

概率-习题

一、选择题

- 1 ①同学甲竞选班长成功；
 ②两队球赛，强队胜利了；
 ③一所学校共有998名学生，至少有三名学生的生日相同；
 ④若集合 A, B, C ，满足 $A \subseteq B, B \subseteq C$ ，则 $A \subseteq C$ ；
 ⑤古代有一个国王想处死一位画师，背地里在2张签上都写上“死”字，再让画师抽“生死签”，画师抽到死签；
 ⑥从1, 3, 5, 9中任选两数相加，其和为偶数；
 其中属于随机事件的有（ ）
 A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

答案 A

解析 对于③，由于生日的可能性至多有366种，相当于研究998个数字，完全由1到366这些正整数组成，显然至少一个数字是会出现三次的，此为必然事件；对于④此为集合关系的传递性，是绝对成立的；对于⑤，由于两张都是死签，因此画师必死无疑（大家可以为画师想想办法免于一死，答案是抽出一签之后吃掉）；对于⑥，任意两个奇数相加，其和必为偶数，因此也为必然事件。

- 2 考虑掷硬币试验，设 A = “正面朝上”，则下列论述正确的是（ ）。

- A. 掷2次硬币，事件“一个正面，一个反面”发生的概率为 $\frac{1}{3}$
 B. 掷10次硬币，事件 A 发生的次数一定是5
 C. 重复掷硬币，事件 A 发生的频率等于事件 A 发生的概率
 D. 当投掷次数足够多时，事件 A 发生的频率接近0.5

答案 D

解析

A选项：掷2次硬币，事件“一个正面，一个反面”发生的概率为： $\frac{1+1}{2 \times 2} = \frac{1}{2}$ ，故A错误；

B选项：掷10次硬币，事件A发生的次数不一定是5，故B错误；

C选项：重复掷硬币，事件A发生的频率不一定等于事件A发生的概率，故C错误；

D选项：当投掷次数足够多时，事件A发生的频率接近0.5，故D正确。

故选D.

3 下列说法正确的是（ ）.

A. 事件A发生的概率 $P(A)$ 的值满足 $0 < P(A) < 1$

B. 若 $P(A) = 0.999$ ，则A为必然事件

C. 灯泡的合格率是99%，从一批灯泡中任取一个，它是合格品的可能性为99%

D. 若 $P(A) = 0.001$ ，则A为不可能事件

答案 C

解析

事件A发生的概率在之间；如果一个事件发生的概率是0.999，

说明该事件是大概率事件，极易发生，但也不是必然发生；

如果一个事件发生的概率是0.001，说明该事件是小概率事件，发

生的可能性较小，也不一定不发生。只有C正确。

4 甲、乙两个元件构成一串联电路，设 E = “甲元件故障”， F = “乙元件故障”，则表示电路故障的事件为（ ）.

A. $E \cup F$

B. $E \cap F$

C. $E \cap \bar{F}$

D. $\bar{E} \cup \bar{F}$

答案 A

解析

由题意知，甲、乙两个元件构成一串联电路，

E = “甲元件故障”， F = “乙元件故障”，

所以电路故障的事件为： $E \cup F$.

故选A.

5 若 $P(A) + P(B) = 1$, 则事件 A 与 B 的关系是()

- A. A 与 B 是互斥事件
B. A 与 B 是对立事件
C. A 与 B 不是互斥事件
D. 以上都不对

答案 D

解析 同一试验下，就算 $P(A) + P(B) = 1$ ，也未必是对立事件，掷骰子一次，123456 事件A出现123，事件B出现234，满足 $P(A) + P(B) = 1$ ，说明事件A与事件B不一定是对立事件，但在同一试验下，虽然有 $P(A) + P(B) = 1$ ，但事件A和B也不见得对立，所以事件A与B的关系是不确定的。故选D.

6 在一次随机试验中, 三个事件 A_1, A_2, A_3 的概率分别为0.2, 0.3, 0.5, 则下列说法正确的个数是 ().

- ① $A_1 \cup A_2$ 与 A_3 是互斥事件，也是对立事件；
- ② $A_1 \cup A_2 \cup A_3$ 是必然事件；
- ③ $P(A_2 \cup A_3) = 0.8$ ；
- ④ $P(A_1 \cup A_2) \leq 0.5$.

- A. 4 B. 1 C. 2 D. 3

答案 B

解析 三个事件 A_1, A_2, A_3 不一定互斥,

∴①, ②错;

$$P(A_2 \cup A_3) = P(A_2) + P(A_3) - P(A_2 \cap A_3) \\ = 0.3 + 0.5 - P(A_2 \cap A_3) \leq 0.8 ,$$

∴③错；

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2)$$

$$= 0.2 + 0.3 - P(A_1 \cap A_2) \leq 0.5,$$

∴④对.

故选B.

7 连掷一枚均匀的骰子两次，所得向上的点数分别为 a, b ，记 $m = a + b$ ，则（ ）.

A. 事件“ $m = 2$ ”的概率为 $\frac{1}{18}$

B. 事件“ $m > 11$ ”的概率为 $\frac{1}{18}$

C. 事件“ $m = 2$ ”与“ $m \neq 3$ ”互为对立事件

D. 事件“ m 是奇数”与“ $a = b$ ”互为互斥事件

答案 D

解析 连掷一枚均匀的骰子两次，

所得向上的点数分别为 a, b ，记 $m = a + b$ ，则

事件“ $m = 2$ ”的概率为 $\frac{1}{36}$ ，故A错误；

事件“ $m > 11$ ”的概率为 $\frac{1}{36}$ ，故B错误；

事件“ $m = 2$ ”与“ $m \neq 2$ ”互为对立事件，故C错误；

$a = b$ 时， m 为偶数，故事件“ m 是奇数”与“ $a = b$ ”互为互斥事件，故D正确.

故选D.

8 从一箱产品中随机地抽取一件，设事件 A = “抽到一等品”，事件 B = “抽到二等品”，事件 C = “抽到三等品”，且已知 $P(A) = 0.65$ ， $P(B) = 0.1$ ， $P(C) = 0.1$. 则事件“抽到的不是一等品”的概率为（ ）.

A. 0.65

B. 0.35

C. 0.3

D. 0.005

答案 B

解析 ∵抽到一等品的概率为 $P(A) = 0.65$ ，∴抽到不是一等品的概率为 $1 - P(A) = 0.35$.

9 一人在打靶时，连续射击两次，事件“至少有1次中靶”的对立事件是（ ）。

- A. 至多有一次中靶 B. 两次都中靶 C. 两次都未中靶 D. 只有1次中靶

答案 C

解析 试验可能出现结果有“两次都未中靶”，“恰有一次中靶”，“两次都中靶”，所以“至少有1次中靶”的对立事件是“两次都未中靶”。

10 已知100件产品中有5件次品，从中任意取出3件产品，设A表示事件“3件产品全不是次品”，B表示事件“3件产品全是次品”，C表示事件“3件产品中至少有1件次品”，则下列结论正确的是（ ）。

- A. B与C互斥 B. A与C互斥
C. 任意两个事件均互斥 D. 任意两个事件均不互斥

答案 B

解析 由题意，C表示事件“3件产品中至少有1件次品”，则可能3件产品全是次品，即B与C不互斥；A表示“3件产品全不是次品”，C表示事件“3件产品中至少有1件次品”，是互斥事件。故选B。

11 从装有2个红球和2个黑球的口袋内任取2个球，则与事件恰有两个红球既不对立也不互斥的事件是（ ）。

- A. 至少有一个黑球 B. 恰好一个黑球 C. 至多有一个红球 D. 至少有一个红球

答案 D

解析 从装有2个红球和2个黑球的口袋内任取2个球，在A中，至少有一个黑球与事件恰有两个红球是对立事件，故A不成立；在B中，恰好一个黑球与事件恰有两个红球是互的事件，故B不成立；

在C中，至多一个红球与事件恰有两个红球是对立事件，故C不成立；

在D中，至少一个红球与事件恰有两个红球既不对立也不互斥的事件，故D成立．

故选D．

- 12 在2011年深圳世界大学生运动会火炬传递活动中，有编号为1, 2, 3, 4, 5的5名火炬手．若从中任选3人，则选出的火炬手的编号相连的概率为（ ）．

A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{2}{5}$

答案 A

解析 从1, 2, 3, 4, 5中任取三个数的结果有10种，
其中选出的火炬手的编号相连的事件有：(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5)，
∴选出的火炬手的编号相连的概率为 $P = \frac{3}{10}$ ．

- 13 若某公司从五位大学毕业生甲、乙、丙、丁、戊中录用三人，这五人被录用的机会均等，则甲或乙被录用的概率为（ ）．

A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{9}{10}$

答案 D

解析 事件“甲或乙被录用”的对立事件是“甲和乙都未被录用”，从五位学生中选三人的基本事件个数为10，“甲和乙都未被录用”只有1种情况，
根据古典概型和对立事件的概率公式可得，甲或乙被录用的概率 $P = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$ ．

- 14 某单位对某村的贫困户进行“精准扶贫”，若甲、乙贫困户获得扶持资金的概率分别为 $\frac{3}{7}$ 和 $\frac{2}{7}$ ，两户是否获得扶持资金相互独立，则这两户中至少有一户获得扶持资金的概率为（ ）．

A. $\frac{29}{49}$ B. $\frac{6}{49}$ C. $\frac{23}{49}$ D. $\frac{43}{49}$

答案 A

解析 两户都没获得资金的概率为 $\left(1 - \frac{3}{7}\right) \times \left(1 - \frac{2}{7}\right) = \frac{4}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{20}{49}$,
 $\therefore$ 至少一户获得资金概率为 $1 - \frac{20}{49} = \frac{29}{49}$.
 故选 A .

15 投掷一枚均匀硬币和一枚均匀骰子各一次, 记“硬币正面向上”为事件 A , “骰子向上的点数是3”为事件 B , 则事件 A, B 中至少有一件发生的概率是 () .

- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{7}{12}$ D. $\frac{3}{4}$

答案 C

解析 “硬币正面向上”为事件 A 的概率 $P(A) = \frac{1}{2}$,
 “骰子向上的点数是3”为事件 B 的概率 $P(B) = \frac{1}{6}$,
 则事件 A, B 中至少有一件发生的概率是 $1 - (1 - P(A))(1 - P(B)) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{7}{12}$.

16 某闯关游戏规则如下: 在主办方预设的6个问题中, 选手若能连续正确回答出两个问题, 即停止答题, 闯关成功, 假设某选手正确回答每个问题的概率都是0.6, 且每个问题的回答结果相互独立, 则该选手恰好回答了4个问题就闯关成功的概率等于 () .

- A. 0.064 B. 0.144 C. 0.216 D. 0.432

答案 B

解析 在主办方预设的6个问题中, 选手若能连续正确回答出两个问题, 即停止答题, 闯关成功, 假设某选手正确回答每个问题的概率都是0.6, 且每个问题的回答结果相互独立, 该选手恰好回答了4个问题就闯关成功的概率等于: $p = 1 \times 0.4 \times 0.6 \times 0.6 = 0.144$.
 故选: B .

二、填空题

17 某医院一天内派出医生到定点接收医院援助救治患者，派出医生的人数及其概率如表：

医生人数	0	1	2	3	4	5人及其以上
概率	0.18	0.25	0.36	0.1	0.1	0.01

则派出至多2名医生的概率 _____ .

答案 0.79

解析 至多2名医生说明医生人数为0或者1或者2，

$$\therefore 0.18 + 0.25 + 0.36 = 0.79 .$$

18 今年我国中医药选出的“三药三方”对治疗新冠肺炎均有显著效果，功不可没。“三药”分别为金花清感颗粒、连花清瘟胶囊、血必净注射液；“三方”分别为清肺排毒汤、化湿败毒方、宣肺败毒方，若某医生从“三药三方”中随机选出2种，则恰好选出1药1方的概率是 _____ .

答案 $\frac{3}{5}$

解析 $\frac{3 \times 3 \times 2}{6 \times 5} = \frac{3}{5} .$
故答案为： $\frac{3}{5} .$

19 在5张彩票中有2张有奖，甲、乙两人先后从中各任取一张，则乙中奖的概率为 _____ .

答案 $\frac{2}{5}$

解析 5张彩票中有2张有奖，甲、乙先后任取一张，

在不知道甲获奖情况的前提下，两人中奖概率相等，均为 $\frac{2}{5} .$

故答案为： $\frac{2}{5} .$

- 20 某篮球队员在比赛中每次罚球的命中率相同，且在两次罚球中至多命中一次的概率为 $\frac{16}{25}$ ，则该队员每次罚球的命中率为 _____ .

答案 $\frac{3}{5}$

解析 设罚球的命中的概率为 P ，

由两次罚球中至多命中一次的概率为 $\frac{16}{25}$ ，

$$\text{得 } 1 - p^2 = \frac{16}{25},$$

$$\therefore p = \frac{3}{5}.$$

故答案为： $\frac{3}{5}$.

- 21 一个袋子中有3个红球、4个白球、5个绿球. 若随机地摸出一个球，记 A = “摸出红球”， B = “摸出白球”， C = “摸出绿球”，则 $P(A + B) =$ _____ .

答案 $\frac{7}{12}$

解析 $\because$ 袋子中有3个红球、4个白球、5个绿球，

$$\therefore P(A) = \frac{3}{3+4+5} = \frac{1}{4},$$

$$P(B) = \frac{4}{3+4+5} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore P(A + B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}.$$

故答案为 $\frac{7}{12}$.

三、解答题

- 22 甲、乙两人独立地破译某密码，他们能够译出的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{3}$.

- (1) 求只有甲译出密码的概率 .
- (2) 求甲和乙至多有一人译出密码的概率 .

答案

- (1) $\frac{1}{6}$.
 (2) $\frac{2}{3}$.

解析

(1) 只有甲译出说明甲译出乙未译出，

$$\therefore \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} .$$

(2) 至多一人译出说明译出的人数为0或1，其对立事件为2人均译出，

$$\therefore 1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} .$$

23 袋子中有4个大小质地都相同的球，其中红球1个，白球2个，黑球1个，现从袋中有放回的取球，每次随机取一个，连续取两次．

- (1) 求连续两次都取到白球的概率．
 (2) 若取到红球记2分，取到白球记1分，取到黑球记0分，求连续两次取球所得总分数大于2分的概率．

答案

- (1) $\frac{1}{4}$.
 (2) $\frac{5}{16}$.

解析

(1) 2次都取到白球概率为 $\frac{2}{4} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$.

(2) 2次分数之和为3分的情况：

$$\text{取一个红球一个白球 } \frac{1}{4} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} ,$$

2次分数之和为4分的情况：

$$\text{取2个红球 } \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16} ,$$

$$\therefore \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16} .$$

24 某学校有两个参加国际中学生交流活动的代表名额，为此该校高中部推荐了2男1女三名候选人，初中部也推荐了1男2女三名候选人．

- (1) 若从初高中各选1名同学做代表，求选出的2名同学性别相同的概率；
 (2) 若从6名同学中任选2人做代表，求选出的2名同学都来自高中部或都来自初中部的概率．

答案

- (1) $\frac{4}{9}$.
(2) $\frac{2}{5}$.

解析

- (1) 设高中部三名候选人为 A_1, A_2, B . 初中部三名候选人为 a, b_1, b_2 ,

由题意, 从初高中各选1名同学的基本事件有

$(A_1, a), (A_1, b_1), (A_1, b_2)$,

$(A_2, a), (A_2, b_1), (A_2, b_2)$,

$(B, a), (B, b_1), (B, b_2)$, 共9种

设“2名同学性别相同”为事件 E , 则事件 E 包含4个基本事件 ,

概率 $P(E) = \frac{4}{9}$.

所以, 选出的2名同学性别相同的概率是 $\frac{4}{9}$.

- (2) 由题意, 从6名同学中任选2人的基本事件有

$(A_1, A_2), (A_1, B), (A_1, a), (A_1, b_1), (A_1, b_2)$,

$(A_2, B), (A_2, a), (A_2, b_1), (A_2, b_2), (B, a)$,

$(B, b_1), (B, b_2), (a, b_1), (a, b_2), (b_1, b_2)$ 共15种

设“2名同学来自同一学部”为事件 F , 则事件 F 包含6个基本事件 ,

概率 $P(F) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

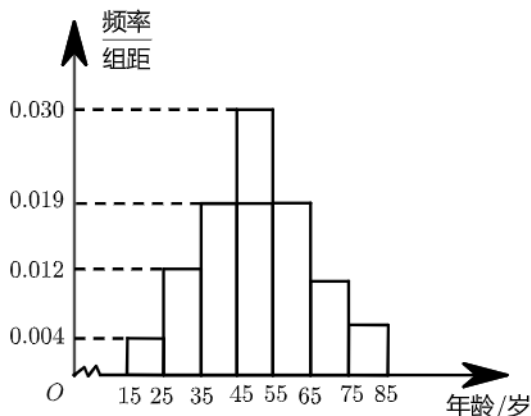
所以, 选出的2名同学都来自高中部或都来自初中部的概率是 $\frac{2}{5}$.

25

2019年天猫双十一活动结束后, 某地区研究人员为了研究该地区在双十一活动中消费超过3000元

的人群的年龄状况, 随机在当地消费超过3000元的群众中抽取了500人作调查, 所得频率分布直方

图如图所示:



记年龄在 $[55, 65)$, $[65, 75)$, $[75, 85]$ 对应的小矩形的面积分别是 S_1 , S_2 , S_3 , 且 $S_1 = 2S_2 = 4S_3$.

- (1) 以频率作为概率，若该地区双十一消费超过3000元的有30000人，试估计该地区在双十一活动中消费超过3000元且年龄在[45, 65)的人数。
- (2) 计算在双十一活动中消费超过3000元的消费者的平均年龄。
- (3) 若按照分层抽样，从年龄在[15, 25)，[65, 75)的人群中共抽取7人，再从这7人中随机抽取2人作深入调查，求至少有1人的年龄在[15, 25)内的概率。

答案

- (1) 15000 .
- (2) 50 .
- (3) $\frac{11}{21}$.

解析

- (1) 设[75, 85]的频数为 x ，
 则[55, 65)，[65, 75)，的频数为 $4x$ ， $2x$.
 $(0.004 + 0.012 + 0.019 + 0.03) \times 10 + 4x + 2x + x = 1$ ，
 $\therefore x = 0.05$.
 $\therefore 30000 \times (10 \times 0.03 + 0.05 \times 4) = 15000$.
- (2) $20 \times 0.004 \times 10 + 30 \times 0.012 \times 10 + 0.019 \times 40 \times 10 + 50 \times 0.03 \times 10 + 0.02 \times 60 \times 10 + 0.01 \times 70 \times 10 + 0.005 \times 80 \times 10 = 50$.
- (3) 在[15, 25)，[65, 75)的频率分别为0.04，0.1，
 $0.04 : 0.1 = 2 : 5$.
 $\therefore$ 共抽7人，
 $\therefore$ [15, 25)中应抽2人，
 [65, 75)中应抽5人 .
 从7人选2人共 $C_7^2 = 21$ 种，
 2人年龄都在[65, 75)内共 $C_5^2 = 10$ 种，
 $\therefore P = 1 - \frac{10}{21} = \frac{11}{21}$.