

01排列练习题

一、两种计数原理

1. 我们把各位数字之和等于6的三位数称为“吉祥数”，例如123就是一个“吉祥数”，则这样的“吉祥数”一共有（ ）。
- A. 28个 B. 21个 C. 35个 D. 56个

【答案】 B

【解析】 方法一：由 $1+1+4=6$ ， $1+2+3=6$ ， $2+2+2=6$ ， $0+1+5=6$ ， $0+2+4=6$ ，

$0+3+3=6$ ， $0+0+6=6$ ，

∴分为7类，分别求出每一类的三位数，再根据分类计数原理得到答案。

方法二：因为 $1+1+4=6$ ， $1+2+3=6$ ， $2+2+2=6$ ， $0+1+5=6$ ， $0+2+4=6$ ，

$0+3+3=6$ ， $0+0+6=6$ ，

所以可以分为7类，

当三个位数字为1，1，4时，三位数有3个，

当三个位数字为1，2，3时，三位数有 $A_3^3=6$ 个，

当三个位数字为2，2，2时，三位数有1个，

当三个位数字为0，1，5时，三位数有 $A_2^1 A_2^2=4$ 个，

当三个位数字为0，2，4时，三位数有 $A_2^1 A_2^2=4$ 个，

当三个位数字为0，3，3时，三位数有2个，

当三个位数字为0，0，6时，三位数有1个，

根据分类计数原理得三位数共有 $3+6+1+4+4+2+1=21$ 。

故选B。

【标注】【知识点】计数原理综合

2. 某天的值日工作由4名同学负责，其中1人负责清理讲台，1人负责扫地，其余2人负责拖地，则不同的分工共有（ ）。
- A. 12种 B. 15种 C. 18种 D. 24种

【答案】 A

【解析】分三步完工：第一步，选择以清理讲台；

第一步，选择以扫地；

第三步，选择2人拖地，

由分布计数原理知，分工种数为 $C_4^1 C_3^1 C_2^2 = 12$ 种．

故选A．

【标注】【知识点】分组分配法；分步乘法计数原理

3. 有4位同学参加学校组织的政治、地理、化学、生物4门活动课，要求每位同学各选一门报名（互不干扰），则地理学科恰有2人报名的方案有 _____ ．

【答案】 54

【解析】4位学生选两人报名地理，剩下2位学生任选其余3门，

∴情况有 $C_4^2 \cdot 3^2 = 54$ ．

故答案为：54．

【标注】【知识点】分步乘法计数原理

二、两种基本计数原理的综合应用

4. 某地区高考改革，实行“3+2+1”模式，即“3”指语文、数学、外语三门必考科目“1”指在物理、历史两门科目中必选一门，“2”指在化学、生物、政治、地理以及除了必选一门以外的历史或物理这五门学科中任意选择两门学科，则一名学生的不同选科组合有（ ）．

A. 8种

B. 12种

C. 16种

D. 20种

【答案】 C

【解析】若在物理、历史两门科目中只选一门，则有 $C_2^1 C_4^2 = 12$ 种，

若在物理、历史两门科目中选两门，则有 $C_2^2 C_4^1 = 4$ 种，

根据分类计数原理可得，共有 $12 + 4 = 16$ 种．

故选C．

【标注】【知识点】分类加法计数原理；加法原理与乘法原理的综合运用；分步乘法计数原理

5. 从1, 2, 3, 4, 5这五个数字中任取3个组成无重复数字的三位数, 当三个数字有2和3时, 则2需排在3的前面(不一定相邻), 这样的三位数有().
- A. 9个 B. 15个 C. 45个 D. 51个

【答案】 D

【解析】 ①当这个三位数中数字2和3都有时, 需从剩余3个数中再选一个数, 方法有3种, 再把这3个数进行排列, 方法有 A_3^3 种, 故含有数字2和3的三位数共有 $3 \times A_3^3 = 18$ (个).

其中满足2排在3的前面的三位数占总数的一半, 故满足条件的三位数共有 $18 \times \frac{1}{2} = 9$ (个).

②当这个三位数中, 2和3只有一个时, 这样的三位数的个数为 $C_2^1 \cdot C_3^2 \cdot A_3^3 = 36$ (个).

③当这个三位数中, 2和3都没有时, 这样的三位数的个数为 $A_3^3 = 6$.

综上可得, 满足条件的三位数的个数为

$$9 + 36 + 6 = 51 \text{ (个)}.$$

故选D.

【标注】【知识点】加法原理与乘法原理的综合运用

三、排列

6. 若 $A_m^3 = 6C_m^4$, 则 m 等于().
- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

【答案】 C

【解析】 $A_m^3 = m \cdot (m-1) \cdot (m-2)$,
 $6C_m^4 = 6 \cdot \frac{m(m-1)(m-2)(m-3)}{4!}$,

$$\therefore A_m^3 = 6C_m^4,$$

解得 $m = 7$.

故选C.

【标注】【知识点】组合数计算

7. 解方程 $A_{2x}^3 = 100A_x^2$.

【答案】 $x = 13$

【解析】 原方程可化为 $2x(2x-1)(2x-2) = 100x(x-1)$

$\because x \neq 0$ 且 $x \neq 1$, $\therefore 2x-1 = 25$

解得 $x = 13$, 经检验 $x = 13$ 是原方程的根.

【标注】 【素养】 数学运算

【知识点】 排列数计算

8. 已知 $A_{10}^m = 10 \times 9 \times 8 \dots 4$, 那么 $m =$ _____ .

【答案】 7

【解析】 $m = (10 - 4) + 1 = 7$.

【标注】 【知识点】 排列

9. 8名学生站成两排, 前排5人, 后排3人, 则不同的站法种数为 () .

A. $A_8^5 A_3^3$

B. $A_8^5 + A_3^3$

C. $A_5^5 + A_3^3$

D. $\frac{1}{2} A_8^8$

【答案】 A

【解析】 先从8名学生中选出5人排在前排, 有 A_8^5 种可能,

将剩余3人排在后排, 有 A_3^3 种可能,

故不同的排法种数为 $A_8^5 A_3^3$.

故选A.

【标注】 【素养】 逻辑推理; 数学运算

【知识点】 特殊位置优先法; 分步乘法计数原理

四、 常见排列问题

10. 若把英语单词“good”的字母顺序写错了, 则可能出现的错误拼写方法共有 _____ 种.

【答案】 11

【解析】 根据题意, 因为“good”四个字母中的两个“o”是相同的,

则其不同的排列有 $\frac{1}{2} \times A_4^4 = 12$ 种，而正确的排列只有1种，
则可能出现的错误拼写方法共有11种。

【标注】【知识点】排列

11. 将字母 a, a, b, b, c, c ，排成三行两列，要求每行的字母互不相同，每列的字母也互不相同，则不同的排列方法共有（ ）。

A. 12种 B. 18种 C. 24种 D. 36种

【答案】A

【解析】由分步乘法计数原理，先排第一列，有 A_3^3 种方法，
再排第二列，有2种方法，故共有 $A_3^3 \times 2 = 12$ 种排列方法。

【标注】【知识点】特殊元素优先法

【素养】逻辑推理

12. 两家夫妇各带一个小孩一起到动物园游玩，购票后排队依次入园，为安全起见，首尾一定要排两位爸爸，另外，两个小孩一定要排在一起，则这6人的入园顺序排法种数为（ ）。

A. 48 B. 36 C. 24 D. 12

【答案】C

【解析】分三步：①先分派两位爸爸，必须一首一尾，有 $A_2^2 = 2$ 种排法；
②两个小孩一定要排在一起，将其看成一个元素，考虑其顺序有 $A_2^2 = 2$ 种排法；
③将两个小孩与两位妈妈进行全排列，有 $A_3^3 = 6$ 种排法。
则共有 $2 \times 2 \times 6 = 24$ 种排法。

【标注】【素养】逻辑推理

【知识点】特殊位置优先法

13. 一天有语文、数学、英语、物理、化学、生物、体育七节课，体育不在第一节上，数学不在第六、七节上，这天课表的不同排法种数为（ ）

A. $A_7^7 - A_5^5$ B. $A_4^2 A_5^5$ C. $A_5^1 A_6^1 A_5^5$ D. $A_6^6 + A_4^1 A_5^1 A_5^5$

【答案】D

【解析】 先排数学，分两种情况：若数学排在第一节，其他6门任意排列，共有 A_6^6 种排法；
若数学不排在第一节，则有 $A_4^1 A_5^1 A_5^5$ 种排法，因此总的排法种数为 $A_6^6 + A_4^1 \cdot A_5^1 \cdot A_5^5$ 。
故选D。

【标注】【素养】逻辑推理

【知识点】特殊元素优先法

14. 将7个座位连成一排，安排4个人就座，恰有两个空位相邻的不同坐法有（ ）。

A. 240

B. 480

C. 720

D. 960

【答案】 B

【解析】 根据题意，分2步进行分析：

①，将4人全排列，安排在4个位置，有 $A_4^4 = 24$ 种情况，

②，4人排好后有5个空位，在其中任选2个，一个空位安排2个空座位，另一个安排一个空座位，有 $A_5^2 = 20$ 种情况，

则恰有两个空位相邻的不同坐法有 $24 \times 20 = 480$ 种。

故选B。

【标注】【知识点】插空法

15. 6名同学排成一排，其中甲、乙两人必须排在一起的不同排法有 ____ 种。

【答案】 240

【解析】 把甲乙二人看成一个整体，有 A_2^2 种方法，

这样6个人成了5个人，再把这5个人全排列，有 A_5^5 种方法。

根据分步计数原理可得

甲、乙两人必须排在一起的不同排法有 $A_2^2 \cdot A_5^5 = 240$ 种。

故答案为：240。

【标注】【知识点】捆绑法

16. 某会议室第一排共有8个座位，现有3人就座，若要求每人左右均有空位，则不同的坐法种数为（ ）。

A. 12

B. 16

C. 24

D. 32

【答案】C

【解析】方法一：将空位插到三个人中间，三个人有两个中间位置和两个两边位置，

就是将空位分为四部分，五个空位分成四部分分法为： $1, 1, 1, 2$ ，

空位无差别，只需要空位2分别占在四个位置就可以有四种方法，

另外三个人排列的排法是： $A_3^3 = 6$ ，

根据分布计数可得共有 $4 \times 6 = 24$ 。

故选C。

方法二：先把5个空位排成一排，有1种方法。

再将3人插入到中间的4个空中，有 $A_4^3 = 24$ 种方法。

共有 $1 \times A_4^3 = 24$ 种方法。

【标注】【素养】逻辑推理

【知识点】插空法

17. 在航天员进行的一项太空实验中，要先后实施6个程序，其中程序A只能出现在第一或最后一步，程序B和C在实施时必须相邻，问实验顺序的编排方法共有（ ）。

A. 34种

B. 48种

C. 96种

D. 144种

【答案】C

【解析】∵根据题意知程序A只能出现在第一步或最后一步，

∴从第一个位置和最后一个位置选一个位置，

把A排列有 $A_2^1 = 2$ 种结果，

∴程序B和C实施时必须相邻，

∴把B和C看做一个元素，同除A外的3个元素排列，

注意B和C之间还有一个排列，共有 $A_4^1 A_2^2 = 48$ 种结果，

根据分步计数原理可知共有 $2 \times 48 = 96$ 种。

故选C。

【标注】【知识点】捆绑法

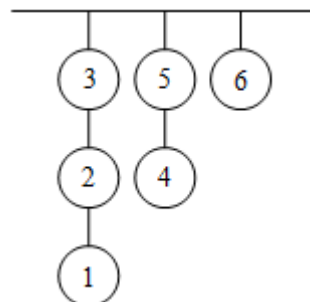
【素养】逻辑推理

18.

如图，在一次射击比赛中，6个泥制的靶子挂成三列，其中有一列挂3个，一列挂2个，一列挂1个，一位神枪手按照下列规则去打掉所有的靶子：

- (1) 首先他选择仍挂着靶子的一列；
- (2) 在被选中的一列中，打掉最下面的一个没被打掉的靶子。

那么，打掉这6个靶子的所有顺序种数为()。



- A. 6 B. 10 C. 60 D. 360

【答案】 C

【解析】 先不考虑列的限制，对6个靶子全排列；因为同一列间的靶子顺序一定，再将顺序除掉即可，

$$\frac{A_6^6}{A_3^3 A_2^2} = 60.$$

【标注】 【知识点】倍缩法

【素养】 逻辑推理

19. 一排8个车位，停5辆不同车，每车位至多停一车。

- (1) 停车的5个车位相邻有多少停法？
- (2) 不停车的3个空位相邻有多少停法？
- (3) 一共有多少停法？

【答案】 (1) 480 .

(2) 720 .

(3) 6720 .

【解析】 (1) 5车形成一个板块 (A_5^5 种方法)，与其他3个空位排成一排，看作4个车位停一车，

共 $A_5^5 C_4^1 = 480$ 种停法。

故答案为：480 .

(2)

3空位成一板块（因为空位不需排列）只有一种排法，此板块与5车排列，共有

$A_6^6 = 720$ 种停法．

故答案为：720．

（3）5辆车在8个位上排列，共有 $A_8^5 = 6720$ 种排法．

故答案为：6720．

【标注】【知识点】排列组合综合；简单的排列问题

20. 7名师生站成一排照相留念．其中老师1人，男生4人，女生2人，在下列情况中，各有不同站法多少种．

（1）2名女生必须相邻．

（2）4名男生互不相邻．

（3）若4名男生身高都不相等，按从高到低的一种顺序站．

（4）老师不站中间，女生不站两端．

【答案】（1）1440种．

（2）1440种．

（3）420种．

（4）2112种．

【解析】（1）2名女生站在一起有 A_2^2 种站法，将2名女生视为一个整体与其余5人全排，有 A_6^6 种站法，所以共有 $A_2^2 A_6^6 = 1440$ 种不同的站法．

故答案为：1440种．

（2）先排老师和女生，有 A_3^3 种站法，再在老师和女生站位的间隔（含两端）处插入男生，每空1名，有 A_4^4 种站法，所以共有 $A_3^3 A_4^4 = 144$ 种不同的站法．

故答案为：1440种．

（3）4名男生不考虑身高的站法有 A_4^4 种，而按从高到低或从低到高的顺序站，有2种，

所以共有 $2 \times \frac{A_7^7}{A_4^4} = 420$ 种不同的站法．

故答案为：420种．

（4）中间和两侧是特殊位置，可按如下分类求解：①老师站两侧中的一侧，另一侧站男生，有 $A_2^1 A_4^1 A_5^5$ 种站法；②两侧全由男生站，老师站除两侧和正中间外的另外4个位置之一，有 $A_4^2 A_4^1 A_4^4$

种站法．所以共有 $A_2^1 A_4^1 A_5^5 + A_4^2 + A_4^1 A_4^4 = 2112$ 种不同的站法．

故答案为：2112种．

【标注】【知识点】捆绑法；特殊元素优先法；插空法；倍缩法