

02三角函数解三角形专项复习练习题

1. 三角函数基础性质应用



平移变换

- 1 要得到函数 $y = \cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需将函数 $y = \cos\left(4x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象 () .
- A. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
- C. 向左平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{24}$ 个单位长度



奇偶性、对称性

- 2 若将函数 $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$ 的图象向左平移 φ 个单位, 所得图象关于 y 轴对称, 则 φ 的最小正值是 _____ .
- 3 若将函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向右平移 φ 个单位, 所得的图象关于 y 轴对称, 则 φ 的最小正值是 _____ .



确定区间上的单调性

- 4 若函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ 的图象关于点 $\left(\frac{4\pi}{3}, 0\right)$ 成中心对称, 且 $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$, 则函数 $y = f\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 为 () .
- A. 奇函数且在 $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ 内单调递增
- B. 偶函数且在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 内单调递增
- C. 偶函数且在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 内单调递减
- D. 奇函数且在 $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ 内单调递减

5 设函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ ，则 () .

- A. $y = f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 单调递增，其图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称
- B. $y = f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 单调递增，其图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称
- C. $y = f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 单调递减，其图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称
- D. $y = f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 单调递减，其图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称



综合判断

6 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x$ ，则 () .

- A. $f(x)$ 的最小正周期为 2π
- B. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 对称
- C. $f(x)$ 的最大值为 2
- D. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称



三角函数解答

7 已知函数 $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x (x \in \mathbf{R})$.

- (1) 求 $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ 的值 .
- (2) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间 .



三角函数的图像性质

- 8 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$)， $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{5\pi}{6}$ 对称，且与 x 轴交点的横坐标构成一个公差为 $\frac{\pi}{2}$ 的等差数列，则函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的一个单调减区间为 () .

- A. $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$
 B. $\left[-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right]$
 C. $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$
 D. $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$

- 9 已知函数 $f(x) = \sqrt{2} \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称且 $f\left(\frac{3\pi}{8}\right) = 1$ ， $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{3\pi}{8}, -\frac{\pi}{4}\right]$ 上单调，则 ω 可取数值的个数为 () .

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



零点问题

- 10 若函数 $f(x) = \cos(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 在区间 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递减，且在区间 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$ 上存在零点，则 φ 的取值范围是 () .

- A. $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$
 B. $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right)$
 C. $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right]$
 D. $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$

2. 解三角形



基础应用

- 11 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\cos A = \frac{7}{8}$, $c - a = 2$, $b = 3$, 则 a 等于 () .

A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. $\frac{7}{2}$

- 12 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$, $AB = \sqrt{2}$, $BC = 3$, 则 $\sin \angle BAC =$ ()

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$
C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

- 13 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 若 $\sqrt{2}a \sin C - c \cos\left(A - \frac{\pi}{4}\right) = 0$, 则 $\cos A =$ _____ .



解答

- 14 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x - 1$, $x \in \mathbf{R}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期.

(2) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $c = \sqrt{6}$, $f(C) = 0$,

$\sin C + \sin(B - A) = 2 \sin 2A$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

15 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c ，已知 $a = 1, b = 2, \cos C = \frac{1}{4}$ 。

(1) 求 c 的值。

(2) 求 $\sin\left(2C + \frac{\pi}{3}\right)$ 的值。

16 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $\cos B = -\frac{1}{3}, b \sin B - a \sin A = 2c \sin C$ 。

(1) 求 $\sin\left(2B + \frac{\pi}{3}\right)$ 。

(2) 求 $\frac{a}{c}$ 的值。

17 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 且 $b - c = 1$, $\cos A = \frac{1}{3}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{2}$.

- (1) 求 a, b, c 的值.
- (2) 求 $\cos(2C + A)$ 的值.

18 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $a \sin A = 4b \sin B$,
 $ac = \sqrt{3}(a^2 - b^2 - c^2)$.

- (1) 求 $\cos A$ 的值.
- (2) 求 $\sin(2B + A)$ 的值.