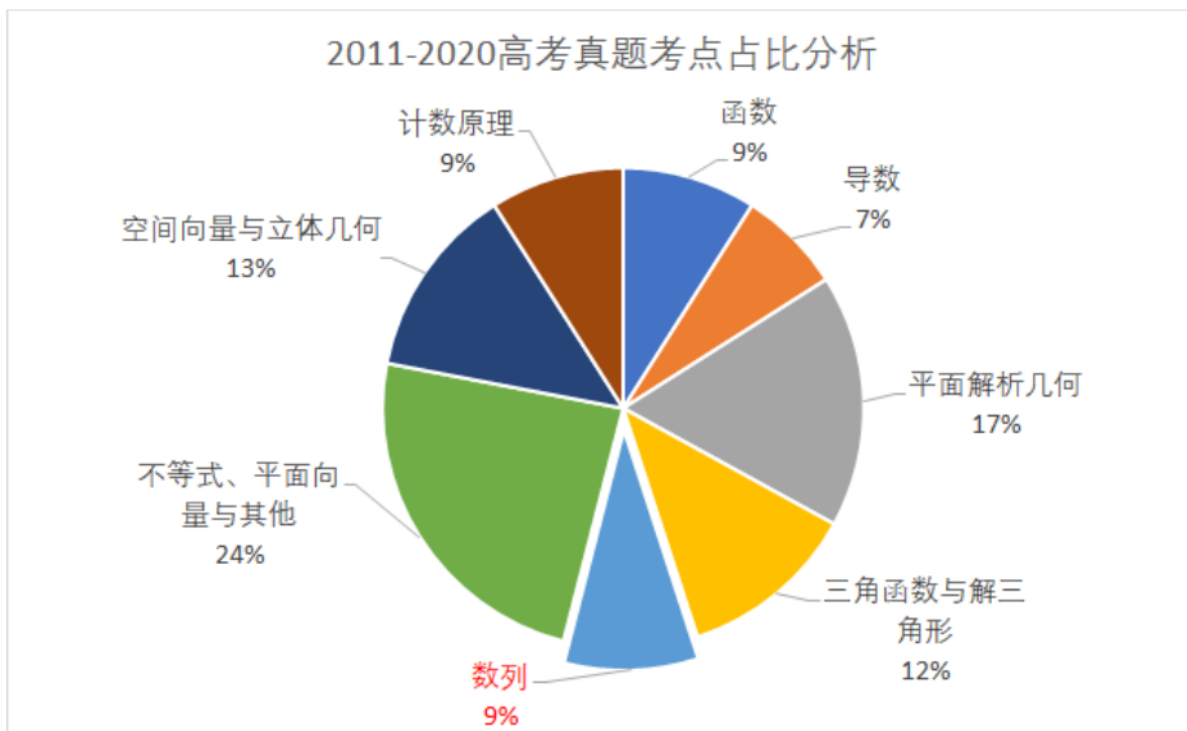


数列通项求法

1. 考情分析



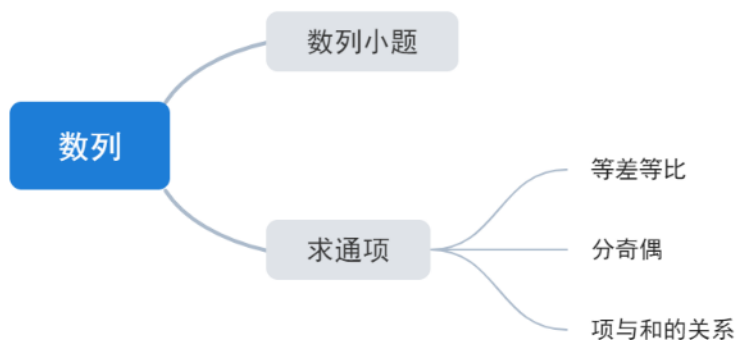
考点占比



考点分析

2011-2020 高考真题考点分析					
考点	数列小题	错位相减	裂项相消	分奇偶与分组	其他
2011	4 (理), 11 (文)				20 (理), 20 (文)
2012					18 (理), 18 (文)
2013					19 (理), 19 (文)
2014	11 (理), 5 (文)				19 (理), 20 (文)
2015		18 (理), 18 (文)			
2016	5 (理)		18 (理)	18 (文)	
2017					18 (理), 18 (文)
2018			18 (理)		18 (文)
2019				19 (理), 18 (文)	
2020				19	

2. 知识梳理



一、数列选填小题

1. 真题分析

1 设 $\{a_n\}$ 是首项为正数的等比数列，公比为 q ，则“ $q < 0$ ”是“对任意的正整数 n ， $a_{2n-1} + a_{2n} < 0$ ”的（ ）。

- A. 充要条件
B. 充分而不必要条件
C. 必要而不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

2 设 $\{a_n\}$ 是首项为 a_1 ，公差为 -1 的等差数列， S_n 为其前 n 项和。若 S_1, S_2, S_4 成等比数列，则 a_1 的值为 _____。

2. 思路总结

- 1、考查等差等比数列的基础概念和基础性质
- 2、与逻辑、不等式等内容结合

3. 模拟演练

3 设 $\{a_n\}$ 是首项为 a_1 ，公差为 -1 的等差数列， S_n 为其前 n 项和，若 S_1, S_2, S_4 成等比数列，则 $a_1 = (\quad)$.

A. 2

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

4 等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为1，公差不为0. 若 a_2, a_3, a_6 成等比数列，则 $\{a_n\}$ 前6项的和为 $(\quad)$.

A. -24

B. -3

C. 3

D. 8

5 若数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，其前 n 项和为 S_n ，且 $S_3 = 3a_3$ ，则公比 $q = (\quad)$.

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 1或 $-\frac{1}{2}$

D. -1 或 $\frac{1}{2}$

6 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ，前 n 项和为 S_n ，则“ $S_1 + S_5 < 2S_3$ ”是“ $d < 0$ ”的 $(\quad)$.

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7 已知 $a > 0, b > 0$ ，并且 $\frac{1}{a}, \frac{1}{2}, \frac{1}{b}$ 成等差数列，则 $a + 9b$ 的最小值为 $(\quad)$.

A. 16

B. 9

C. 5

D. 4

8 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$ ，且 $a_{n+1} = 4a_n + 3 (n \in \mathbf{N}^*)$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $(\quad)$.

A. $2^{2n-1} + 1$

B. $2^{2n-1} - 1$

C. $2^{2n} + 1$

D. $2^{2n} - 1$

二、等差等比求通项

1. 真题分析

9 设 $\{a_n\}$ 是等差数列， $\{b_n\}$ 是等比数列，已知 $a_1 = 4$ ， $b_1 = 6$ ， $b_2 = 2a_2 - 2$ ， $b_3 = 2a_3 + 4$ 。
求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式。

10 设 $\{a_n\}$ 是等差数列， $\{b_n\}$ 是等比数列，公比大于0，已知 $a_1 = b_1 = 3$ ， $b_2 = a_3$ ， $b_3 = 4a_2 + 3$ 。
求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式。

11 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列，前 n 项和为 S_n ($n \in \mathbf{N}^*$)，且 $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = \frac{2}{a_3}$ ， $S_6 = 63$ 。
求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

- 12 设 $\{a_n\}$ 是等比数列，公比大于0，其前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ， $\{b_n\}$ 是等差数列，已知 $a_1 = 1$ ，
 $a_3 = a_2 + 2$ ， $a_4 = b_3 + b_5$ ， $a_5 = b_4 + 2b_6$.
 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式 .

- 13 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ， $\{b_n\}$ 是首项为2的等比数列，且公比大于0，
 $b_2 + b_3 = 12$ ， $b_3 = a_4 - 2a_1$ ， $S_{11} = 11b_4$.
 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式 .

2. 思路总结

应用等差、等比数列的基础性质求出公差与公比就能求出等差数列和等比数列.

3. 模拟演练

- 14 已知单调递增的等比数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_2 + a_3 + a_4 = 28$ ，且 $a_3 + 2$ 是 a_2 ， a_4 的等差中项 .
 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 .

15 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ， $\{b_n\}$ 是首项为2的等比数列，且公比大于0，

$$b_2 + b_3 = 12, b_3 = a_4 - 2a_1, S_{11} = 11b_4.$$

求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.

16 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , d 为整数，前 n 项和为 S_n ，等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q ，已知 $a_1 = b_1$ ，

$$b_2 = 2, d = q, S_{10} = 100, n \in \mathbf{N}^*.$$

求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式.

17 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，公比大于0，前 n 项和 $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ， $\{b_n\}$ 是等差数列，已知 $a_1 = \frac{1}{2}$ ，

$$\frac{1}{a_3} = \frac{1}{a_2} + 4, a_3 = \frac{1}{b_4 + b_6}, a_4 = \frac{1}{b_5 + 2b_7}.$$

求数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ 的通项公式 a_n, b_n .

- 18 设 $\{a_n\}$ 是等比数列， $\{b_n\}$ 是等差数列．已知 $a_4 = 8$ ， $a_3 = a_2 + 2$ ， $b_1 = a_2$ ， $b_2 + b_6 = a_5$ ．
求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式．

三、分奇偶求通项

1. 真题分析

- 19 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2} = qa_n$ （ q 为实数，且 $q \neq 1$ ）， $n \in \mathbf{N}^*$ ， $a_1 = 1$ ， $a_2 = 2$ ，且 $a_2 + a_3$ ， $a_3 + a_4$ ， $a_4 + a_5$ 成等差数列．
求 q 的值和 $\{a_n\}$ 的通项公式；

2. 思路总结

- 1、递推公式中含有 $(-1)^n$ ，只能分别讨论 n 为奇数和偶数的情况
- 2、递推公式给出的是间隔两项之间的关系

3. 模拟演练

20 已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 1$ ， $a_2 = \frac{1}{2}$ ，且 $[3 + (-1)^n]a_{n+2} - 2a_n + 2[(-1)^n - 1] = 0$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ 。

求 a_3 ， a_4 ， a_5 ， a_6 的值及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

21 已知数列 $\{a_n\}$ 满足条件 $a_1 = 1$ ， $a_2 = 3$ ，且 $a_{n+2} = (-1)^n(a_n - 1) + 2a_n + 1$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ 。

求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

22 已知数列 $\{a_n\}$ 的奇数项是首项为 1 的等差数列，偶数项是首项为 2 的等比数列。数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n ，且满足 $S_3 = a_4$ ， $a_3 + a_5 = 2 + a_4$ 。

求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式。

23 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列， $\{b_n\}$ 是等比数列，且 $a_3 = a_1 + a_2$ ， $b_4 = b_2 \cdot b_3$ ， $a_8 = b_4$

$$b_5 = a_{16} . \text{ 数列 } \{c_n\} \text{ 满足 } c_n = \begin{cases} b_{2m-1}, n = 3m - 2 \\ b_{2m}, n = 3m - 1 \\ a_m, n = 3m \end{cases}, \text{ 其中 } m \in \mathbf{N}^* .$$

求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.

四、已知项与和

1. 真题分析

24 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列， S_n 为其前 n 项和，且 $a_5 = 3a_2$ ， $S_7 = 14a_2 + 7$ ，数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和为 T_n ，且

$$\text{满足 } 3b_n = 2T_n + 3, n \in \mathbf{N}^* .$$

求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.

2. 思路总结

高考中多是考查 $S_n = f(a_n)$ 的题型，消元法令 $S_n - S_{n-1}$ ，可以得到递推公式求出 a_n ，注意检验 $n = 1$ 是否符合公式.

3. 模拟演练

25 等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数， $2a_5$ ， a_4 ， $4a_6$ 成等差数列，且满足 $a_4 = 4a_3^2$ ，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和

$$S_n = \frac{(n+1)b_n}{2}, n \in \mathbf{N}^*, \text{ 且 } b_1 = 1.$$

求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.

26 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且满足 $S_n = 2a_n - 1 (n \in \mathbf{N}^*)$.

求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

27 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $2S_n = 3(a_n - 2) (n \in \mathbf{N}^*)$ ，数列 $\{b_n\}$ 是公差为0的等差数列，

且满足 $b_1 = \frac{1}{6}a_1$ ， b_5 是 b_2 和 b_{14} 的等比中项.

求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

- 28 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，满足 $a_{n+1}^2 = 2S_n + n + 4$ ， $a_2 = 1$ ， a_3 ， a_7 ，恰为等比数列 $\{b_n\}$ 的前3项．
求数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ 的通项公式．

- 29 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ ，满足 $2S_n = 3(a_n - 1) (n \in \mathbf{N}^*)$ ．
求证： $\{a_n\}$ 为等比数列，并写出其通项公式．

五、构造法

1. 真题分析

- 30 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等差数列，公差为 d ，对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$ ， b_n 是 a_n 和 a_{n+1} 的等比中项．
设 $c_n = b_{n+1}^2 - b_n^2$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ ，求证：数列 $\{c_n\}$ 是等差数列；

2. 思路总结

根据题目提示去构造数列，利用配凑法、降幂变换、倒数变换等构造成等差或者等比数列进行求解.

3. 模拟演练

31 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = 2a_n + 2^{n+1}$.

设 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式 .

32 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = 2a_{n-1} - 2n + 5$ ($n \in \mathbf{N}$ 且 $n \geq 2$)， $a_1 = 1$.

若 $b_n = a_n - 2n + 1$ ，求证：数列 $\{b_n\}$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 是常数列，并求 $\{a_n\}$ 的通项 .