

A. $(-\infty, 0]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $[-3, 0]$ D. $[-3.1]$

二、与不等式解集综合

1. 真题分析

7. 已知函数 $f(x) = x(1 + a|x|)$ ，设关于 x 的不等式 $f(x+a) < f(x)$ 的解集为 A ，若 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \subseteq A$ ，则

实数 a 的取值范围是 () .

- A. $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0\right)$
 B. $\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}, 0\right)$
 C. $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$
 D. $\left(-\infty, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$

2. 思路总结

与不等式解集综合问题的解决思路：

- 1、采取分类讨论的思路计算出来不等式的解集；
- 2、采取数形结合的思路，转化为图像之间的位置关系来处理；

3. 模拟演练

8. 已知函数 $f(x) = x(1 + |x|)$ ，设关于 x 的不等式 $f(x^2 + 1) > f(ax)$ 的解集为 A ，若 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \subseteq A$ ，

则实数 a 的取值范围为 () .

- A. $(-2, 2)$
 B. $\left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$
 C. $\left(-\frac{5}{2}, -1\right) \cup \left(1, \frac{5}{2}\right)$
 D. $\left(-\infty, -\frac{5}{2}\right) \cup \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$

三、综合创新

 对称点问题

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \ln x - 3x, & x > 0 \\ x^2 + 3x, & x \leq 0 \end{cases}$ 的图象上有且仅有四个不同的点关于直线 $y = -1$ 的对称点在 $y = kx - 1$ 的图象上, 则实数 k 的取值范围是 ().
- A. $(\frac{1}{2}, 1)$ B. $(\frac{1}{2}, 2)$
C. $(-1, 2)$ D. $(-1, 3)$

10. 已知函数 $g(x) = a - \frac{1}{2}x^2$ ($\frac{1}{e} \leq x \leq e$, e 为自然对数的底数) 与 $h(x) = \ln x$ 的图象上存在关于 x 轴对称的点, 则实数的取值范围是 ().
- A. $[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}e^2 - 1]$
B. $[\frac{1}{2}, \frac{1}{2e^2} + 1]$
C. $[\frac{1}{2e^2} + 1, \frac{1}{2}e^2 - 1]$
D. $[\frac{1}{2}e^2 - 1, +\infty)$

存在性问题

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax, & x \leq 1 \\ 2ax - 5, & x > 1 \end{cases}$ 若始终存在实数 b , 使得函数 $g(x) = f(x) - b$ 的零点不唯一, 则 a 的取值范围是 ().
- A. $[2, 4)$ B. $(-\infty, 2)$
C. $(-\infty, 4)$ D. $(-\infty, 4]$
12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x|, & x \leq a \\ x^2 - 4ax + 4a, & x > a \end{cases}$, 记函数 $g(x) = f(x) - t$, 若存在实数 t , 使得函数 $g(x)$ 有四个零点, 则实数 a 的取值范围是 _____.

整体换元

13. 对于任意的正实数 x, y 都有 $(2x - \frac{y}{e}) \ln \frac{y}{x} \leq \frac{x}{me}$ 成立, 则实数 m 的取值范围为 ().
- A. $(\frac{1}{e}, 1]$
B. $(\frac{1}{e^2}, 1]$
C. $(\frac{1}{e^2}, e]$
D. $(0, \frac{1}{e}]$
14. 若存在正实数 m , 使得关于 x 的方程 $x + a(2x + 2m - 4ex) \cdot [\ln(x + m) - \ln x] = 0$ 有 2 个不同的实根, 则实数 a 的取值范围为 _____.

复合函数零点

15. 已知函数 $f(x) = -x^2 - 2x$, $g(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{4x}, & x > 0 \\ x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$, 若方程 $g[f(x)] - a = 0$ 的实数根的个数有4个, 则 a 的取值范围是 _____.

16. 已知实数 $a > 0$, 函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} + \frac{a}{2}, & x < 0 \\ e^{x-1} + \frac{a}{2}x^2 - (a+1)x + \frac{a}{2}, & x \geq 0 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f[-f(x)] = e^{-a} + \frac{a}{2}$ 有三个不等的实根, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $\left(1, 2 + \frac{2}{e}\right)$ B. $\left(2, 2 + \frac{2}{e}\right)$
 C. $\left(1, 1 + \frac{1}{e}\right)$ D. $\left(2, 2 + \frac{1}{e}\right)$

整数解问题

17. 若关于 x 不等式 $xe^x - ax + a < 0$ (e 为自然对数的底数) 的解集为 (m, n) , 且 (m, n) 中只有一个整数, 则实数 a 的取值范围是 ().
- A. $\left(\frac{2}{3e^2}, \frac{1}{2e}\right)$
 B. $\left(\frac{2}{3e^2}, \frac{1}{e}\right)$
 C. $\left[\frac{2}{3e^2}, \frac{1}{e}\right)$
 D. $\left[\frac{2}{3e^2}, \frac{1}{2e}\right)$
18. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2 - \left|\left(\frac{k+17}{4}\right)x + 2\right|, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = k\left(x - \frac{4}{3}\right)$, 其中 $k > 0$, 若存在唯一的整数 x , 使得 $f(x) < g(x)$, 则实数 k 的取值范围是 _____.