

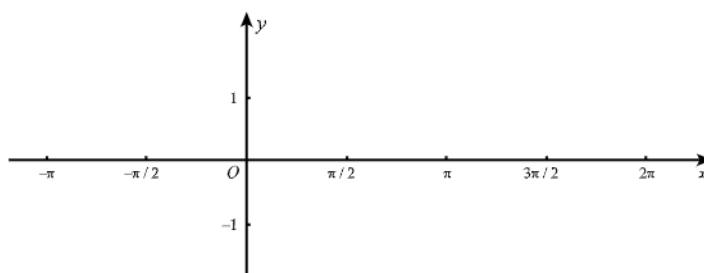
03三角函数图像性质

三角函数图像性质



正弦函数的图像与性质

(1) 图像：



(2) 定义域： $\mathbf{R}$.

(3) 值域： $[-1, 1]$.

(4) 单调性： $x \in [-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ 为增函数； $x \in [\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ 为减函数 .

(5) 奇偶性： $\mathbf{奇函数}$.

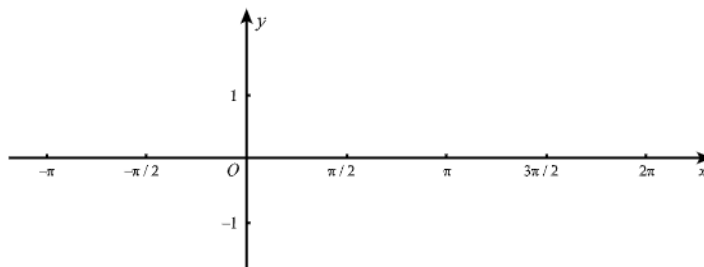
(6) 最小正周期： $\mathbf{2\pi}$.

(7) 对称性：对称轴 $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$ ；对称中心 $(k\pi, 0), k \in \mathbf{Z}$.



余弦函数的图像与性质

(1) 图像



(2) 定义域： $\mathbf{R}$.

(3) 值域： $[-1, 1]$.

(4) 单调性： $x \in [-\pi + 2k\pi, 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ 为增函数； $x \in [2k\pi, \pi + 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ 减函数 .

(5) 奇偶性：偶函数 .

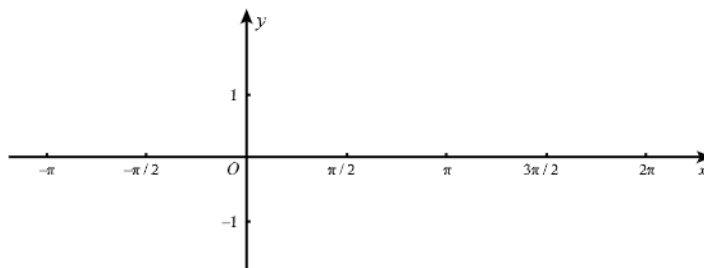
(6) 最小正周期： 2π .

(7) 对称性：对称轴 $x = k\pi, k \in \mathbf{Z}$; 对称中心 $(\frac{\pi}{2} + k\pi, 0), k \in \mathbf{Z}$.



正切函数的图像与性质

(1) 图像：



(2) 定义域： $\{x | x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$.

(3) 值域： $\mathbf{R}$.

(4) 单调性：在 $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi) (k \in \mathbf{Z})$ 增函数 .

(5) 奇偶性：奇函数 .

(6) 最小正周期： π .

(7) 对称性：对称中心 $(\frac{k\pi}{2}, 0), k \in \mathbf{Z}$.



单调性问题

1

下列四个函数中，以 π 为最小正周期，且在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 上为减函数的是 () .

A. $y = \sin 2x$

B. $y = 2|\cos x|$

C. $y = \cos \frac{x}{2}$

D. $y = \tan(-x)$

答案

D

解析

在A中， $y = \sin 2x$ 的最小正周期是 π ，在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 上先减后增；

在B中， $y = 2|\cos x|$ 的最小周期是 π ，在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 上为增函数；

在C中， $y = \cos \frac{x}{2}$ 的最小正周期是 4π ，在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 上为减函数；

在D中， $y = \tan(-x)$ 的最小正周期是 π ，在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 上为减函数 .

2 $y = |\cos x|$ 的一个单调递增区间是 () .

A. $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$

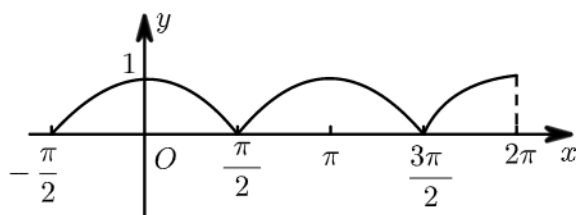
B. $[0, \pi]$

C. $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$

D. $\left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$

答案 D

解析 将 $y = \cos x$ 的图象位于 x 轴下方的部分关于 x 轴对称向上翻折，
 x 轴上方（或 x 轴上）的部分不变，
 即得 $y = |\cos x|$ 的图象（如图）.



故选 D .

3 下列各式中正确的是 () .

A. $\tan \frac{3\pi}{5} > \tan \frac{\pi}{5}$

B. $\tan 2 > \tan 3$

C. $\cos\left(-\frac{17\pi}{4}\right) > \cos\left(-\frac{23\pi}{5}\right)$

D. $\sin\left(-\frac{\pi}{18}\right) < \sin\left(-\frac{\pi}{10}\right)$

答案 C

解析 A选项： $\because \frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{5} < \pi$ ，
 则 $\tan \frac{3\pi}{5} < 0$ ，
 $\tan \frac{\pi}{5} > 0$ ，
 $\therefore \tan \frac{3\pi}{5} < \tan \frac{\pi}{5}$ ，故 A 错误；
 B选项： $\because \frac{\pi}{2} < 2 < 3 < \pi$ ，
 $\therefore \tan 2 < \tan 3$ ，故 B 错误；

$$\begin{aligned}
 \text{C选项: } & \because \cos\left(-\frac{17\pi}{4}\right) = \cos \frac{17\pi}{4} \\
 & = \cos \frac{\pi}{4} \\
 & = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\
 & \cos\left(-\frac{23\pi}{5}\right) = \cos \frac{23\pi}{5} = \cos \frac{3\pi}{5}, \\
 & \frac{\pi}{2} < \frac{3\pi}{5} < \pi, \\
 & \cos \frac{3\pi}{5} < 0, \\
 & \therefore \cos\left(-\frac{17\pi}{4}\right) > \cos\left(-\frac{23\pi}{5}\right), \text{ 故C正确;} \\
 \text{D选项: } & \because 0 < \frac{\pi}{18} < \frac{\pi}{10} < \frac{\pi}{2}, \\
 & \therefore \sin \frac{\pi}{10} > \sin \frac{\pi}{18}, \\
 & \therefore \sin\left(-\frac{\pi}{18}\right) > \sin\left(-\frac{\pi}{10}\right), \text{ 故D错误.} \\
 & \text{故选C.}
 \end{aligned}$$

值域问题

4 函数 $f(x) = \cos x$, $x \in \left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$ 的值域为 _____.

答案 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$

5 在 $x \in [0, 2\pi]$ 上满足 $\cos x \leq \frac{1}{2}$, x 的取值范围是 ().

- A. $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$
- B. $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}\right]$
- C. $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$
- D. $\left[\frac{5\pi}{3}, \pi\right]$

答案 B

解析 $x \in [0, 2\pi]$ 时, 满足 $\cos x \leq \frac{1}{2}$,

由 $y = \cos x$, 在 $[0, \pi]$ 上单调递减, $[\pi, 2\pi]$ 上单调递增,

$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}, \cos \frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \cos x \leq \frac{1}{2}, x \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \right].$$

故B正确.

6 已知函数 $y = 2 \cos x$ 的定义域为 $\left[\frac{\pi}{3}, \pi \right]$, 值域为 $[a, b]$, 则 $b - a$ 的值是 ().

A. 2

B. 3

C. $\sqrt{3} - 2$

D. $2 - \sqrt{3}$

答案 B

解析 因为当 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$ 时, $y = 2 \cos x$ 是单调减函数, 且当 $x = \frac{\pi}{3}$ 时, $y = 2 \cos \frac{\pi}{3} = 1$, 当 $x = \pi$ 时, $y = 2 \cos \pi = -2$, 所以 $-2 \leq y \leq 1$, 即函数 $y = 2 \cos x$ 的值域是 $[-2, 1]$, 所以

$$b - a = 1 - (-2) = 3.$$

故选B.

包罗万象 举一干从

7 关于函数 $f(x) = \sin|x| + |\sin x|$ 有下述四个结论:

① $f(x)$ 是偶函数

② $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi \right)$ 上单调递增

③ $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上有4个零点

④ $f(x)$ 的最大值为2

其中所有正确结论的编号是()

A. ①②④

B. ②④

C. ①④

D. ①③

答案 C

解析 解: $f(-x) = \sin|-x| + |\sin(-x)| = \sin|x| + |\sin x| = f(x)$, 则函数 $f(x)$ 是偶函数, 故①正确, 当 $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi \right)$ 时, $\sin|x| = \sin x$, $|\sin x| = \sin x$, 则 $f(x) = \sin x + \sin x = 2 \sin x$ 为减函数, 故②错误, 当 $0 \leq x \leq \pi$ 时, $f(x) = \sin|x| + |\sin x| = \sin x + \sin x = 2 \sin x$,

由 $f(x) = 0$ 得 $2\sin x = 0$ ，故 $x = 0$ 或 $x = \pi$ ，

由 $f(x)$ 是偶函数得，在 $[-\pi, 0)$ 上还有一个零点 $x = -\pi$ ，即函数 $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上有 3 个零点，故

③ 错误，

当 $\sin|x| = 1$ ， $|\sin x| = 1$ 时， $f(x)$ 取得最大值 2，故 ④ 正确，

故正确结论的编号是 ①④，

故选：C。

8 对于函数 $f(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x) - \frac{1}{2}|\sin x - \cos x|$ ，有下列说法：

① $f(x)$ 的值域为 $[-1, 1]$ ；

② 当且仅当 $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$ 时，函数 $f(x)$ 取得最大值；

③ 函数 $f(x)$ 的最小正周期是 π ；

④ 当且仅当 $x \in (2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{2}) (k \in \mathbf{Z})$ 时， $f(x) > 0$ 。

其中正确结论的个数是 ()。

A. 1

B. 2

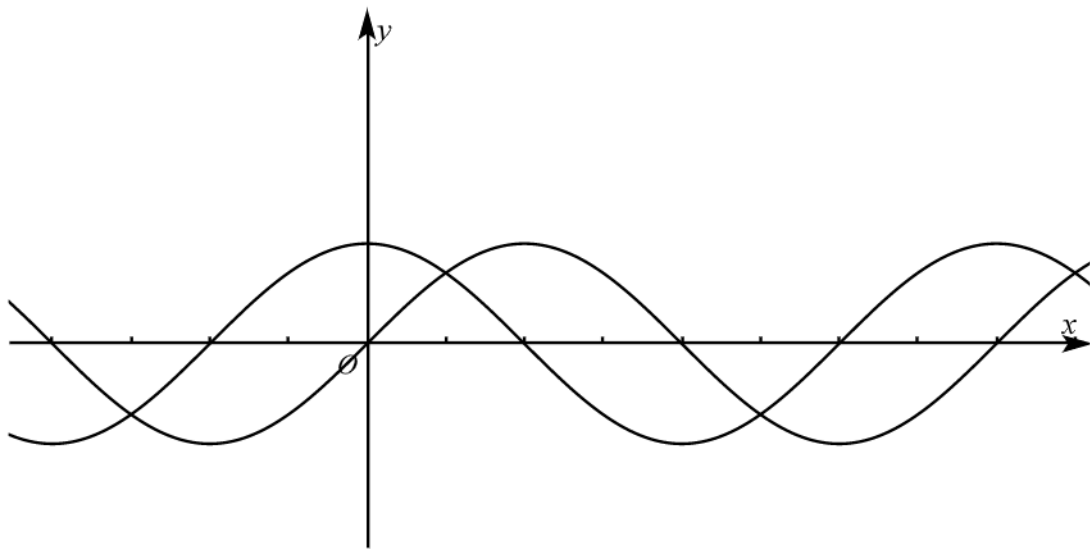
C. 3

D. 4

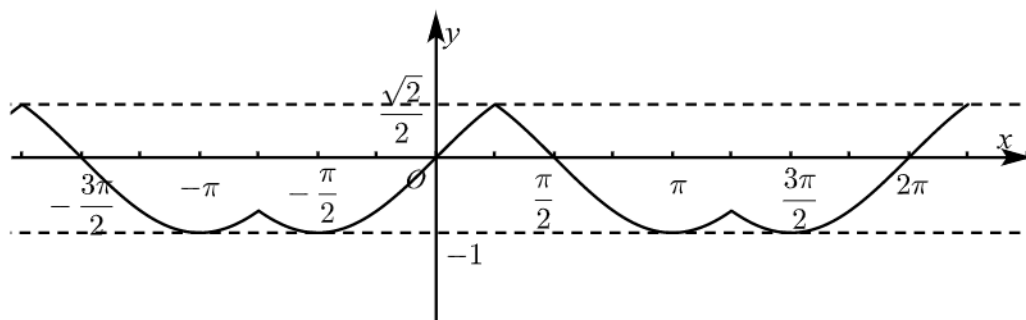
答案 B

解析 $f(x) = \frac{1}{2}(\sin x + \cos x) - \frac{1}{2}|\sin x - \cos x|$
 $= \begin{cases} \cos x (\sin x \geq \cos x) \\ \sin x (\sin x < \cos x) \end{cases}$ ，

由 $y = \sin x$ 与 $y = \cos x$ 的图象，如下图，



得到 $f(x)$ 的图象，



易知 $f(x)$ 的值域为 $\left[-1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ ，①错误；

最小正周期为 2π ，③错误；

当且仅当 $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 时， $f(x)$ 取到最大值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，②正确；

由图象得，当且仅当 $x \in \left(2k\pi, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right) (k \in \mathbf{Z})$ 时， $f(x) > 0$ ，④正确。

故选B。

三角函数图像变换



教法备注

【平移变换】函数 $y = \sin(x + \varphi) (\varphi \neq 0)$ 的图像可以看做将函数 $y = \sin x$ 的图像上的所有的点向左（当 $\varphi > 0$ 时）或向右（当 $\varphi < 0$ 时）平移 $|\varphi|$ 个单位而得到。

【伸缩变换】函数 $y = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0 \text{ 且 } \omega \neq 1)$ 的图像可以看做是把 $y = \sin(x + \varphi)$ 的图像上所有的点的横坐标缩短为（当 $\omega > 1$ 时）或伸长（当 $0 < \omega < 1$ 时）到原来的 $\frac{1}{\omega}$ 倍（纵坐标不变）而得到。

【振幅变换】函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0 \text{ 且 } A \neq 1)$ 的图像可以看做是将 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像上所有的点的纵坐标伸长（当 $A > 1$ 时）或缩短（当 $A < 1$ 时）到原来的 A 倍（横坐标不变）而得到。

【注意!!!】横坐标平移伸缩先后顺序不同结果也不同，只需记住都只对x进行运算，可给学生举例说明.



正弦型函数的性质

(1) 定义域： $\mathbf{R}$.

(2) 值域： $[-|A|, |A|]$.

(3) 最小正周期： $\frac{2\pi}{|\omega|}$.

(4) 单调性：① $A\omega > 0$, 增区间： $2k\pi - \frac{\pi}{2} < \omega x + \varphi < 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$;

减区间： $2k\pi + \frac{\pi}{2} < \omega x + \varphi < 2k\pi + \frac{3\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$.

② $A\omega < 0$, 增区间： $2k\pi + \frac{\pi}{2} < \omega x + \varphi < 2k\pi + \frac{3\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$;

减区间： $2k\pi - \frac{\pi}{2} < \omega x + \varphi < 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$.

(5) 对称性：对称轴 $\omega x + \varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$; 对称中心 $\omega x + \varphi = k\pi, k \in \mathbf{Z}$.

教法备注

【注意】 A 和 ω 的正负会直接影响单调性，所以在求三角函数单调区间之前要注意正负问题，在这里可以给学生强调或举例说明，对应讲义22题.



图像变换问题

9

先将函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，再将所得的图象上所有点的横坐标变为原来的2倍（纵坐标不变），得到函数 $g(x)$ 的图象，则函数 $g(x)$ 的解析式为 _____ .

答案

$$g(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$$

解析

将函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$,

可得函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象；

再把所有点的横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），

得到函数 $g(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象 .

故答案为： $g(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.

10 为了得到函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象，可以将函数 $y = \cos 2x$ 的图象 () .

- A. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度
D. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

答案 B

解析

$$\begin{aligned} \because y &= \sin(2x - \frac{\pi}{6}) = \cos[\frac{\pi}{2} - (2x - \frac{\pi}{6})] \\ &= \cos(\frac{2\pi}{3} - 2x) = \cos(2x - \frac{2\pi}{3}) \\ &= \cos[2(x - \frac{\pi}{3})], \end{aligned}$$

$\therefore$ 将函数 $y = \cos 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度.

11 为了得到函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象，只需要把函数 $y = \cos x$ 的图象上 () .

- A. 各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，再向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位
B. 各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，再向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位
C. 各点的横坐标缩短到原来的 2 倍，再向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位
D. 各点的横坐标缩短到原来的 2 倍，再向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

答案 B

解析

$$\because y = \sin(2x + \frac{\pi}{3}) = \sin(2x + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}) = \cos(2x - \frac{\pi}{6}),$$

$\therefore$ 只需要把函数 $y = \cos x$ 的图象上各点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍可得到函数 $y = \cos 2x$ 的图象，

再把图象上的各点向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位得到函数 $y = \cos[2(x - \frac{\pi}{12})] = \cos(2x - \frac{\pi}{6})$ 的图象.

故选 B.

12 已知函数 $f(x) = \sin x$ ， $g(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6})$ 将 $f(x)$ 的图象经过下列哪种变换可以与 $g(x)$ 的图象重合 () .

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，再把各点的横坐标缩短到原来 $\frac{1}{2}$
B. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，再把各点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$

- C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 再把各点的横坐标伸长到原来的2倍
D. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位, 再把各点的横坐标伸长到原来的2倍

答案 A

解析

$$\text{A选项: } f(x) = \sin x \xrightarrow{\text{向左平移 } \frac{\pi}{6}} f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{横坐标缩短到原来 } \frac{1}{2}} f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right);$$

$$\text{B选项: } f(x) = \sin x \xrightarrow{\text{向左平移 } \frac{\pi}{12}} f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{横坐标缩短到原来 } \frac{1}{2}} f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{12}\right);$$

$$\text{C选项: } f(x) = \sin x \xrightarrow{\text{向左平移 } \frac{\pi}{6}} f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{横坐标伸长到原来2倍}} f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right);$$

$$\text{D选项: } f(x) = \sin x \xrightarrow{\text{向左平移 } \frac{\pi}{12}} f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{横坐标伸长到原来2倍}} f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{12}\right).$$

故选A.

- 13 已知函数 $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 函数 $g(x)$ 的图象由 $f(x)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到, 则下列

关于函数 $g(x)$ 的说法正确的是().

- A. $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称
B. $g(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 对称
C. $g(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24}\right]$ 单调递增
D. $g(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ 单调递减

答案 C

解析

$$g(x) = 2\sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{3}\right] = 2\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right),$$

选项A: $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1 \neq \pm 2$, 故 $\frac{\pi}{6}$ 不是 $g(x)$ 的最值点, 故 $g(x)$ 的图象不关于 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称, 故A错误;

选项B: $g\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \neq 0$, 故 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 不在 $g(x)$ 的图象上, 不可能是其对称中心, 故B错误;

选项C: $g'(x) = 4 \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$, 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{24}, \frac{5}{24}\pi\right]$, $2x - \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$, 故此时 $g'(x) > 0$,

故C正确;

选项D: 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$, $2x - \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, 此时 $g'(x) \geq 0$, 故D错误.

故选C.



图像性质问题

14 函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 图象的对称轴方程可能是 ().

A. $x = -\frac{\pi}{6}$

B. $x = -\frac{\pi}{12}$

C. $x = \frac{\pi}{6}$

D. $x = \frac{\pi}{12}$

答案 D

解析 令 $2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 则 $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$, 当 $k = 0$ 时, $x = \frac{\pi}{12}$, 则函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 图象的对称轴方程可能是 $x = \frac{\pi}{12}$.

15 函数 $y = \sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right)$ 的一个对称中心是 ().

A. $\left(\frac{\pi}{8}, 0\right)$

B. $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$

C. $\left(-\frac{\pi}{3}, 0\right)$

D. $\left(\frac{3\pi}{8}, 0\right)$

答案 B

解析 $y = \sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right) = \cos 2x$, 对称中心是函数图象与 x 轴的交点, 将四个点代入验证, 只有点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 符合要求.

故选B.

16 函数 $y = 2 \sin(3x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的一条对称轴为 $x = \frac{\pi}{12}$, 则 $\varphi =$ ().

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $-\frac{\pi}{4}$

答案 C

解析 由 $y = \sin x$ 的对称轴为 $x = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$,
 可得 $3 \times \frac{\pi}{12} + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$,
 则 $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$, 又 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$,
 所以 $k = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$.

17 函数 $f(x) = \frac{1}{3} \tan\left(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的单调递增区间为()

- A. $\left(2k - \frac{3}{2}, 2k + \frac{1}{2}\right)$, $k \in \mathbf{Z}$
- B. $\left(2k - \frac{1}{2}, 2k + \frac{1}{2}\right)$, $k \in \mathbf{Z}$
- C. $\left(4k - \frac{1}{2}, 4k + \frac{1}{2}\right)$, $k \in \mathbf{Z}$
- D. $\left(4k - \frac{3}{2}, 4k + \frac{1}{2}\right)$, $k \in \mathbf{Z}$

答案 A

解析 解: 对于函数 $f(x) = \frac{1}{3} \tan\left(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{4}\right)$, 令 $k\pi - \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{4} < k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$,
 求得 $2k - \frac{3}{2} < x < 2k + \frac{1}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$,
 故函数的单调递增区间为: $\left(2k - \frac{3}{2}, 2k + \frac{1}{2}\right)$, $k \in \mathbf{Z}$,
 故选: A .

18 已知 $\omega > 0$, $0 < \varphi < \pi$, 直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 和 $x = \frac{5\pi}{4}$ 是函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象的两条相邻的对称轴, 则 $\varphi = ()$.

- A. $\frac{\pi}{4}$
- B. $\frac{\pi}{3}$
- C. $\frac{\pi}{2}$
- D. $\frac{3\pi}{4}$

答案 A

解析 因为直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 和 $x = \frac{5\pi}{4}$ 是函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象的相邻的两条对称轴 ,
 所以 $\frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{T}{2}$, 即 $\frac{T}{2} = \pi$, $T = 2\pi$. 又 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi$,

所以 $\omega = 1$, 所以 $f(x) = \sin(x + \varphi)$, 因为直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 是函数图象的对称轴 ,

所以 $\frac{\pi}{4} + \varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 所以 $\varphi = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$,

因为 $0 < \varphi < \pi$, 所以 $\varphi = \frac{\pi}{4}$, 检验知此时直线 $x = \frac{5\pi}{4}$ 也为函数图象的对称轴 , 所以选A .

- 19 将函数 $y = \sin(2x + \varphi)$ 的图象沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位后 , 得到一个偶函数的图象 , 则 φ 的一个可能取值为 () .

A. $\frac{3\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. 0

D. $-\frac{\pi}{4}$

教法备注

若平移变换后是偶函数 , 将 $x=0$ 代入 , 得 y 值为正负一 ;

若平移变换后是奇函数 , 将 $x=0$ 代入 , 得 y 值为零 .

答案 B

解析 利用平移规律求得解析式 , 验证得出答案 .

$$y = \sin(2x + \varphi) \xrightarrow{\frac{\pi}{8}} y = \sin\left[2\left(x + \frac{\pi}{8}\right) + \varphi\right] = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4} + \varphi\right) .$$

当 $\varphi = \frac{3\pi}{4}$ 时 , $y = \sin(2x + \pi) = -\sin 2x$, 为奇函数 ;

当 $\varphi = \frac{\pi}{4}$ 时 , $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x$, 为偶函数 ;

当 $\varphi = 0$ 时 , $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$, 为非奇非偶函数 ;

当 $\varphi = -\frac{\pi}{4}$ 时 , $y = \sin 2x$, 为奇函数 , 故选B .

- 20 将函数 $y = \sin(6x + \frac{\pi}{4})$ 图象上各点的横坐标伸长到原来的3倍 , 再向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位 , 得到的函数的一个对称中心是 () .

A. $(\frac{\pi}{2}, 0)$

B. $(\frac{\pi}{4}, 0)$

C. $(\frac{\pi}{9}, 0)$

D. $(\frac{\pi}{16}, 0)$

答案 A

解析

将函数 $y = \sin(6x + \frac{\pi}{4})$ 图象上各点的横坐标伸长到原来的3倍, 得到函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ 的图象, 再向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位, 得到函数 $f(x) = \sin[2(x - \frac{\pi}{8}) + \frac{\pi}{4}] = \sin 2x$ 的图象, 而 $f(\frac{\pi}{2}) = 0$, 故选A.

21 若函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ 的图象关于点 $(\frac{4\pi}{3}, 0)$ 成中心对称, 且 $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$, 则函数

$y = f(x + \frac{\pi}{3})$ 为 ().

- A. 奇函数且在 $(0, \frac{\pi}{4})$ 内单调递增
- B. 偶函数且在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内单调递增
- C. 偶函数且在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内单调递减
- D. 奇函数且在 $(0, \frac{\pi}{4})$ 内单调递减

答案 D

解析 因为函数 $f(x) = \cos 2(x + \varphi)$ 的图象关于点 $(\frac{4\pi}{3}, 0)$ 成中心对称,

所以 $\frac{8\pi}{3} + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z},$

即 $\varphi = k\pi - \frac{13\pi}{6}, k \in \mathbf{Z},$

又因为 $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2},$

所以 $\varphi = -\frac{\pi}{6},$

则 $y = f(x + \frac{\pi}{3}) = \cos[2(x + \frac{\pi}{3}) - \frac{\pi}{6}] = \cos(2x + \frac{\pi}{2}) = -\sin 2x,$

所以该函数为奇函数且在 $(0, \frac{\pi}{4})$ 内单调递减.

故选D.

豪厘不伐 将用斧柯

22 函数 $f(x) = 3\sin(\frac{2\pi}{3} - 2x)$ 的一个单调递增区间是 ().

- A. $[\frac{7\pi}{12}, \frac{13\pi}{12}]$
- B. $[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}]$
- C. $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
- D. $[-\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$

答案 A

解析

$$f(x) = 3 \sin\left(\frac{2}{3}\pi - 2x\right) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right) = 3 \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right),$$

$$\text{令 } 2k\pi - \pi \leq 2x - \frac{\pi}{6} \leq 2k\pi,$$

$$\text{求解得: } -\frac{5}{12}\pi + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbf{Z},$$

令 $k = 1$, 可得选项 A.

故选 A.

包罗万象 举一千从

- 23 设函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (A, ω, φ 是常数, $A > 0, \omega > 0$). $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上具有单调性, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -f\left(\frac{\pi}{6}\right)$, 则 $f(x)$ 的最小正周期为_____.

答案 π

解析

方法一: 由 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上具有单调性, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 可知,

$f(x)$ 有对称中心 $\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right), 0\right) = \left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$, 对称轴 $x = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{7\pi}{12}$;

故 $f(x)$ 的周期为 $4\left(\frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right) = \pi$.

方法二: 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上具有单调性,

$$\text{且 } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -f\left(\frac{\pi}{6}\right),$$

$$\text{则 } \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega} \geq \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6},$$

且函数的图象关于直线 $x = \frac{\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}}{2} = \frac{7\pi}{12}$ 对称,

且一个对称点为 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$.

$$\text{可得 } 0 < \omega \leq 3 \text{ 且 } \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega},$$

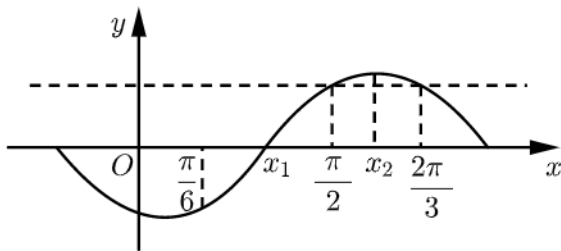
求得 $\omega = 2$,

$$\therefore f(x) \text{ 的最小正周期为 } \frac{2\pi}{2} = \pi.$$

方法三: 记 $f(x)$ 的最小正周期为 T ,

由题意知 $\frac{T}{2} \geq \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$, 又 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -f\left(\frac{\pi}{6}\right)$, 且 $\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6}$,

可作出示意图如图所示(一种情况),



$$\text{所以 } x_1 = \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}, \quad x_2 = \left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{7\pi}{12},$$

$$\text{所以 } \frac{T}{4} = x_2 - x_1 = \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4},$$

$$\text{所以 } T = \pi.$$

综合运用

性质综合

24 已知函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ $\left(-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}\right)$ 图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称, 则 ().

- A. 函数 $f\left(x + \frac{\pi}{12}\right)$ 为奇函数
- B. 函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递增
- C. 若 $|f(x_1) - f(x_2)| = 2$, 则 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 $\frac{\pi}{3}$
- D. 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到函数 $y = -\cos 3x$ 的图象

答案 AC

解析

函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称, 则 $\frac{3\pi}{4} + \varphi = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$,

$$\text{即 } \varphi = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbf{Z}.$$

$$\text{又 } -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}, \text{ 则 } \varphi = -\frac{\pi}{4},$$

$$\text{所以 } f(x) = \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right).$$

A项: $f\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left[3\left(x + \frac{\pi}{12}\right) - \frac{\pi}{4}\right] = \sin 3x$, 函数为奇函数, 故A正确;

B项: 当 $x \in \left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right]$ 时, $3x - \frac{\pi}{4} \in \left[0, \frac{3\pi}{4}\right]$, 函数 $y = \sin x$ 在区间 $\left[0, \frac{3\pi}{4}\right]$ 先增后减, 所以函数

$f(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上先增后减, 故B错误;

C项: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3}$, 所以若 $|f(x_1) - f(x_2)| = 2$, 则 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 $\frac{T}{2} = \frac{\pi}{3}$, 故C正确;

D项, 函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到函数

$$y = \sin\left[3\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{4}\right] = \sin(3x - \pi) = -\sin 3x \text{ 的图象, 故D错误.}$$

故选AC.

25 已知函数 $f(x) = (a \sin x + \cos x) \cos x - \frac{1}{2}$ 的图象的一条对称轴为 $x = \frac{\pi}{6}$, 则下列结论中正确的是

()

A. $f(x)$ 是最小正周期为 π 的奇函数

B. $\left(-\frac{7\pi}{12}, 0\right)$ 是 $f(x)$ 图象的一个对称中心

C. $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递增

D. 先将函数 $y = 2 \sin 2x$ 图象上各点的纵坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$, 然后把所得函数图象再向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 即可得到函数 $f(x)$ 的图象

答案 BD

解析

解: 函数 $f(x) = (a \sin x + \cos x) \cos x - \frac{1}{2}$

$$= a \sin x \cos x + \cos^2 x - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} a \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x,$$

又 $f(x)$ 图象的一条对称轴为 $x = \frac{\pi}{6}$,

$$\text{所以 } f(0) = f\left(\frac{\pi}{3}\right),$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} a \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right),$$

$$\text{解得 } a = \sqrt{3},$$

$$\text{所以 } f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right);$$

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 π , 但不是奇函数, A错误;

$$f\left(-\frac{7\pi}{12}\right) = \sin\left(-\frac{7\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin(-\pi) = 0,$$

所以 $\left(-\frac{7\pi}{12}, 0\right)$ 是 $f(x)$ 图象的一个对称中心, B正确;

$$\text{当 } x \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right] \text{ 时, } 2x + \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right],$$

所以 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上不是单调函数, C错误;

将函数 $y = 2 \sin 2x$ 图象上各点的纵坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$,

得 $y = \sin 2x$ 的图象;

再把所得函数图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度，
得 $y = \sin 2\left(x + \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，
即函数 $f(x)$ 的图象，所以D正确。

故选：BD。

26 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$)，函数的最大值是2，其图象相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$ ，且 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称，则下列判断正确的是()。

- A. 要得到函数 $f(x)$ 的图象，只需将 $y = 2 \cos 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位
- B. $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ 时，函数 $f(x)$ 的最小值是-2
- C. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{7\pi}{12}$ 对称
- D. 函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$ 上单调递增

答案 D

解析 A选项： $\because$ 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$)，函数的最大值是2，

$\therefore A = 2$ ，

$\because$ 其图象相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$ ，

$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi$ ，解得： $\omega = 2$ ，

$\because f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称，

$\therefore 2 \times \frac{\pi}{6} + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$ ，解得： $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}$ ，

又： $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ，解得： $\varphi = \frac{\pi}{6}$ 。可得： $f(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 。

对于A，将 $y = 2 \cos 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，

可得： $y = 2 \cos\left[2\left(x + \frac{\pi}{12}\right)\right] = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象，故错误；

B选项：对于B， $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ 时， $2x + \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$ ，可得 $f(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \in [-1, 2]$ ，故错误；

C选项：对于C，由于 $2 \sin\left[2 \times \left(-\frac{7\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{6}\right] = -2 \sin \pi = 0 \neq \pm 2$ ，故错误；

D选项：对于D，由 $x \in \left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$ ，可得： $2x + \frac{\pi}{6} \in \left[\frac{3\pi}{2}, \frac{13\pi}{6}\right]$ ，

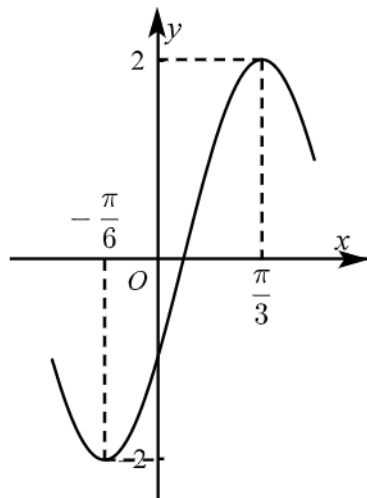
由正弦函数的图象和性质可得函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$ 上单调递增，故正确。

故选D。



根据图像求解析式问题

27 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象如图所示, 则 () .



A. $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

B. $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

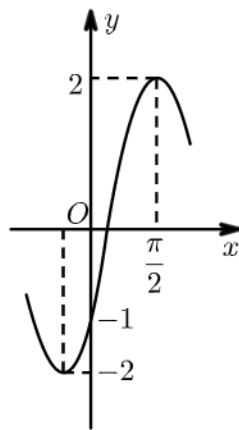
C. $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

D. $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

答案 A

解析 由题图可知 $A = 2$, $\frac{T}{2} = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2}$, 则 $T = \pi$, 所以 $\omega = 2$, 则 $y = 2 \sin(2x + \varphi)$, 因为题图经过点 $\left(\frac{\pi}{3}, 2\right)$, 所以 $2 \sin\left(2 \times \frac{\pi}{3} + \varphi\right) = 2$, 所以 $\frac{2\pi}{3} + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbf{Z}$, 即 $\varphi = 2k\pi - \frac{\pi}{6}$, $k \in \mathbf{Z}$, 当 $k = 0$ 时, $\varphi = -\frac{\pi}{6}$, 所以 $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$, 故选 A.

28 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 $\varphi =$ _____, $\omega =$ _____.



答案

1: $-\frac{\pi}{6}$

2: $\frac{4}{3}$

解析

根据最大值显然 $A = 2$, 当 $x = 0$ 时, $f(0) = 2 \sin \varphi = -1$,

$$\therefore \sin \varphi = -\frac{1}{2}, \because |\varphi| < \frac{\pi}{2}, \therefore \varphi = -\frac{\pi}{6},$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ 根据图形可知 } \pi < T < 2\pi, \therefore 1 < \omega < 2,$$

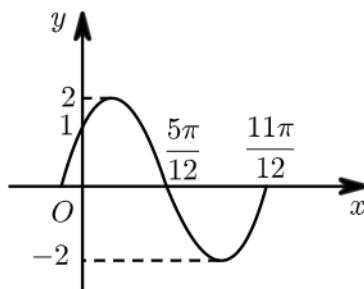
$$\text{又 } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin\left(\frac{\omega\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = 2, \text{ 即 } \frac{\omega\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z}),$$

$$\text{即 } \omega\pi = \frac{4\pi}{3} + 4k\pi (k \in \mathbf{Z}), \text{ 又 },$$

$$\therefore \omega = \frac{4}{3}.$$

豪厘不伐 将用斧柯

29 已知函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象如下, 则 φ 的值为 _____ .



教法备注

【注意】 此题表面看上去与前面几道没什么区别, 但此题的易错点在于只给了函数的零点, 在算零点时, 要注意是升零点还是降零点. **题中既有零点又有最大值或最小值时优先用最大值或最小值不易出错.**

$$\text{峰点: } \omega x + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi; \text{ 谷点: } \omega x + \varphi = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi.$$

利用零点时, 要区分该零点是升零点, 还是降零点.

$$\text{升零点(图象上升时与 } x \text{ 轴的交点): } \omega x + \varphi = 2k\pi;$$

$$\text{降零点(图象下降时与 } x \text{ 轴的交点): } \omega x + \varphi = \pi + 2k\pi.$$

(以上 $k \in \mathbf{Z}$)

答案 $\frac{\pi}{6}$

解析 由图象知 $A = 2$, $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2 \times \left(\frac{11}{12}\pi - \frac{5}{12}\pi \right) = \pi$, $\omega = 2$,

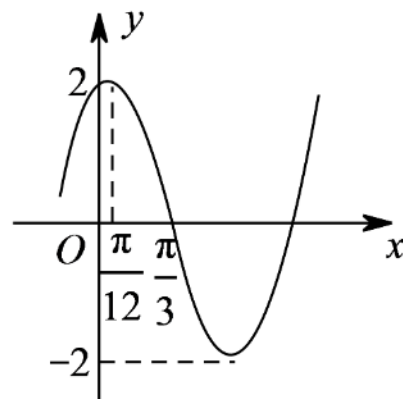
当 $x = 0$ 时, $y = 2 \sin \varphi = 1$,

$$\sin \varphi = \frac{1}{2},$$

$$\text{又 } |\varphi| < \frac{\pi}{2},$$

$$\therefore \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

30 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如右图所示, 则 $\varphi =$ ().



A. $-\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $-\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{3}$

答案 D

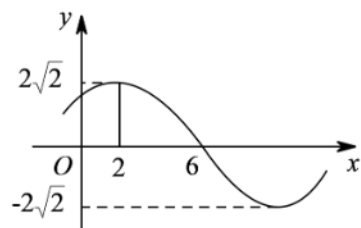
解析 由题意得 $T = 4 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12} \right) = \pi = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = 2$,

$$\text{又 } f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{3} \cdot 2 + \varphi = \pi + 2k\pi \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\text{因为 } |\varphi| < \frac{\pi}{2}, \text{ 所以 } \varphi = \frac{\pi}{3}$$

故选 D.

31 函数 $y = 2\sqrt{2} \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的图象的一部分如图所示, 则 ().



- A. $\omega = \frac{\pi}{8}, \varphi = \frac{3\pi}{4}$
- B. $\omega = \frac{\pi}{8}, \varphi = \frac{\pi}{4}$
- C. $\omega = \frac{\pi}{4}, \varphi = \frac{\pi}{2}$
- D. $\omega = \frac{\pi}{4}, \varphi = \frac{3\pi}{4}$

答案 B

解析 由图可知函数的周期 $T = 4 \times (6 - 2) = 16$,

$$\therefore \omega = \frac{2\pi}{16} = \frac{\pi}{8},$$

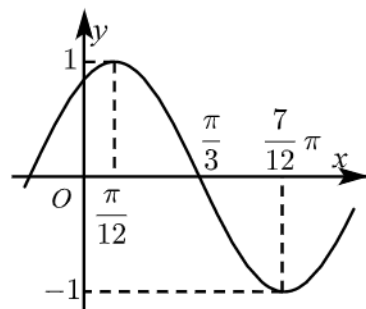
再代入 $(2, 2\sqrt{2})$, 得 $2\sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} + \varphi) = 2\sqrt{2}$,

$$\therefore \frac{\pi}{4} + \varphi = \frac{\pi}{2} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z}), \text{ 即 } \varphi = \frac{\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbf{Z})$$

$$\because 0 < \varphi < \pi,$$

$$\therefore \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

32 如图, 函数 $f(x)$ 的图象是由正弦曲线或余弦曲线经过变换得到的, 则 $f(x)$ 的解析式可以是 () .



- A. $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$
- B. $f(x) = \sin(4x + \frac{\pi}{6})$
- C. $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3})$
- D. $f(x) = \cos(4x + \frac{\pi}{6})$

答案 A

解析

由图知，函数值域为 $[-1, 1]$ ，结合选项知 $A = 1$ ，

$\frac{T}{2} = \frac{7}{12}\pi - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2}$ ，则 $T = \pi$ ， $|W| = 2$ ，排除B，D，

选项A： $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(2 \times \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ ，符合题意，

选项C： $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \cos\left(2 \times \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ ，不符合题意．

故选A．