

第三讲-三角函数图像性质练习题

一、图像变换

1. 函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($x \in \mathbf{R}, \omega > 0$) 的最小正周期为 π ，为了得到函数 $g(x) = \cos \omega x$ 的图象，只要将 $y = f(x)$ 的图象 () .
A. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度
B. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度
D. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度
2. 将函数 $f(x) = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，则 $g(x)$ 具有的性质是 () .
A. 图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称且最大值为1
B. 图象关于点 $\left(-\frac{3\pi}{8}, 0\right)$ 对称且周期为 π
C. 在区间 $\left(-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right)$ 上单调递增且为偶函数
D. 在区间 $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ 上单调递增且为奇函数
3. 将函数 $f(x) = \sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x$ ($x \in \mathbf{R}$) 的图象与 x 轴的两个相邻的交点的距离是 $\frac{\pi}{2}$ ，若将 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到的函数 $y = g(x)$ 的图象，则 () .
A. 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{6}\right]$ 上单调递减
B. 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减
C. 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增
D. 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4}, 0\right]$ 上单调递增
4. 将函数 $f(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向右平移 φ ($\varphi > 0$) 个单位，再将图象上每一点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变)，所得图象关于直线 $x = \frac{\pi}{4}$ 对称，则 φ 的最小值为 () .
A. $\frac{\pi}{8}$
B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{3\pi}{8}$
D. $\frac{\pi}{2}$
5. 将函数 $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$ 图象向右平移 φ ($\varphi > 0$) 个单位，所得图象对应的函数恰为偶函数，则 φ 的最小值为 () .
A. $\frac{\pi}{6}$
B. $\frac{\pi}{12}$
C. $\frac{\pi}{4}$
D. $\frac{\pi}{3}$

二、参数确定

三、 零点问题

12. 已知函数 $f(x) = \sin 2\omega x - 2\cos^2 \omega x + 1 (\omega > 0)$, $x \in \mathbf{R}$, 若函数 $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 内没有零点, 则 ω 的取值范围为 _____ .
13. 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$, 其中 $\omega > 0$. 若函数 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上恰有 2 个零点, 则 ω 的取值范围是 _____ .
14. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x - \cos \omega x (\omega > \frac{1}{4}, x \in \mathbf{R})$, 若 $f(x)$ 的图像的任意一条对称轴与 x 轴的交点的横坐标都不属于区间 $(2\pi, 3\pi)$, 则 ω 的取值范围是 ().
- A. $(\frac{3}{8}, \frac{7}{12})$
B. $[\frac{3}{8}, \frac{11}{12}]$
C. $(\frac{3}{8}, \frac{7}{12}) \cup (\frac{7}{8}, \frac{11}{12})$
D. $[\frac{3}{8}, \frac{7}{12}] \cup [\frac{7}{8}, \frac{11}{12}]$

四、 化简+性质

15. 已知函数 $f(x) = \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3\cos^2 x$, $x \in \mathbf{R}$, 求:
- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和单调递增区间.
- (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上的最大值和最小值.
16. 已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin(ax - \frac{\pi}{4}) \cos(ax - \frac{\pi}{4}) + 2\cos^2(ax - \frac{\pi}{4}) (a > 0)$, 且函数的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$.
- (1) 求 a 的值.
- (2) 求 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{4}]$ 上的最大值和最小值.
17. 设函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{6}) + \sin(\omega x - \frac{\pi}{2})$, 其中 $0 < \omega < 3$, 已知 $f(\frac{\pi}{6}) = 0$.
- (1) 求 ω .
- (2) 将函数 $y = f(x)$ 的图象上各点的横坐标伸长为原来的 2 倍 (纵坐标不变), 再将得到的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 求 $g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ 上的最小值.

五、 综合创新

18.

已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$ 单调, 且 $f(0) = f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -f\left(\frac{\pi}{3}\right)$, 则正数 ω 的值为 _____ .

19. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega > 0$) 在 $\left(\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right)$ 上有最大值, 但没有最小值, 则 ω 的取值范围是 _____ .

20. 已知函数 $f(x) = 2 \sin \omega x \cos^2\left(\frac{\omega x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \sin^2 \omega x$ ($\omega > 0$) 在区间 $\left[-\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$ 上是增函数, 且在区间 $[0, \pi]$ 上恰好取得一次最大值, 则 ω 的取值范围是 () .

A. $\left(0, \frac{3}{5}\right]$

B. $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{5}\right]$

C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{5}\right]$

D. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$