

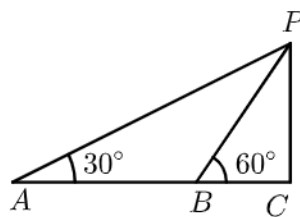
解三角形综合-习题

一、选择题

- 1 一船以每小时15km的速度向东航行，船在A处看到一灯塔B在北偏东 60° 的方向上，行驶4h后，船到达C处，看到这个灯塔在北偏东 15° 的方向上，这时船与灯塔的距离为（ ）.

A. $30\sqrt{2}$ km B. $30\sqrt{6}$ km
C. $15\sqrt{2}$ km D. $15\sqrt{6}$ km

- 2 海春轩塔（又名广福寺塔），江苏第一古塔，为唐代建筑物，位于江苏省东台市古镇西溪．距今已有1300多年历史，为东台西溪旅游观光主要景点之一．在一次春游活动中，同学们为了估算塔高，某同学在该塔正西方向的A处测得该塔仰角为 30° ，对着塔向正东方向前进了24米到达B处后测得该塔仰角为 60° ，则该塔的高度估计为（ ）.



A. $8\sqrt{3}$ 米 B. 12米 C. $12\sqrt{3}$ 米 D. $24\sqrt{3}$ 米

- 3 已知在锐角 $\triangle ABC$ 中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c， $B = 60^\circ$ ，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ，则b的取值范围是（ ）.

A. $[2, \sqrt{6})$ B. $[\sqrt{2}, \sqrt{6})$ C. $[2, 6)$ D. $[4, 6)$

- 4 在 $\triangle ABC$ 中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且满足 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$ ， $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} > 0$ ，

$a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则b + c的取值范围是（ ）.

A. $(1, \frac{3}{2})$ B. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ C. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ D. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$

- 5 已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a = 1, 2\cos C + c = 2b$, 则 $\triangle ABC$ 的周长的取值范围是 () .

A. $(\sqrt{3} - 1, \sqrt{3}]$ B. $[1, \sqrt{3}]$ C. $(\sqrt{3} + 1, 3]$ D. $(0, 3]$

- 6 已知锐角三角形 $\triangle ABC$, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a \sin \frac{A+C}{2} = b \sin A, c = 2$, 则 $\triangle ABC$ 面积的取值范围为 () .

A. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 2\sqrt{3})$ B. $(\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ C. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{3})$ D. $(\frac{\sqrt{3}}{8}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

二、填空题

- 7 甲船在岛 A 处南偏西 50° 的 B 处, 且 AB 的距离为10海里, 另有乙船正离开岛沿北偏西 10° 的方向以每小时8海里的速度航行, 若甲船要用2小时追上乙船, 则速度大小为 _____ 海里.

三、解答题

- 8 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 已知 $(a - 3b) \cos C = C(3 \cos B - \cos A)$.

- (1) 求 $\frac{\sin B}{\sin A}$ 的值.
- (2) 若 $c = \sqrt{7}a$, 求角 C 的大小.

- 9 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{\cos A - 2 \cos C}{\cos B} = \frac{2c - a}{b}$.

- (1) 求 $\frac{\sin C}{\sin A}$ 的值.
- (2) 若 $\cos B = \frac{1}{4}, b = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

- 10 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\frac{a-b}{c} = \frac{\sin B + \sin C}{\sin B + \sin A}$.

- (1) 求角 A 的大小.
- (2) 若 $a = \sqrt{7}, b = 2c$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

- 11 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c , 且满足 $a^2 + c^2 - b^2 = \sqrt{3}ac$.

- (1) 求角 B 的大小 .
- (2) 若 $2b \cos A = \sqrt{3}(c \cos A + a \cos C)$, BC 边上的中线 AM 的长为 $\sqrt{7}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 .

12 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A, B, C 的对边, $c = \sqrt{3}a \sin C - c \cos A$.

- (1) 求 A .
- (2) 若 $a = 2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 b, c .

13 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b \sin^2 \frac{A}{2} + a \sin^2 \frac{B}{2} = \frac{c}{2}$.

- (1) 若 $c = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的周长 .
- (2) 若 $C = \frac{\pi}{3}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$, 求 c .

14 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b^2 + c^2 - a^2 = \frac{4\sqrt{2}}{3}bc$.

- (1) 求 $\sin A$ 的值 .
- (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{2}$, 且 $\sqrt{2} \sin B = 3 \sin C$, 求 $\triangle ABC$ 的周长 .

15 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $b + c = 2a$, $3c \sin B = 4a \sin C$.

- (1) 求 $\cos B$ 的值 .
- (2) 求 $\sin\left(2B + \frac{\pi}{6}\right)$ 的值 .

16 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边为 a, b, c , 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{15}$, $b - c = 2$,

$$\cos A = -\frac{1}{4} .$$

- (1) 求 a 和 $\sin C$ 的值 .
- (2) 求 $\cos\left(2A + \frac{\pi}{6}\right)$ 的值 .

17 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边, 已知 $b^2 = ac$ 且 $a^2 - c^2 = ac - bc$.

- (1) 求 $\angle A$ 的大小 .
- (2) 设 $f(x) = \cos\left(\omega x - \frac{A}{2}\right) + \sin(\omega x)$ ($\omega > 0$) 且 $f(x)$ 的最小正周期为 π , 求 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 的最大值 .

18 在 $\triangle ABC$ 中，设边 a, b, c 所对的角为 A, B, C ，且 A, B, C 都不是直角，

$$(bc - 8) \cos A + ac \cos B = a^2 - b^2.$$

(1) 若 $b + c = 5$ ，求 b, c 的值.

(2) 若 $a = \sqrt{5}$ ，求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

19 在锐角 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为角 A, B, C 的对边，且

$$4 \sin A \cos^2 A - \sqrt{3} \cos(B + C) = \sin 3A + \sqrt{3}.$$

(1) 求 A 的大小.

(2) 若 $b = 2$ ，求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围.

20 $\triangle ABC$ 中角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ， $a = c \cos B + \frac{1}{3}b$.

(1) 求 $\cos C$.

(2) 若 $c = 3$ ，求 $a + b$ 的最大值.