

第三讲-集合、简易逻辑、复数和统计练习题

一、集合

1. 已知 $A = \{x \in \mathbf{N}^* | x \leq 3\}$, $B = \{x | x^2 - 4x \leq 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

A. $\{1, 2, 3\}$

B. $\{1, 2\}$

C. $(0, 3]$

D. $(3, 4]$

【答案】 A

【解析】 由题设可知：

$$\text{集合 } A = \{x \in \mathbf{N}^* | x \leq 3\} = \{1, 2, 3\},$$

$$\text{集合 } B = \{x | x^2 - 4x \leq 0\} = \{x | 0 \leq x \leq 4\},$$

$$\text{则 } A \cap B = \{1, 2, 3\}.$$

故选A.

【标注】【知识点】交集；交、并、补集混合运算

2. 已知集合 $M = \{x | y = \ln(1 - x)\}$, 集合 $N = \{y | y = e^x, x \in \mathbf{R}\}$ (e 为自然对数的底数), 则

$$M \cap N = (\quad) .$$

A. $\{x | x < 1\}$

B. $\{x | x > 1\}$

C. $\{x | 0 < x < 1\}$

D. $\emptyset$

【答案】 C

【解析】 $\because$ 集合 $M = \{x | y = \ln(1 - x)\} = \{x | 1 - x > 0\} = \{x | x < 1\}$,

$$N = \{y | y = e^x, x \in \mathbf{R}\} \text{ (} e \text{ 为自然对数的底数)} = \{y | y > 0\},$$

$$\therefore M \cap N = \{x | 0 < x < 1\},$$

故选C.

【标注】【知识点】交集

3. 已知 $A = \{x | y = \sqrt{x - 1}\}$, $B = \{x | 4^x < 2^{x+1}\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

A. $(0, 1)$

B. $(0, 1]$

C. $\mathbf{R}$

D. $\emptyset$

【答案】 D

【解析】 因为 $A = \{x | y = \sqrt{x-1}\} = [1, +\infty)$,

$$\text{又 } 4^x < 2^{x+1},$$

$$\text{即 } 2^{2x} < 2^{x+1},$$

$$\text{即 } 2x < x+1, \text{ 所以 } x < 1, \text{ 故 } B = \{x | x < 1\},$$

$$\text{故 } A \cap B = \emptyset.$$

故选D.

【标注】【知识点】交集

4. 已知 $A = \{x \in \mathbf{N}^* | -x^2 + 3x \geq 0\}$, $B = \{x | \log_{\frac{1}{2}} x \leq 0\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

A. $[3, +\infty)$

B. $[0, 1]$

C. $[1, 3]$

D. $\{1, 2, 3\}$

【答案】 D

【解析】 $A = \{x \in \mathbf{N}^* | -x^2 + 3x \geq 0\}$

$$= \{x \in \mathbf{N}^* | 0 \leq x \leq 3\}$$

$$= \{1, 2, 3\},$$

$$B = \{x | \log_{\frac{1}{2}} x \leq 0\} = \{x | x \geq 1\},$$

$$\therefore A \cap B = \{1, 2, 3\}.$$

故选D.

【标注】【知识点】交、并、补集混合运算；交集

5. 设集合 $A = \{y | y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$

A. $(-1, 1)$

B. $(0, 1)$

C. $(-1, +\infty)$

D. $(0, +\infty)$

【答案】 C

【解析】 由 $A = \{y | y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$ 得, $A = \{y | y > 0\}$, $B = \{x | x^2 - 1 < 0\}$, 得

$$B = \{x | -1 < x < 1\}, \text{ 故 } A \cup B = \{x | x > -1\}, \text{ 故选C.}$$

【标注】【知识点】交、并、补集混合运算；并集

6. 设集合 $A = \{x|y = \lg(x-3)\}$, $B = \{y|y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cup B$ 等于 ().

A. $\emptyset$

B. $\mathbf{R}$

C. $\{x|x > 1\}$

D. $\{x|x > 0\}$

【答案】D

【解析】集合 $A = \{x|y = \lg(x-3)\} = \{x|x-3 > 0\} = \{x|x > 3\}$,

$B = \{y|y = 2^x, x \in \mathbf{R}\} = \{y|y > 0\}$,

则 $A \cup B = \{x|x > 0\}$.

故选D.

【标注】【知识点】并集

7. 设集合 $A = \{x|x^2 - 1 < 0\}$, $B = \{y|y = 2^x, x \in A\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

【答案】 $(-1, 2)$

【解析】由 $x^2 - 1 < 0$, 解得 $-1 < x < 1$,

$\therefore A = \{x|-1 < x < 1\}$,

$\because y = 2^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上为单调递增函数,

$\therefore$ 当 $-1 < x < 1$ 时, $2^x \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$,

$\therefore B = \left\{y \mid \frac{1}{2} < y < 2\right\}$,

$\therefore A \cup B = (-1, 2)$.

故答案为: $(-1, 2)$.

【标注】【知识点】并集；交、并、补集混合运算

8. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x|x < 1\}$, $B = \{x|x \geq 2\}$, 则集合 $\complement_U(A \cup B)$ 等于 ().

A. $\{x|x > 1\}$

B. $\{x|x \leq 2\}$

C. $\{x|1 < x \leq 2\}$

D. $\{x|1 \leq x < 2\}$

【答案】D

【解析】 $A \cup B = (-\infty, 1) \cup [2, +\infty)$.

$$\complement_U(A \cup B) = [1, 2).$$

故选D.

【标注】【知识点】补集

9. 设集合 $A = \{x | -1 \leq x < 4\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$ 可表示为 ().

A. $[-1, 1) \cup (3, 4)$

B. $[-1, 1] \cup [3, 4)$

C. $(1, 3)$

D. $(-\infty, +\infty)$

【答案】 B

【解析】 集合 $A = \{x | -1 \leq x < 4\} = [-1, 4)$,

$$B = \{x | x^2 - 4x + 3 < 0\} = \{x | 1 < x < 3\} = (1, 3),$$

$$\therefore \complement_{\mathbf{R}} B = (-\infty, 1] \cup [3, +\infty);$$

$$\therefore A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = [-1, 1] \cup [3, 4).$$

故选B.

【标注】【知识点】交集；补集

10. 已知集合 $A = \{x | |x - 2| > 1\}$, $B = \{x | y = \lg(2x - x^2)\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = ()$.

A. $(1, 2)$

B. $[1, 2)$

C. $(2, 3)$

D. $(0, 1]$

【答案】 B

【解析】 $A = \{x | |x - 2| > 1\} = \{x | x - 2 > 1 \text{ 或 } x - 2 < -1\} = \{x | x > 3 \text{ 或 } x < 1\}$,

$$B = \{x | y = \lg(2x - x^2)\} = \{x | 2x - x^2 > 0\} = \{x | 0 < x < 2\},$$

$$\text{则 } \complement_{\mathbf{R}} A = \{x | 1 \leq x \leq 3\},$$

$$\text{则 } (\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \{x | 1 \leq x < 2\}.$$

故选B.

【标注】【知识点】交集；补集；交、并、补集混合运算

11. 已知集合 $A = \{x | |x - 2| > 1\}$, $B = \{x | y = \lg(2x - x^2)\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = ()$.

A. $(1, 2)$

B. $[1, 2)$

C. $(2, 3)$

D. $(0, 1]$

【答案】 B

【解析】 $A = \{x | |x - 2| > 1\} = \{x | x - 2 > 1 \text{ 或 } x - 2 < -1\} = \{x | x > 3 \text{ 或 } x < 1\}$,

$$B = \{x | y = \lg(2x - x^2)\} = \{x | 2x - x^2 > 0\} = \{x | 0 < x < 2\},$$

$$\text{则 } \complement_{\mathbf{R}} A = \{x | 1 \leq x \leq 3\},$$

$$\text{则 } (\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \{x | 1 \leq x < 2\}.$$

故选B.

【标注】 【知识点】 补集；交集；交、并、补集混合运算

12. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | -2 \leq x < 0\}$, $B = \left\{x | 2^{x-1} < \frac{1}{4}\right\}$, 则 $\complement_{\mathbf{R}} A \cap B = (\quad)$.

A. $(-\infty, -2) \cup [-1, +\infty)$

B. $(-\infty, -2] \cup (-1, +\infty)$

C. $(-\infty, +\infty)$

D. $(-2, +\infty)$

【答案】 A

【解析】 $\because A = \{x | -2 \leq x < 0\}$, $B = \left\{x | 2^{x-1} < \frac{1}{4}\right\} = \{x | 2^{x-1} < 2^{-2}\} = \{x | x < -1\}$,

$$\therefore A \cap B = \{x | -2 \leq x < -1\},$$

$$\therefore \complement_{\mathbf{R}}(A \cap B) = \{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq -1\}.$$

故选A.

【标注】 【知识点】 补集；交集；交、并、补集混合运算

二、 简易逻辑

13. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $|x - 1| > 1$ ”是“ $\frac{2}{x} < 1$ ”的 $(\quad)$.

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】 C

【解析】 由 $|x - 1| > 1$, 得 $x < 0$ 或 $x > 2$,

$$\text{由 } \frac{2}{x} < 1, \text{ 得 } x < 0 \text{ 或 } x > 2,$$

故为充要条件.

故选C.

【标注】【知识点】分式不等式；含绝对值的不等式；充要条件与不等式结合

【素养】逻辑推理；数学运算

14. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则“ $x < 1$ ”是“ $x|x| - 2 < 0$ ”的（ ）.

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】 $x|x| - 1 < 0$.

解得 $x \in (-\infty, \sqrt{2})$.

$\{x|x < 1\} \subseteq \{x|x < \sqrt{2}\}$.

$\therefore$ “ $x < 1$ ”是“ $x|x| - 2 < 0$ ”的充分不必要条件.

故选A.

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

【知识点】含绝对值的不等式

【素养】逻辑推理

15. 设 $a \in \mathbf{R}$ ，则“ $|a - 1| \leq 1$ ”是“ $-a^2 + 3a \geq 0$ ”的（ ）.

A. 充分非必要条件

B. 必要非充分条件

C. 充要条件

D. 既非充分也非必要条件

【答案】A

【解析】 $\because |a - 1| \leq 1$,

$\therefore a \in [0, 2]$,

$\because -a^2 + 3a \geq 0$,

$\therefore a \in [0, 3]$,

$\therefore$ 由充要条件定义知：

$|a - 1| \leq 1$ 是 $-a^2 + 3a \geq 0$ 的充分不必要条件，

故选A.

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

16. 设 a, b 是实数，则“ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的（ ）.

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】 D

【解析】 因为 a, b 都是实数, 由 $a > b$, 不一定有 $a^2 > b^2$, 如 $-2 > -3$, 但 $(-2)^2 < (-3)^2$, 所以“ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的不充分条件;
反之, 由 $a^2 > b^2$ 也不一定得 $a > b$, 如 $(-3)^2 > (-2)^2$, 但 $-3 < -2$, 所以“ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的不必要条件.
故选D.

【标注】 【素养】 逻辑推理

【知识点】 不等式的性质

【知识点】 充要条件与不等式结合

17. 已知实数 $x > 0, y > 0$, 则“ $2^x + 2^y \leq 4$ ”是“ $xy \leq 1$ ”的().

A. 充要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分不必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】 C

【解析】 实数 $x > 0, y > 0$, 则“ $2^x + 2^y \leq 4$ ” $\Rightarrow 2\sqrt{2^x \cdot 2^y} \leq 4$,
化为: $2^{x+y} \leq 4$,
 $\therefore x + y \leq 2$,
 $\therefore 2\sqrt{xy} \leq 2$, 化为 $xy \leq 1$,
反之不成立, 例如 $x = 4, y = \frac{1}{6}$,
 $\therefore$ 实数 $x > 0, y > 0$, 则“ $2^x + 2^y \leq 4$ ”是“ $xy \leq 1$ ”的充分不必要条件.
故选: C.

【标注】 【知识点】 充要条件与不等式结合

18. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则使 $a > b$ 成立的一个充分不必要条件是().

A. $a^3 > b^3$

B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

C. $\log_2(a - b) > 0$

D. $a^2 > b^2$

【答案】 C

【解析】要求 $a > b$ 成立的一个充分不必要条件，

则要求一个条件能够推出 $a > b$ 成立，但是反之不成立，

选项A是充要条件，选项C是 $a - b > 1$ 是充分不必要条件，选项BD既不充分又不必要。

故选：C。

【标注】【知识点】充要条件与不等式结合

19. 设 $a \in \mathbf{R}$ ，则“ $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ”是“ $\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbf{Z})$ ”的（ ）。

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】由 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ 得： $\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$ 或 $\alpha = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} (k \in \mathbf{Z})$ 。

故选B。

【标注】【知识点】充要条件与三角函数结合

20. 已知命题 $p: \frac{1}{a} > \frac{1}{4}$ ，命题 $q: \forall x \in \mathbf{R}, ax^2 + ax + 1 > 0$ ，则 p 成立是 q 成立的（ ）。

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】由 $\frac{1}{a} > \frac{1}{4}$ ，解得： $0 < a < 4$ ，

故命题 $p: 0 < a < 4$ ，

若 $\forall x \in \mathbf{R}, ax^2 + ax + 1 > 0$ ，

则 $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta = a^2 - 4a < 0 \end{cases}$ ，解得： $0 < a < 4$ ，

或 $a = 0$ 时， $1 > 0$ 恒成立，

故 $q: 0 \leq a < 4$ ，

故命题 p 是命题 q 的充分不必要条件。

故选A。

【标注】【知识点】二次函数相关的恒成立问题

21. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则“ $a_1 > 0$ ”是“ $S_{2019} > 0$ ”的（ ）。

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】 C

【解析】 若公比 $q = 1$ ，则当 $a_1 > 0$ 时，则 $S_{2019} > 0$ 成立，

$$\text{若 } q \neq 1, \text{ 则 } S_{2019} = \frac{a_1(1 - q^{2019})}{1 - q},$$

$\because 1 - q$ 与 $1 - q^{2019}$ 符号相同，

$\therefore a_1$ 与 S_{2019} 的符号相同，

则“ $a_1 > 0$ ” $\Leftrightarrow$ “ $S_{2019} > 0$ ”，

即“ $a_1 > 0$ ”是“ $S_{2019} > 0$ ”充要条件．

故选C．

【标注】 【知识点】 充要条件与数列结合

22. 设 $\vec{a}$ 是单位向量， $\vec{b}$ 是非零向量，则“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”是“ $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 1$ ”的()．

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】 C

【解析】 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，又 $\vec{a}$ 是单位向量，

则 $|\vec{a}| = 1$ ，

$\therefore \vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = |\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ，故充分性成立，

若 $|\vec{a}| = 1$ ， $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 1$ ，即 $\vec{a}^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ，解得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，

$\therefore \vec{a} \perp \vec{b}$ ，故必要性成立，

综上，“ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ”是“ $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 1$ ”的充分必要条件．

故选C．

【标注】 【知识点】 充要条件与向量结合

23. 设 α, β 是两个不同的平面， m 是直线且 $m \subset \alpha$ ．“ $m // \beta$ ”是“ $\alpha // \beta$ ”的()

A. 充分而不必要条件.

B. 必要而不充分条件.

C. 充分必要条件.

D. 既不充分也不必要条件.

【答案】 B

【解析】 由两平面平行的判定定理可知，当在其中一个平面内的两条相交直线均平行于另一平面时，两平面平行，所以“ $m//\beta$ ”不能推出“ $\alpha//\beta$ ”；若两平面平行，则其中一个平面内的任意一条直线平行于另一个平面，所以“ $\alpha//\beta$ ”可以推出“ $m//\beta$ ”。因此“ $m//\beta$ ”是“ $\alpha//\beta$ ”的必要而不充分条件。

故选B。

【标注】 【知识点】 充要条件与立体几何结合

24. “ $m = 2$ ”是“直线 $l_1: mx + 4y - 6 = 0$ 与直线 $l_2: x + my - 3 = 0$ 平行”的()。

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

【答案】 D

【解析】 当 $m = 2$ ，两直线方程分别为： $2x + 4y - 6 = 0$ 与直线 $x + 2y - 3 = 0$ 此时两直线重合，充分性不成立。

若直线 $l_1: mx + 4y - 6 = 0$ 与直线 $l_2: x + my - 3 = 0$ 平行，

则当 $m = 0$ 时，两直线方程分别为 $4y - 6 = 0$ 或 $x - 3 = 0$ ，此时两直线不平行，

当 $m \neq 0$ ，若两直线平行，则 $\frac{m}{1} = \frac{4}{m} \neq \frac{-6}{-3}$ ，

即 $m^2 = 4$ 且 $m \neq 2$ ，解得 $m = -2$ ，即必要性不成立，

故“ $m = 2$ ”是“直线 $l_1: mx + 4y - 6 = 0$ 与直线 $l_2: x + my - 3 = 0$ 平行”的既不充分也不必要条件，

故选：D。

【标注】 【知识点】 充要条件与解析几何结合

25. 设 $a \in \mathbf{R}$ ，则“ $a = 1$ ”是“直线 $ax - y + 1 = 0$ 与直线 $x - ay - 1 = 0$ 平行”的()。

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分又不必要条件

【答案】 C

【解析】 当 $a = 1$ 时，两直线分别为 $x - y + 1 = 0$ 和 $x - y - 1 = 0$ ，满足两直线平行，

当 $a = 0$ 时，两直线分别为 $-y + 1 = 0$ 和 $x - 1 = 0$ ，不满足两直线平行，

$\therefore a \neq 0$, 若两直线平行, 则 $\frac{a}{1} = \frac{-1}{-a} \neq \frac{1}{-1}$, 解得 $a^2 = 1$, 且 $a \neq -1$,

$\therefore a = 1$,

即“ $a = 1$ ”是“直线 $ax - y + 1 = 0$ 与直线 $x - ay - 1 = 0$ 平行”的充要条件.

故选: C.

【标注】【知识点】充要条件与解析几何结合; 直线的平行; 判定两条直线的位置关系

26. $\triangle ABC$ 中, “ $a \cos A = b \cos B$ ”是“ $\triangle ABC$ 为直角三角形”的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分且必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】 B

【解析】 由正弦定理可知 $a \cos A = b \cos B$,

化为 $\sin A \cos A = \sin B \cos B$,

$\therefore \sin 2A = \sin 2B$,

$\therefore A, B$ 是三角形内角,

$\therefore 2A = 2B$ 或 $2A = \pi - 2B$,

即 $A = B$ 或 $A + B = \frac{\pi}{2}$,

$\therefore \triangle ABC$ 中,

“ $a \cos A = b \cos B$ ”是“ $\triangle ABC$ 为直角三角形”的必要不充分条件.

故选 B.

【标注】【知识点】充要条件与三角函数结合

27. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A < B < C$ ”是“ $\cos 2A > \cos 2B > \cos 2C$ ”的 ().

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】 C

【解析】 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A < B < C$ ”

$\Leftrightarrow a < b < c \Leftrightarrow \sin A < \sin B < \sin C \Leftrightarrow \sin^2 A < \sin^2 B < \sin^2 C$

$\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 A > 1 - 2\sin^2 B > 1 - 2\sin^2 C \Leftrightarrow \cos 2A > \cos 2B > \cos 2C$.

$\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A < B < C$ ”是“ $\cos 2A > \cos 2B > \cos 2C$ ”的充要条件.

故选 C.

【标注】【知识点】充要条件与三角函数结合

三、复数

28. 设复数 z 满足 $(z - 2i)(2 - i) = 5$, 则 $z =$ _____.

【答案】 $2 + 3i$

【解析】复数 z 满足 $(z - 2i)(2 - i) = 5$,

$$\begin{aligned}\text{可得 } z &= \frac{5}{2-i} + 2i, \\ &= \frac{5(2+i)}{(2-i)(2+i)} + 2i \\ &= 2 + 3i.\end{aligned}$$

故答案为： $2 + 3i$.

【标注】【知识点】复数的四则运算综合；复数的乘法和除法

29. 已知 $\frac{a}{1-i} = 1 + bi$, 其中 a, b 是实数, i 是虚数单位, 则 $a + bi =$ _____.

【答案】 $2 + i$

$$\begin{aligned}\text{【解析】 } \frac{a}{1-i} &= 1 + bi, \\ \therefore a &= (1 + bi)(1 - i) \\ &= b + 1 + (b - 1)i, \\ \therefore \begin{cases} a = b + 1 \\ b - 1 = 0 \end{cases}, \\ \therefore \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}, \\ \therefore a + bi &= 2 + i.\end{aligned}$$

【标注】【知识点】复数相等；复数的四则运算综合；复数的乘法和除法

30. 已知复数 $Z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{\sqrt{3} - i}$, 则 Z 的实部为_____.

【答案】0

$$\text{【解析】 } \because Z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{\sqrt{3} - i} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)(\sqrt{3} + i)}{(\sqrt{3} - i)(\sqrt{3} + i)} = i.$$

$\therefore Z$ 实部为0.

故答案为: 0.

【标注】【知识点】复数的乘法和除法；复数的加法和减法；复数的四则运算综合

31. 已知复数 $z = \frac{2+i}{1-i}$ ，则复数 z 虚部为 _____ .

【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】 $z = \frac{2+i}{1-i} = \frac{(2+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+3i}{2}$.
则复数 z 的虚部为: $\frac{3}{2}$.

【标注】【知识点】复数的四则运算综合；复数的乘法和除法

32. i 是虚数单位，若 $\frac{2+ai}{1+i}$ 是纯虚数，则实数 a 的值为 _____ .

【答案】 -2

【解析】 $\frac{2+ai}{1+i} = \frac{(2+ai)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{2+a+(a-2)i}{2}$,
 $\therefore \frac{2+ai}{1+i}$ 是纯虚数,
 $\therefore \frac{2+a}{2} = 0$ 且 $\frac{a-2}{2} \neq 0$,
 $\therefore a = -2$.

【标注】【知识点】复数的四则运算综合

33. 若复数 $\frac{a+3i}{1-2i}$ ($a \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位)是实数，则实数 a 的值为 _____ .

【答案】 $-\frac{3}{2}$

【解析】 由于 $\frac{a+3i}{1-2i} = \frac{(a+3i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)} = \frac{(a-6)+(3+2a)i}{5}$ ，由题意可得 $3+2a=0$ ，所以
 $a = -\frac{3}{2}$.

【标注】【知识点】复数的基本概念；复数的四则运算综合；复数的乘法和除法

34. 若复数 z 满足 $iz = \sqrt{3} - i$ (i 为虚数单位)，则 $|z| =$ _____ .

【答案】 2

【解析】 $\because iz = \sqrt{3} - i$,
 $\therefore -z = \sqrt{3}i + 1$
 $\therefore z = -1 - \sqrt{3}i$,
 $\therefore |z| = \sqrt{1+3} = 2$,
故答案为 : 2 .

【标注】 【知识点】 复数的模

【知识点】 复数的乘法和除法

【素养】 数学运算

35. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位 , 若 $\frac{a-i}{2+i} = 3+bi$, 则 $|a+bi|$ 的值为 _____ .

【答案】 $2\sqrt{17}$

【解析】 $\frac{a-i}{2+i} = 3+bi$,
 $a-i = (3+bi)(2+i) = 6-b+(3+2b)i$,
故 $\begin{cases} a=6-b \\ -1=3+2b \end{cases}$, 解得 : $\begin{cases} a=8 \\ b=-2 \end{cases}$,
则 $|a+bi| = |8-2i| = \sqrt{8^2+2^2} = 2\sqrt{17}$.

【标注】 【知识点】 复数相等 ; 复数的四则运算综合

四、统计

36. 某单位生产甲 , 乙 , 丙三种不同型号的产品 , 甲乙丙三种产品数量之比为 $3:4:5$, 现用分层抽样的方法抽出一个容量为 **96** 的样本 , 则乙种型号的产品数量为 _____ .

【答案】 32

【解析】 $96 \times \frac{4}{3+4+5} = 32$.

【标注】 【知识点】 总体、样本、样本容量

【知识点】 分层随机抽样

【素养】 数学运算

【素养】 数据分析

37. 为了解某校高中学生的近视眼发病率，在该校学生中进行分层抽样调查，已知该校高一、高二、高三分别有学生300名、260名、280名，若高三学生共抽取14名，则高一学生共抽取 _____ 名．

【答案】 15

【解析】 根据分层抽样在各部分抽取的比例相等，

$$\text{分层抽样抽取的比例为 } \frac{14}{280} = \frac{1}{20},$$

$$\therefore \text{高一应抽取的学生数为 } 300 \times \frac{1}{20} = 15.$$

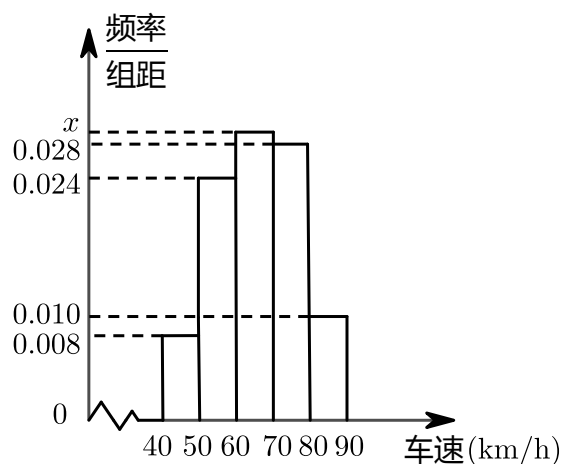
故答案为：15．

【标注】 【知识点】 分层随机抽样

【素养】 数据分析

【素养】 数学运算

38. 某路段限速70km/h，现对通过该路段的*n*辆汽车的车速进行检测，统计并绘成频率分布直方图（如图），若速度在60～70km/h之间的车辆为150辆，则这*n*辆汽车中车速高于限速的汽车有 _____ 辆．



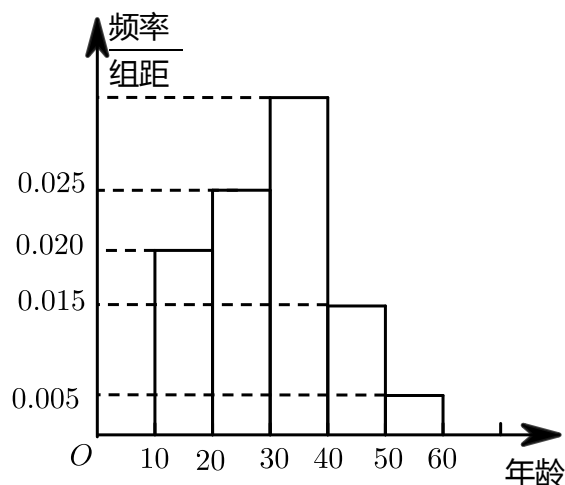
【答案】 190

【解析】 $x = 0.030$ ，为150辆， $\therefore n = \frac{150}{0.03 \times 10} = 500$

$\therefore$ 超速的有 $500 \times (0.028 + 0.010) \times 10 = 190$ 辆．

【标注】 【知识点】 频率分布直方图

随机抽取100名年龄在 $[10, 20)$, $[20, 30)$, $\dots$, $[50, 60)$ 年龄段的市民进行问卷调查, 由此得到样本的频率分布直方图如图所示, 从不小于40岁的人中按年龄段分层抽样的方法随机抽取8人, 则在 $[50, 60)$ 年龄段抽取的人数为 _____ .



【答案】 2

【解析】 由题意得, 样本中不小于40岁人的频率是 $0.015 \times 10 + 0.005 \times 10 = 0.2$,
 故不小于40岁人的频率是 $0.2 \times 100 = 20$,
 从不小于40岁人中按年龄段分层抽样方法随机抽取8人,
 在 $[50, 60)$ 年龄段抽取的人数为 $8 \times \frac{0.005 \times 2}{0.015 \times 2 + 0.005 \times 2} = 8 \times \frac{1}{4} = 2$.

【标注】 【知识点】 分层随机抽样