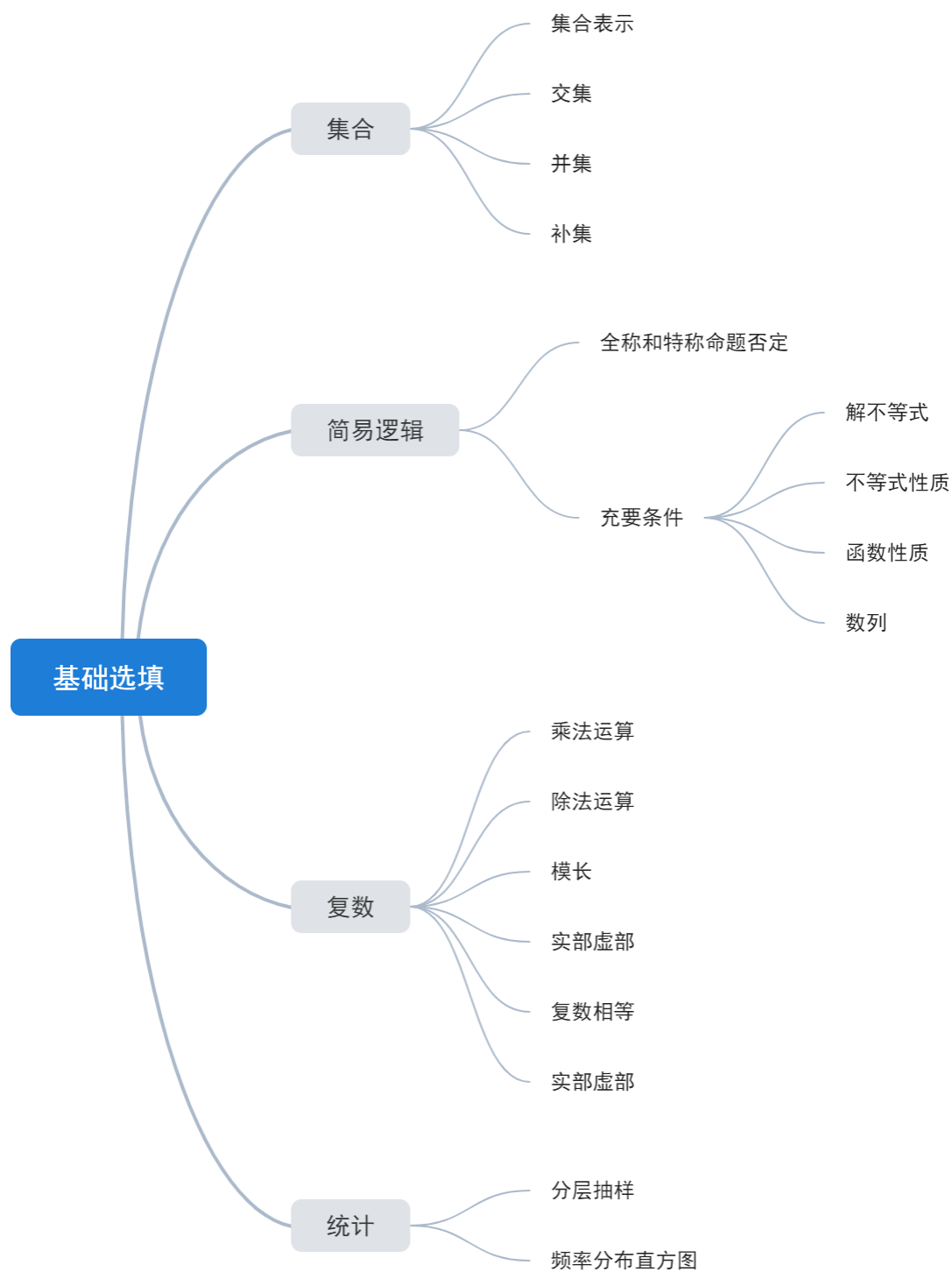


第三讲-集合、简易逻辑、复数和统计

1. 知识梳理



一、集合

1. 真题分析

集合的表示

1. 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x - 2| \leq 5\}$ 中的最小整数为 _____ .

交集

2. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{y \mid y = 3x - 2, x \in A\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

A. $\{1\}$

B. $\{4\}$

C. $\{1, 3\}$

D. $\{1, 4\}$

3. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x| \leq 2\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x \leq 1\}$, 则 $A \cap B = (\quad)$.

A. $(-\infty, 2]$

B. $[1, 2]$

C. $[-2, 2]$

D. $[-2, 1]$

4. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x - 1| < 2\}$, $\mathbf{Z}$ 为整数集, 则集合 $A \cap \mathbf{Z}$ 中所有元素的和等于 _____ .

5. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x + 2| < 3\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{R} \mid (x - m)(x - 2) < 0\}$, 且 $A \cap B = (-1, n)$, 则 $m = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}$.

6. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x + 3| + |x - 4| \leq 9\}$, $B = \left\{x \in \mathbf{R} \mid x = 4t + \frac{1}{t} - 6, t \in (0, +\infty)\right\}$, 则集合 $A \cap B = \underline{\hspace{1cm}}$.

并集

7. 设集合 $A = \{-1, 1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid 1 \leq x < 3\}$, 则 $(A \cap C) \cup B = (\quad)$.

A. $\{2\}$

B. $\{2, 3\}$

C. $\{-1, 2, 3\}$

D. $\{1, 2, 3, 4\}$

8. 设集合 $A = \{1, 2, 6\}$, $B = \{2, 4\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid -1 \leq x \leq 5\}$, 则 $(A \cup B) \cap C = (\quad)$.

A. $\{2\}$

B. $\{1, 2, 4\}$

C. $\{1, 2, 4, 6\}$

D. $\{x \in \mathbf{R} \mid -1 \leq x \leq 5\}$

9. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{-1, 0, 2, 3\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid -1 \leq x < 2\}$, 则 $(A \cup B) \cap C = (\quad)$.

- A. $\{-1, 1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{2, 3, 4\}$

10. 设集合 $A = \{1, 2, 6\}$, $B = \{2, 4\}$, $C = \{1, 2, 3, 4\}$, 则 $(A \cup B) \cap C = ()$.

- A. $\{2\}$ B. $\{1, 2, 4\}$ C. $\{1, 2, 4, 6\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

补集

11. 设全集为 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | x \geq 1\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = ()$.

- A. $\{x | 0 < x \leq 1\}$ B. $\{x | 0 < x < 1\}$
C. $\{x | 1 \leq x < 2\}$ D. $\{x | 0 < x < 2\}$

12. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $A = \{2, 3, 5\}$, 集合 $B = \{1, 3, 4, 6\}$, 则集合 $A \cap \complement_U B = ()$.

- A. $\{3\}$ B. $\{2, 5\}$ C. $\{1, 4, 6\}$ D. $\{2, 3, 5\}$

13. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 集合 $A = \{2, 3, 5, 6\}$, 集合 $B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$, 则集合 $A \cap (\complement_U B) = ()$.

- A. $\{2, 5\}$ B. $\{3, 6\}$
C. $\{2, 5, 6\}$ D. $\{2, 3, 5, 6, 8\}$

14. 设全集 $U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, 集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-3, 0, 2, 3\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) = ()$.

- A. $\{-3, 3\}$ B. $\{0, 2\}$
C. $\{-1, 1\}$ D. $\{-3, -2, -1, 1, 3\}$

2. 模拟演练

15. 已知集合 $A = \{x | 3x^2 + x - 2 \leq 0\}$, $B = \{x | \log_2(2x - 1) \leq 0\}$, 则 $A \cap B = ()$.

- A. $\left[-1, \frac{2}{3}\right]$ B. $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$
C. $\left(\frac{1}{2}, 1\right]$ D. $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$

16. 设集合 $M = \{x | x^2 + 3x + 2 > 0\}$, 集合 $N = \left\{x \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 4\right.\right\}$, 则 $M \cup N = ()$.

- A. $\{x | x \geq -2\}$ B. $\{x | x > -1\}$
C. $\{x | x \leq -2\}$ D. $\mathbf{R}$

17. 已知集合 $A = \{x | 2^x > 1\}$, $B = \{x | \log_2 x < 0\}$, 则 $\complement_A B = ()$.

- A. $(0, 1)$ B. $(0, 1]$ C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

二、简易逻辑

1. 真题分析

解不等式

18. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 则“ $a > 1$ ”是“ $a^2 > a$ ”的().
- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
19. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x > \frac{1}{2}$ ”是“ $2x^2 + x - 1 > 0$ ”的().
- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
20. 设集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x - 2 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | x < 0\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} | x(x - 2) > 0\}$, 则“ $x \in A \cup B$ ”是“ $x \in C$ ”的().
- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
21. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $2 - x \geq 0$ ”是“ $|x - 1| \leq 1$ ”的().
- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
22. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $1 < x < 2$ ”是“ $|x - 2| < 1$ ”的().
- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
23. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^2 - 5x < 0$ ”是“ $|x - 1| < 1$ ”的().
- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
24. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $|x - 2| < 1$ ”是“ $x^2 + x - 2 > 0$ ”的().
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
25. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $\left|x - \frac{1}{2}\right| < \frac{1}{2}$ ”是“ $x^3 < 1$ ”的().
- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

26. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^3 > 8$ ”是“ $|x| > 2$ ”的 () .

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

27. 设 $\theta \in \mathbf{R}$, 则“ $|\theta - \frac{\pi}{12}| < \frac{\pi}{12}$ ”是“ $\sin \theta < \frac{1}{2}$ ”的 () .

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

不等式性质

28. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $(a - b) \cdot a^2 < 0$ ”是“ $a < b$ ”的 () .

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

29. 设 $x > 0, y \in \mathbf{R}$, 则“ $x > y$ ”是“ $x > |y|$ ”的 () .

- A. 充要条件
- B. 充分而不必要条件
- C. 必要而不充分条件
- D. 既不充分也不必要条件

30. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则“ $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ ”是“ $x^2 + y^2 \geq 4$ ”的 () .

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

数列

31. 设 $\{a_n\}$ 是首项为正数的等比数列, 公比为 q , 则“ $q < 0$ ”是“对任意的正整数 $n, a_{2n-1} + a_{2n} < 0$ ”的 () .

- A. 充要条件
- B. 充分而不必要条件
- C. 必要而不充分条件
- D. 既不充分也不必要条件

函数性质

32. 设 $\varphi \in \mathbf{R}$, 则“ $\varphi = 0$ ”是“ $f(x) = \cos(x + \varphi) (x \in \mathbf{R})$ 为偶函数”的 () .

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

33. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a > b$ ”是“ $a|a| > b|b|$ ”的 () .

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

命题否定

34. 已知命题 $p: \forall x > 0$, 总有 $(x+1)e^x > 1$, 则 $\neg p$ 为().

- A. $\exists x_0 \leq 0$, 使得 $(x_0+1)e^{x_0} \leq 1$
- B. $\exists x_0 > 0$, 使得 $(x_0+1)e^{x_0} \leq 1$
- C. $\forall x > 0$, 总有 $(x+1)e^x \leq 1$
- D. $\forall x \leq 0$, 总有 $(x+1)e^x \leq 1$

2. 模拟演练

35. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^3 < 27$ ”是“ $\log_{\frac{1}{3}} x > -1$ ”的().

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

36. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $|x| + |x-2| < 4$ ”是“ $x^2 - x - 6 < 0$ ”的().

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

37. 若 $a > 0, b > 0$, 则“ $a+b \leq 4$ ”是“ $ab \leq 4$ ”的().

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

38. 设 $\{a_n\}$ 是首项大于零的等比数列, 则“ $a_1^2 < a_2^2$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 为递增数列”的().

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充要必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

39. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, m, p, q 为正整数, 则“ $p+q=2m$ ”是“ $a_p+a_q=2a_m$ ”的().

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

40. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $ab=0$ ”是“函数 $f(x)=x|x+a|+b$ 是奇函数”的().

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

41. 设 $p: f(x)=x^3+2x^2+mx+1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内单调递增, $q: m > \frac{4}{3}$, 则 p 是 q 的().

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

三、复数

1. 真题分析

乘法运算

42. i 是虚数单位, 复数 $(3+i)(1-2i)=$ _____.

除法运算

43. i 是虚数单位, 复数 $\frac{8-i}{2+i}=$ _____.

44. i 是虚数单位, 复数 $\frac{6+7i}{1+2i}=$ _____.

45. i 是虚数单位, 计算 $\frac{1-2i}{2+i}$ 的结果为_____.

46. i 是虚数单位, 复数 $\frac{7+i}{3+4i}=($ _____).

A. $1-i$

B. $-1+i$

C. $\frac{17}{25} + \frac{31}{25}i$

D. $-\frac{17}{7} + \frac{25}{7}i$

47. i 是虚数单位, 复数 $\frac{5+3i}{4-i}=($ _____).

A. $1-i$

B. $-1+i$

C. $1+i$

D. $-1-i$

48. i 是虚数单位, 复数 $\frac{7-i}{3+i}=($ _____).

A. $2+i$

B. $2-i$

C. $-2+i$

D. $-2-i$

49. i 是虚数单位, 复数 $\frac{1-3i}{1-i}=($ _____).

A. $2+i$

B. $2-i$

C. $-1+2i$

D. $-1-2i$

模长

50. i 是虚数单位, 则 $\left|\frac{5-i}{1+i}\right|$ 的值为_____.

实部

51. i 是虚数单位, 复数 z 满足 $(1+i)z=2$, 则 z 的实部为_____.

复数相等充要条件

52. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, i 是虚数单位, 若 $(a+i)(1+i)=bi$, 则 $a+bi=$ _____.

53. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, i 是虚数单位, 若 $(1+i)(1-bi)=a$, 则 $\frac{a}{b}$ 的值为_____.

复数为实数条件

54. 已知 $a \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位, 若 $\frac{a-i}{2+i}$ 为实数, 则 a 的值为 _____ .

 复数为纯虚数条件

55. i 是虚数单位, 若复数 $(1-2i)(a+i)$ 是纯虚数, 则实数 a 的值为 _____ .

2. 模拟演练

56. 若复数 $z = \frac{3-i}{2-i}$, 则 $|z| =$ _____ .

57. 设复数 z 满足 $i(z+1) = -3+2i$, 则 $\bar{z} =$ _____ .

四、统计

1. 真题分析

 分层抽样

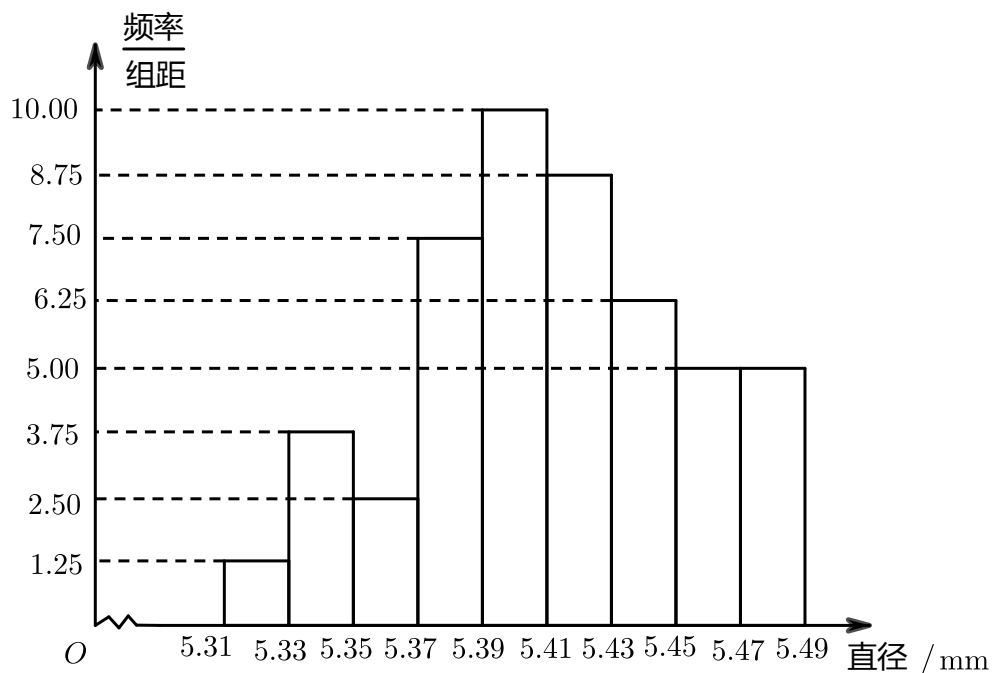
58. 某地区有小学150所, 中学75所, 大学25所. 现采用分层抽样的方法从这些学校中抽取30所学校对学生视力调查, 应从小学中抽取 _____ 所学校, 中学中抽取 _____ 所学校.

59. 一支田径队有男运动员48人, 女运动员36人, 若用分层抽样的方法从该队的全体运动员中抽取一个容量为21的样本, 则抽取男运动员的人数为 _____ .

60. 某大学为了解在校本科生对参加某项社会实践活动的意向, 拟采用分层抽样的方法, 从该校四个年级的本科生中抽取一个容量为300的样本进行调查. 已知该校一年级、二年级、三年级、四年级的本科生人数之比为4:5:5:6, 则应从一年级本科生中抽取 _____ 名学生.

 频率分布直方图

61. 从一批零件中抽取80个, 测量其直径 (单位mm), 将所得数据分为9组: $[5.31, 5.33)$, $[5.33, 5.35)$, $\dots$, $[5.45, 5.47)$, $[5.47, 5.49)$. 并整理得到如下频率分布直方图, 则在被抽取的零件中, 直径落在区间 $[5.43, 5.47)$ 内的个数为 ().



A. 10

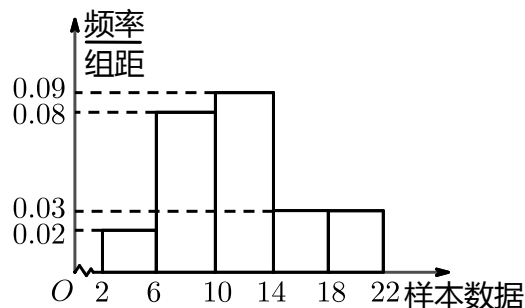
B. 18

C. 20

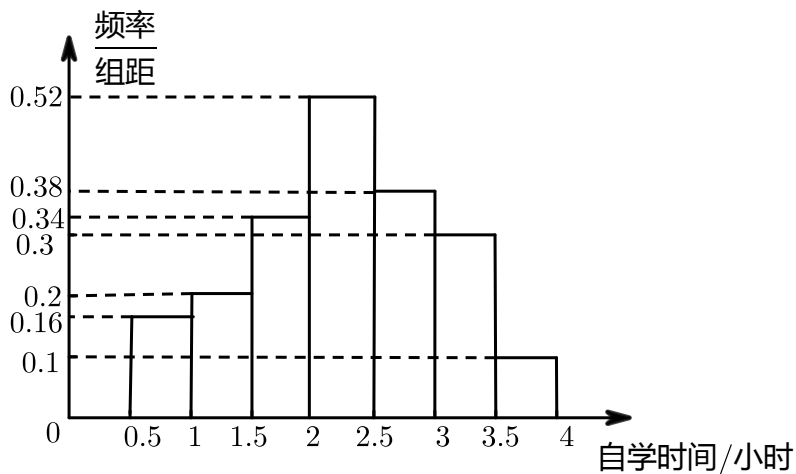
D. 36

2. 模拟演练

62. 一组样本数据的频率分布直方图如图所示，试估计此样本数据的中位数为 _____ .



63. 如图是某学校的教研处根据调查结果绘制的本校学生每天放学后的自学时间情况的频率分布直方图：根据频率分布直方图，求出自学时间的中位数和众数的估计值（精确到0.01）分别是（ ）.



A. 2.20 , 2.25

B. 2.29 , 2.20

C. 2.29 , 2.25

D. 2.25 , 2.25