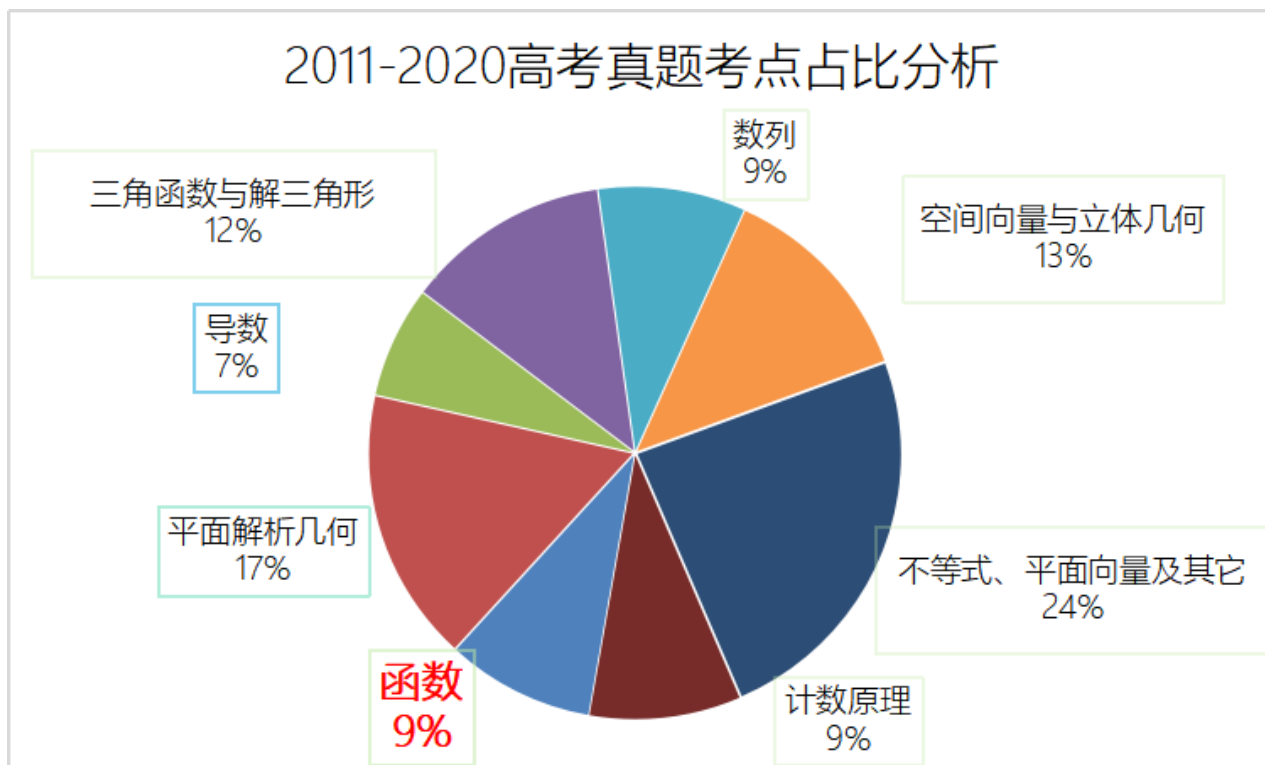


第一讲-函数性质

1. 考情分析

📍 考点占比



📍 考点分析

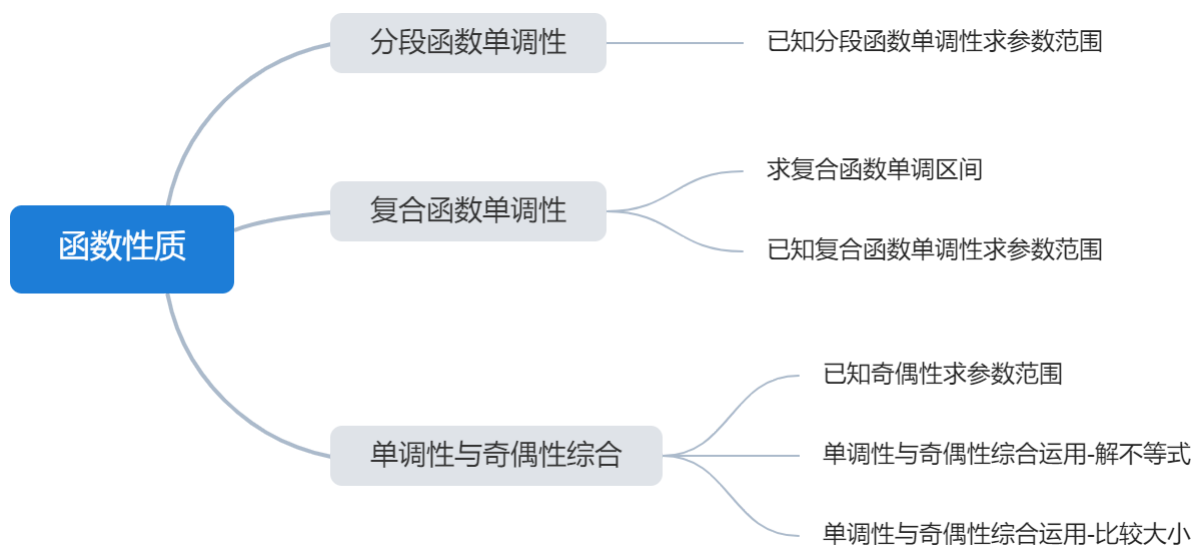
2011-2020高考真题考点分析

年份	考点	题号	分值
2011	指数对数比大小、函数与方程	7、8	10
2012	函数零点、函数与方程	4、14	10
2013	函数零点、函数与方程	7、8	10
2014	复合函数单调性、函数与方程	4、14	10
2015	单调性与奇偶性综合+指数对数比大小、函数与方程	7、8	10
2016	分段函数单调性+函数与方程、单调性与奇偶性综合	8、13	10
2017	单调性与奇偶性综合+指数对数比大小、函数与方程	6、8	10
2018	指数对数比大小、函数与方程	5、14	10
2019	指数对数比大小、函数与方程	6、8	10
2020	函数图像、指数对数比大小、函数与方程	3、6、9	15

考点	年份	考察频次
函数与方程	2011-2020	10
指数对数比大小	2011、2015、2017-2020	6
单调性与奇偶性综合	2015-2017	3
复合函数单调性	2014	1

分段函数单调性	2016	1
函数图像	2020	1
函数零点	2012、2013	2

2. 考点梳理



一、分段函数单调性

1. 真题分析

1. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 + (4a - 3)x + 3a, & x < 0 \\ \log_a(x + 1) + 1, & x \geq 0 \end{cases}$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, 则 a 的取值范围是 _____.

2. 思路总结

分段函数单调性问题求解步骤:

- 1、根据每一段上函数的单调性求解参数范围; 例如我们如果说某个分段函数在定义域范围单调递增, 那么这个函数首先需要满足的就是在每一段上面单调递增

2、考虑临界位置处的函数值大小情况；例如如果我们说函数 $f(x) = \begin{cases} h(x); x \geq a \\ g(x); x < a \end{cases}$ 在全体实数上单调递增，则必须有 $h(a) \geq g(a)$

3. 模拟演练

2. 若 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - ax - 5, x \leq 1 \\ \frac{a}{x}, x > 1 \end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的单调递增函数，则 a 的取值范围是 _____ .
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a^{-x}, x < -1 \\ (1-2a)x + 3a, x \geq -1 \end{cases}$ ，对任意的 $x_1, x_2 \in \mathbf{R} (x_1 \neq x_2)$ ，总有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ 成立，则实数 a 的取值范围是 () .
- A. $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ B. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$
C. $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$
4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (3-a)x - 3, x \leq 7 \\ a^{x-6}, x > 7 \end{cases}$ 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = f(n) (n \in \mathbf{N}^*)$ ，且 $\{a_n\}$ 是递增数列，那么实数 a 的取值范围是 () .
- A. $(2, 3)$ B. $(1, 3)$
C. $\left[\frac{9}{4}, 3\right)$ D. $\left(\frac{9}{4}, 3\right)$

二、复合函数单调性

1. 真题分析

5. 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4)$ 的单调递增区间是 () .
- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 0)$
C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2)$

2. 思路总结

复合函数单调性问题求解步骤：

- 1、计算函数定义域；
- 2、明确外层函数的单调性；
- 3、根据整体单调性结合口诀“同增异减”得出内层函数单调性和单调性区间；
- 4、单调区间和定义域取交集；

3. 模拟演练

求解单调区间

6. 函数 $y = \log_2(x^2 - 5x + 6)$ 的单调递减区间为 () .
- A. $\left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$ B. $(3, +\infty)$
- C. $\left(-\infty, \frac{5}{2}\right)$ D. $(-\infty, 2)$
7. 函数 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 9)$ 的单调递增区间为 () .
- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $(3, +\infty)$ D. $(-\infty, -3)$

求参数范围

8. 若 $y = \log_{\frac{1}{3}}(3x^2 - ax + 5)$ 在 $[-1, +\infty)$ 上单调递减，则 a 的取值范围是_____.
9. 已知函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - ax + a)$ 在 $(\sqrt{2}, +\infty)$ 上是减函数，则 a 的取值范围是().
- A. $[2\sqrt{2}, 4)$
- B. $[2\sqrt{2}, 2\sqrt{2} + 2]$
- C. $(-\infty, 2\sqrt{2}]$
- D. $[2\sqrt{2}, +\infty)$

三、单调性与奇偶性综合

1. 真题分析

10. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数,且在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增.若实数 a 满足 $f(2^{|a-1|}) > f(-\sqrt{2})$,则 a 的取值范围是_____.
11. 已知奇函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数, $g(x) = xf(x)$. 若 $a = g(-\log_2 5.1)$, $b = g(2^{0.8})$, $c = g(3)$, 则 a , b , c 的大小关系为().
- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$
12. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = 2^{|x-m|} - 1$ (m 为实数)为偶函数, 记 $a = f(\log_{0.5} 3)$, $b = f(\log_2 5)$, $c = f(2m)$, 则 a , b , c 的大小关系为().
- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

2. 思路总结

单调性与奇偶性综合问题求解步骤：

1、判断函数的单调性与奇偶性；此处需要明确的是有的问题给的是函数解析式，需要我们判断这个函数的单调性和奇偶性，有的问题给的导数相关不等式，需要我们结合导数判断单调性，有的问题给的是对称性，需要进行转化

2、如果是求解不等式的问题需要我们利用奇偶性或者题目给的函数值化简成

$f(x_1) < f(x_2)$ 或者 $f(x_1) > f(x_2)$ 的形式，然后借助单调性得到

$x_1 < x_2$ 或者 $x_1 > x_2$ 或者 $|x_1| > |x_2|$ 或者 $|x_1| < |x_2|$ 的形式进行求解；如果是比较大小，需要判断题目给的数值的大小关系或者这些数值绝对值的大小关系，其中如果是偶函数需要加绝对值，奇函数则不需要。

3. 模拟演练

已知奇偶性求参数值

13. 若函数 $f(x) = x \ln(x + \sqrt{a + x^2})$ 为偶函数，则 $a =$ _____ .

14. 若 $f(x) = \frac{k - 2^x}{1 + k \cdot 2^x}$ 为奇函数，则 k 的值为 _____ .

15. 若函数 $f(x) = -x - \log_2 \frac{2 + ax}{2 - x}$ 为奇函数，则 $a =$ _____ .

求解不等式

16. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增。若实数 a 满足

$f(\log_2 a) + f(\log_{\frac{1}{2}} a) \leq 2f(1)$ ，则 a 的取值范围是 _____ .

17. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，且 $f(1) = 0$ ，若实数 a 满足

$f(\log_5 a) \geq f(\log_{\frac{1}{5}} a)$ ，则实数 a 的取值范围是 _____ .

18. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + \ln(\sqrt{1+x^2} + x), & x \geq 0 \\ 3x^2 + \ln(\sqrt{1+x^2} - x), & x < 0 \end{cases}$ ，若 $f(x-1) < f(2x+1)$ ，则 x 的取值范围为 _____ .

19. 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ ，满足 $f(x) > 1$ ， $y = f(x) - 3$ 的奇函数，且 $f(x) + f'(x) > 1$ ，则不等式

$\ln(f(x) - 1) > \ln 2 - x$ 的解集为 () .

A. $(1, +\infty)$

B. $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

C. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

D. $(0, +\infty)$

比较大小

20. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2-|x-m|} + 5$ 为偶函数，记 $a = f(\log_{0.5} 3)$ ， $b = f(\log_2 5)$ ， $c = f(2m - 2)$ ，则 () .

A. $a < c < b$

B. $c < b < a$

C. $c < a < b$

D. $a < b < c$

21. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 对任意两个不相等的正数 x_1, x_2 , 都有 $\frac{x_2 f(x_1) - x_1 f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$, 记 $a = \frac{f(4.1^{0.2})}{4.1^{0.2}}, b = \frac{f(0.4)^{2.1}}{0.4^{2.1}}, c = \frac{f(\log_{0.2} 4.1)}{\log_{0.2} 4.1}$, 则().
- A. $a < c < b$ B. $a < b < c$ C. $c < b < a$ D. $b < c < a$
22. 已知函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(-\pi, \pi)$, 且函数 $y = f(x+2)$ 的图象关于直线 $x = -2$ 对称, 当 $x \in (0, \pi)$ 时, $f(x) = \pi \ln x - f'\left(\frac{\pi}{2}\right) \sin x$ (其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数), 若 $a = f(\log_{\pi} 3)$, $b = f\left(\log_{\frac{1}{3}} 9\right), c = f\left(\pi^{\frac{1}{3}}\right)$, 则 a, b, c 的大小关系是().
- A. $b > a > c$ B. $a > b > c$ C. $c > b > a$ D. $b > c > a$
23. 已知函数 $f(x) = e^{|x|} + 2\sin^2 \frac{x}{2} - 1$, $a = f\left(\log_{\frac{1}{5}} 3\right), b = f(-0.4^{-0.5}), c = f(3^{\log_3 3.1})$, 则 a, b, c 的大小关系().
- A. $a > c > b$ B. $b > c > a$ C. $c > b > a$ D. $a > b > c$
24. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数 $y = f(x)$ 的导函数为 $y = f'(x)$, 当 $x \neq 0$ 时, $f'(x) + \frac{f(x)}{x} < 0$. 若 $a = \frac{2}{3} f\left(\frac{2}{3}\right), b = -2f(-2), c = \ln \frac{1}{3} f\left(\ln \frac{1}{3}\right)$, 则 a, b, c 的大小关系正确的是().
- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $a < c < b$ D. $c < a < b$