.

2. 重要结论

① 若 **奇函数** 在原点有定义, 则 $f(0) = 0$

② **其定义域关于原点对称**: 在奇函数和偶函数的定义中, 若 x 是其定义域内的一个数值, 则 $-x$ 必然也在其中, 否则就不满足奇函数或者偶函数的初始条件, 即这个函数既不是奇函数也不是偶函数 (非奇非偶函数)

3. 函数奇偶性的运算性质

设 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域分别为 D_1 , D_2 , 则在公共定义域上, 有如下结论:

$f(x)$	偶函数	偶函数	奇函数	奇函数
$g(x)$	偶函数	奇函数	偶函数	奇函数
$f(x) + g(x)$				
$f(x) - g(x)$				
$f(x) \cdot g(x)$				
$f(g(x))$				



函数的单调性与奇偶性的应用



比较大小

8 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 在 $(-\infty, 0]$ 上有单调性, 且 $f(-2) < f(1)$, 则下列不等式成立的是 ().

A. $f(-1) < f(2) < f(3)$

B. $f(2) < f(3) < f(-4)$

C. $f(-2) < f(0) < f\left(\frac{1}{2}\right)$

D. $f(5) < f(-3) < f(-1)$

9 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 其图象关于 y 轴对称, 且当 $x_1 > x_2 \geq 0$ 时, 满足 $[f(x_1) - f(x_2)](x_1 - x_2) > 0$, 则 $f(-2)$, $f(1)$, $f(3)$ 的大小关系为 ().

A. $f(-2) < f(1) < f(3)$

B. $f(1) < f(-2) < f(3)$

C. $f(3) < f(-2) < f(1)$

D. $f(3) < f(1) < f(-2)$



包罗万象 举一千从

10 已知函数 $y = f(x)$ 是 $(-1, 1)$ 上的偶函数, 且在区间 $(-1, 0)$ 是单调递增的, A , B , C 是锐角 $\triangle ABC$ 的三个内角, 则下列不等式中一定成立的是 ().

A. $f(\sin A) > f(\cos A)$

B. $f(\sin A) > f(\cos B)$

C. $f(\cos C) > f(\sin B)$

D. $f(\sin C) > f(\cos B)$



求解不等式

11 已知 $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称, 且在区间 $(-\infty, 0]$ 单调递减, 则满足 $f(3x+1) < f\left(\frac{1}{2}\right)$ 的实数 x 的取值范围是 ().

A. $\left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\right)$

B. $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}\right)$

C. $\left[-\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}\right)$

D. $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{6}\right)$



- 12 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 则满足 $f(\sqrt{2x+3}) < f(x)$ 的 x 取值范围是 ().
- A. $(3, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
 C. $\left[-\frac{3}{2}, -1\right) \cup (3, +\infty)$ D. $(-1, 3)$

毫厘不伐 将用斧柯

- 13 设函数 $f(x)$ 是定义在 $\{x|x \neq 0\}$ 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则使得 $f(x) > f(2x-1)$ 成立的 x 的取值范围是 ().
- A. $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$
 C. $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ D. $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{1}{3}\right) \cup (1, +\infty)$
- 14 已知 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的增函数, 且 $f(x-1) < f(1-3x)$, 则 x 的取值范围是 _____.

- 15 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足对任意的 $x_1, x_2 \in (0, +\infty) (x_1 \neq x_2)$, 有 $(x_2 - x_1)(f(x_2) - f(x_1)) > 0$. 则满足 $f(2x-1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 的取值范围是 ().
- A. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ C. $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ D. $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$



借助图像与 x 轴的关系求解不等式

- 16 若函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 单调递增, 又 $f(3) = 0$, 则不等式 $(x-1)f(x) < 0$ 的解集是 ().
- A. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$ B. $(-3, 0) \cup (1, +\infty)$
 C. $(-3, 0) \cup (0, 3)$ D. $(-3, 0) \cup (1, 3)$
- 17 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足: 对任意的 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0] (x_1 \neq x_2)$, 有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$, 且 $f(2) = 0$, 则不等式 $\frac{2f(x) + f(-x)}{5x} < 0$ 解集是 ().
- A. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ C. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $(-2, 0) \cup (0, 2)$
- 18 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减, 且 $f(2) = 0$, 则满足 $xf(x-1) \geq 0$ 的 x 的取值范围是 ().
- A. $[-1, 1] \cup [3, +\infty)$ B. $[-3, -1] \cup [0, 1]$ C. $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$ D. $[-1, 0] \cup [1, 3]$

- 19 设奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 且 $f(1) = 0$, 则不等式 $x[f(x) - f(-x)] < 0$ 的解集为 ().

A. $\{x | -1 < x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$ B. $\{x | x < -1 \text{ 或 } 0 < x < 1\}$
C. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$ D. $\{x | -1 < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 1\}$

精进不休 日新月异

- 20 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $f(-1) = 0$, 若对任意 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0)$, 且 $x_1 \neq x_2$ 时, 都有 $\frac{x_1 f(x_1) - x_2 f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立, 则不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 ().

A. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ B. $(-1, 0) \cup (0, 1)$
C. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ D. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

知识梳理 —— 分段函数

1. 分段函数的常用解题思路

- (1) 在研究分段函数时, 要服从先局部后整体的原则, **先确定自变量的数值属于哪个区间**, 从而选择相应的对应关系.
- (2) 画分段函数的图象时, **依次做出各个分区间内的函数图象**, 然后组合在一起就是整个分段函数的图象.
- (3) **分段函数的值域是各段函数在相应区间上值域的并集**. 这给我们提供一种求解分段函数值域的方法, 即先求出各个子函数的值域, 然后将值域取并集即可.

2. 研究分段函数的单调性: 服从的原则还是先局部后整体

- (1) 方法一: 做出图象然后由图象观察
- (2) 方法二: 若函数 $f(x) = \begin{cases} f_1(x), & x \in [a, b) \\ f_2(x), & x \in [b, c] \end{cases}$,

若要保证 $f(x)$ 在定义域 $[a, c]$ 内单调递增, 则需要满足下面三个条件:

① $f_1(x)$ 在区间 $[a, b)$ 上单调递增; ② $f_2(x)$ 在区间 $[b, c]$ 上单调递增; ③ $f_1(b) \leq f_2(b)$



分段函数单调性的应用



求解参数取值范围 (参数在函数上)

- 21 已知 $f(x) = \begin{cases} (4-a)x^2 + 2x + 3, & x \geq -1 \\ -\frac{a}{2x}, & x < -1 \end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数, 则实数 a 的取值范围 ().

A. $[3, 4)$ B. $\left[3, \frac{10}{3}\right]$ C. $\left[\frac{10}{3}, 4\right)$ D. $(0, 4)$

- 22 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-2)x-1, & x \leq 1 \\ \frac{ax+1}{x+a}, & x > 1 \end{cases}$ 满足对任意的 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 且 $x_1 \neq x_2$ 都有: $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} > 0$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $(1, 4]$ B. $(2, 4]$ C. $(2, 4)$ D. $(2, +\infty)$



求解参数取值范围 (参数在定义域上)

- 23 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq t \\ x, & 0 < x < t \end{cases} (t > 0)$ 是区间 $(0, +\infty)$ 上的增函数, 则 t 的取值范围是 ____.



利用分段函数单调性求解不等式

- 24 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x \geq 1 \\ -x^2 + 2x, & x < 1 \end{cases}$, 若 $f(4-3a) < f(a)$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $(1, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, 1]$ D. $(-\infty, 1)$
- 25 若函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2ax - 2a, & x \geq 1 \\ ax + 1, & x < 1 \end{cases}$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减, 且满足 $f(2a+3) > f(1-a)$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $[-2, 0)$ B. $\left[-2, -\frac{2}{3}\right)$ C. $[-2, 1]$ D. $\left(-\frac{2}{3}, 1\right]$



精进不休 日新月异

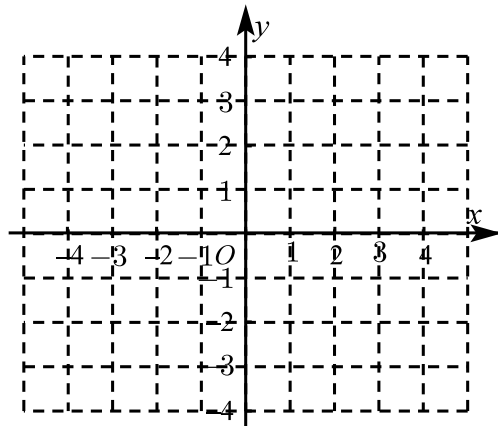
- 26 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x, & x \geq 0 \\ -x^2 + 3x, & x < 0 \end{cases}$, 则不等式 $f(x-2) + f(x^2-4) < 0$ 的解集为 ().
- A. $(-1, 6)$ B. $(-6, 1)$ C. $(-3, 2)$ D. $(-2, 3)$
- 27 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x, & x \geq 0 \\ 4x - x^2, & x < 0 \end{cases}$, 若 $f(2-a^2) > f(a)$, 则实数 a 的取值范围为 ____.
- 28 已知分段函数 $f(x) = \begin{cases} 4+x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$, 若 $f(f(a)) \geq f(f(a)+1)$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $(-1, 0)$ B. $[-1, 0]$ C. $(-5, -4]$ D. $[-5, -4]$

毫厘不伐 将用斧柯

29 已知函数 $f(x) = a|x| + x + 1$, $x \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数, 求实数 a 的取值范围.

(2) 当 $a = 1$ 时, 作出函数 $f(x)$ 的图象, 并解不等式 $f(1-x) > f(x^2 + 1)$.



第 2 讲

函数的对称性与周期性





函数的对称性与周期性的判断

1. 判断下面函数满足的对称性

① $f(-x) = f(x)$: _____

② $f(-x) = -f(x)$: _____

③ $f(a+x) = f(a-x)$ 或 $f(x) = f(2a-x)$: _____

④ $f(x) = 2b - f(2a-x)$ 或 $f(a+x) - b = b - f(a-x)$: _____

2. 利用迭代法推导下列函数的周期性 ——

函数 $y = f(x)$ 满足对定义域内任一实数 x (其中 a 为常数),

① $f(x) = f(x+a)$, 则 $y = f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;

② $f(x+a) = -f(x)$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;

③ $f(x+a) = \pm \frac{1}{f(x)}$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;

④ $f(x+a) = f(x-a)$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;

⑤ $f(x+a) = \frac{1-f(x)}{1+f(x)}$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;

⑥ $f(x+a) = -\frac{1-f(x)}{1+f(x)}$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;

⑦ $f(x+a) = \frac{1+f(x)}{1-f(x)}$, 则 $f(x)$ 是以 _____ 为周期的周期函数;



函数对称性与周期性的一般应用



利用对称性与奇偶性进行赋值运算

1 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2 已知奇函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 对称, 且 $f(m) = 3$, 则 $f(m-4)$ 的值为 _____.



利用周期性 with 奇偶性进行赋值运算

3 设偶函数 $f(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+3) = -\frac{1}{f(x)}$, 且当 $x \in [-3, -2]$ 时 $f(x) = 4x$, 则 $f(113.5) = \underline{\hspace{2cm}}$.

4 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+5) = f(x)$, 且当 $x \in \left(0, \frac{5}{2}\right)$ 时, $f(x) = x^3 - 3x$, 则 $f(2019) = (\quad)$.

A. 2

B. -18

C. 18

D. -2

- 5 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $f(x+2) = -\frac{1}{f(x)}$, 当 $0 < x \leq 1$ 时, $f(x) = x(x+1)$, 则 $f(4) + f(5) = (\quad)$.
- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

精进不休 日新月异

- 6 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1-x) = f(1+x)$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(2018) = (\quad)$.
- A. 50 B. 2 C. 0 D. -2018
- 7 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) \cdot f(x) = 1$ 对于 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 且 $f(x) > 0$, 则 $f(2015) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 8 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$. 当 $x < 0$ 时, $f(x) = x^3 - 1$; 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $f(-x) = -f(x)$; 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $f\left(x + \frac{1}{2}\right) = f\left(x - \frac{1}{2}\right)$. 则 $f(6) = (\quad)$.
- A. -2 B. -1 C. 0 D. 2

豪厘不伐 将用斧柯

- 9 设函数 $y = f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上以 1 为周期的函数, 若 $g(x) = f(x) - 2x$ 在区间 $[2, 3]$ 上的值域为 $[-2, 6]$, 则函数 $g(x)$ 在 $[-2017, 2017]$ 上的值域为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

包罗万象 举一千从

- 10 定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$ 满足: 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x+3) = -f(x)$. 且 $\tan \alpha = 2$, 则 $f(15 \sin \alpha \cos \alpha)$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

比较大小

- 11 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$, 满足 $f(x-4) = -f(x)$ 且在区间 $[0, 2]$ 上是增函数, 则 $(\quad)$.
- A. $f(-25) < f(80) < f(11)$ B. $f(80) < f(11) < f(-25)$
C. $f(11) < f(80) < f(-25)$ D. $f(-25) < f(11) < f(80)$
- 12 已知偶函数 $f(x)$ 对于任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+1) = -f(x)$, 且 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上是单调递增的, 则 $f(-6.5)$, $f(-1)$, $f(0)$ 的大小关系是 $(\quad)$.
- A. $f(0) < f(-6.5) < f(-1)$ B. $f(-6.5) < f(0) < f(-1)$
C. $f(-1) < f(-6.5) < f(0)$ D. $f(-1) < f(0) < f(-6.5)$



- 13 已知函数 $f(x)$ 定义域为 $\mathbf{R}$ ，且满足下列三个条件：①任意 $x_1 \neq x_2 \in (-4, 0)$ ，都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$ ；② $f(x) = -f(x+4)$ ；③ $y = f(x+4)$ 为偶函数，则 () .
- A. $f(2019) > f(15) > f(2)$ B. $f(15) > f(2) > f(2019)$
C. $f(2) > f(15) > f(2019)$ D. $f(2) > f(2019) > f(15)$
- 14 $\mathbf{R}$ 上函数 $y = f(x)$ 满足①对 $\forall x \in \mathbf{R}$ ，都有 $f(x+1) = \frac{1}{f(x)}$ ② $y = f(x+1)$ 是偶函数关于 y 轴对称③对 $\forall x_1, x_2 \in [0, 1]$ ，且 $x_1 < x_2$ 都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ， $[0, 1]$ 上递减，则 $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ， $f(2)$ ， $f(3)$ 的大小关系为 () .
- A. $f(3) < f\left(\frac{3}{2}\right) < f(2)$ B. $f(3) < f(2) < f\left(\frac{3}{2}\right)$
C. $f(2) < f\left(\frac{3}{2}\right) < f(3)$ D. $f\left(\frac{3}{2}\right) < f(2) < f(3)$
- 15 已知 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数， $f(x+2)$ 也是奇函数，当 $x \in (0, 2)$ 时， $f(x) = 2x - x^2$ ，则 $f(-1)$ ， $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ ， $f(\pi)$ 的大小关系是 () .
- A. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) < f(-1) < f(\pi)$ B. $f\left(\frac{\pi}{2}\right) < f(\pi) < f(-1)$
C. $f(-1) < f(\pi) < f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ D. $f(-1) < f\left(\frac{\pi}{2}\right) < f(\pi)$
- 16 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+3) = -\frac{1}{f(x)}$ ，且 $y = f(x+3)$ 为偶函数，若 $f(x)$ 在 $(0, 3)$ 内单调递减，则下面结论正确的是 () .
- A. $f(-4.5) < f(3.5) < f(12.5)$ B. $f(3.5) < f(-4.5) < f(12.5)$
C. $f(12.5) < f(3.5) < f(-4.5)$ D. $f(3.5) < f(12.5) < f(-4.5)$



- 17** 定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) = f(x)$, 且在 $[-3, -2]$ 上是减函数, α, β 是钝角三角形的两个锐角, 则下列结论正确的是 ().
- A. $f(\sin \alpha) > f(\cos \beta)$
- B. $f(\cos \alpha) < f(\cos \beta)$
- C. $f(\cos \alpha) > f(\cos \beta)$
- D. $f(\sin \alpha) < f(\cos \beta)$



求解不等式

- 18 设函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的以 5 为周期的奇函数, 若 $f(2) > 1$, $f(3) = \frac{a^2 + a + 3}{a - 3}$, 则 a 的取值范围是 _____.
- 19 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的以 3 为周期的偶函数, 若 $f(1) < 1$, $f(5) = \frac{2a - 3}{a + 1}$, 则实数 a 的取值范围 ().
- A. $(-2, 0)$ B. $(-1, 0)$ C. $(-1, 2)$ D. $(-1, 4)$
- 20 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$, 若函数 $y = f(x + 2)$ 为偶函数, 且 $f(x)$ 对任意数 $x_1, x_2 \in [2, +\infty)$ ($x_1 \neq x_2$), 都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$, 若 $f(a) \leq f(3a + 1)$, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$ B. $[-2, -1]$ C. $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ D. $(\frac{3}{4}, +\infty)$
- 21 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(2 - x) + (2 + x) = 0$, 该函数在 $(2, +\infty)$ 上单调递增, 且 $f(3) = 0$, 求不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集.
- 22 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(1 - x) = f(1 + x)$, 当 $x \geq 1$ 时, $f(x) = x - \frac{2}{x}$, 则 $\{x | f(x + 2) > 1\} =$ ().
- A. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 0\}$ B. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$
C. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 0\}$ D. $\{x | x < 2 \text{ 或 } x > 4\}$



利用函数图像研究根的分布

- 23 已知函数 $f(x) = x - [x]$, 其中 $[x]$ 表示不超过实数 x 的最大整数. 若关于 x 的方程 $f(x) = kx + k$ 有三个不同的实根, 则实数 k 的取值范围是 ().
- A. $[-1, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{4}, \frac{1}{3}]$ B. $(-1, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$
C. $[-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{2}, 1]$ D. $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}] \cup [\frac{1}{2}, 1)$



豪厘不伐 将用斧柯

- 24 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4 - x^2}, & x \in (-2, 2] \\ 1 - |x - 3|, & x \in (2, 4] \end{cases}$ 满足 $f(x - 3) = f(x + 3)$, 若在区间 $[-4, 4]$ 内关于 x 的方程 $3f(x) = k(x - 5)$ 恰有 4 个不同的实数解, 则实数 k 的取值范围是 _____.

- 25 已知 $f(x) = k(x+1)$, 其中 $k > 0$. 设 $g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的周期函数, 且 $g(x)$ 的周期为 2, 当 $x \in (0, 2]$ 时, $g(x) = \begin{cases} x^2, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{2}{3}, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$, 若在区间 $(0, 6]$ 上, 关于 x 的方程 $f(x) = g(x)$ 恰有 4 个不同的实数根, 则 k 的取值范围是 ().

- A. $\left(\frac{2}{21}, \frac{1}{9}\right) \cup \left(\frac{2}{15}, \frac{1}{6}\right)$ B. $\left[\frac{2}{21}, \frac{1}{9}\right) \cup \left(\frac{2}{15}, \frac{1}{6}\right)$
C. $\left[\frac{2}{21}, \frac{1}{9}\right) \cup \left[\frac{2}{15}, \frac{1}{6}\right]$ D. $\left[\frac{2}{21}, \frac{1}{9}\right] \cup \left[\frac{2}{15}, \frac{1}{6}\right]$

- 26 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a - x^2 - 4x & (x < 0) \\ f(x-2) & (x \geq 0) \end{cases}$, 且函数 $y = f(x) - 2x$ 恰有三个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是 ().

- A. $[-4, +\infty)$ B. $[-8, +\infty)$ C. $[-4, 0]$ D. $(0, +\infty)$

- 27 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \in [0, 1) \\ 2 - x^2, & x \in [-1, 0) \end{cases}$, 且 $f(x+2) = f(x)$. 若方程 $f(x) - kx - 2 = 0$ 有三个不相等的实数根, 则实数 k 的取值范围是 ().

- A. $\left(\frac{1}{3}, 1\right)$ B. $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right)$
C. $\left(-1, -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, 1\right)$ D. $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$