

三种常见分布

一、 两点分布

如果随机变量的分布列为

X	1	0
P	p	$1-p$

其中 $0 < p < 1$ ，则称离散型随机变量 X 服从参数为 p 的两点分布。

例1

- 下列随机变量中服从两点分布的是（ ）。
A. 射击一次命中目标的次数
B. 抛掷三枚骰子，所得的点数之和
C. 抛掷一枚骰子，所得的点数
D. 6张卡片上分别标有号码1, 2, 3, 4, 5, 6，从中任取3张，三张卡片中最大的号码
- 设随机变量 X 服从两点分布，若 $P(X=1) - P(X=0) = 0.2$ ，则成功概率 $P(X=1) = ()$ 。
A. 0.2 B. 0.4 C. 0.6 D. 0.8

练1

- 已知随机变量 X 服从两点分布，且 $P(X=1) = 0.6$ ，设 $\xi = 3X - 2$ ，那么 $P(\xi = -2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 若离散型随机变量 X 的分布列为

X	0	1
P	$9c^2 - c$	$3 - 8c$

则常数 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $P(X=1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 袋内有10个白球，5个红球，从中摸出两球，记 $X = \begin{cases} 0, & \text{两球全红,} \\ 1, & \text{两球非全红,} \end{cases}$ ，求随机变量 X 的分布列。

二、 二项分布

一般的，在相同条件下重复地做 n 次试验，各次试验的结果相互独立，称为 n 次独立重复试验。在 n 次独立重复试验中，事件 A 恰好发生 k 次的概率为 $P(X=k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ (其中 p 为在一次试验中事件 A 发生的概率， $q = 1 - p$ ， $k=0, 1, \dots, n$)。若将 n 次独立重复试验中事件 A 发生的次数设为 X ，则 X 的分布列为

X	0	1	...	k	...	n
P	$C_n^0 p^0 q^n$	$C_n^1 p^1 q^{n-1}$	...	$C_n^k p^k q^{n-k}$	...	$C_n^n p^n q^0$

称这样的离散型随机变量 X 服从参数为 n 、 p 的二项分布，记作 $XB(n, p)$ 。

例2

6. 口袋中装有大小、轻重都无差别的5个红球和4个白球，每一次从袋中摸出2个球，若颜色不同，则为中奖，每次摸球后，都将摸出的球放回口袋中，则3次摸球恰有1次中奖的概率为（ ）。

- A. $\frac{80}{243}$ B. $\frac{100}{243}$
C. $\frac{80}{729}$ D. $\frac{100}{729}$

7. 同时抛掷5枚质地均匀的硬币，设正面向上的硬币数为随机变量 X 。

求 X 的分布列。

练2

8. 小王在某社交网络的朋友圈中，向在线的甲乙丙随机发放红包，每次发放1个。

(1) 若小王发放5元的红包2个，求甲恰得1个的概率。

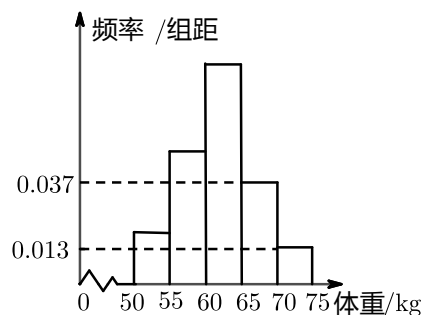
(2) 若小王发放3个红包，其中5元的2个，10元的1个。记乙所得红包的总钱数为 X （单位：元），求 X 的分布列。

9. 某高中生每天骑电动自行车上学，从家到学校的途中有4个交通岗，假设他在各交通岗遇到红灯的事件是相互独立的，并且概率都是 $\frac{1}{3}$ 。

(1) 求这名学生在上学途中遇到红灯的次数 X 的分布列。

(2) 求这名学生在上学途中首次遇到红灯时已通过3个交通岗的概率。

10. 为了解今年某校高三毕业班报考飞行员学生的体重情况，现对该校报考飞行员学生的体重进行了统计，将所得的数据整理后，画出了如图所示的频率分布直方图，已知图中从左到右的前3个小组的频率之比为1:2:3，其中第2组的频数为12。



(1) 求该校报考飞行员的总人数。

(2)

以这所学校的样本数据来估计全省的总体数据，若从全省报考飞行员的同学中（人数很多）任选三人，设 X 表示体重超过60kg的学生人数，求 X 的分布列。

11. 某学校举行联欢会，所有参演的节目都由甲、乙、丙三名专业老师投票决定是否获奖。甲、乙、丙三名老师都有“获奖”“待定”“淘汰”三类票各一张。每个节目投票时，甲、乙、丙三名老师必须且只能投一张票，每人投三类票中的任何一类票的概率都为 $\frac{1}{3}$ ，且三人投票相互没有影响，若投票结果中至少有两张“获奖”票，则决定该节目最终获一等奖；否则，该节目不能获一等奖。
- (1) 求某节目的投票结果是最终获一等奖的概率。
- (2) 求某节目投票结果中所含“获奖”和“待定”票票数之和 X 的分布列。
12. 为了防止受到核污染的产品影响我国民众的身体健康，要求产品在进入市场前必须进行两轮核辐射检测，只有两轮都合格才能进行销售，否则不能销售。已知某产品第一轮检测不合格的概率为 $\frac{1}{6}$ ，第二轮检测不合格的概率为 $\frac{1}{10}$ ，两轮检测是否合格相互没有影响。
- (1) 求该产品不能销售的概率。
- (2) 如果产品可以销售，则每件产品可获利40元；如果产品不能销售，则每件产品亏损80元（即获利-80元）。已知一箱中有产品4件，记一箱产品获利 X 元，求 X 的分布列。

三、超几何分布

一般的，设有总数为 N 件的两类物品，其中一类有 M 件，从所有物品中任取 n 件($n \leq N$)，这 n 件中所含这类物品件数 X 是一个离散型随机变量，它取值为 m 时的概率为 $P(X = m) = \frac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$ ($0 \leq m \leq l$ ，其中 l 为 n 和 M 中较小的一个)。我们称离散型随机变量 X 的这种形式的概率分布为超几何分布，也称 X 服从参数为 N 、 M 、 n 的超几何分布。

例3

13. 某学校数学兴趣小组有10名学生，其中有4名女学生，现从中抽取3名学生参加科技节活动。
- (1) 求抽取的学生中恰有1名女学生的概率。
- (2) 记 ξ 表示抽取的3名学生中男学生数，求 ξ 的分布列。
14. 在某年级的联欢会上设计一根摸奖游戏，在一个口袋中装有4个红球和4个白球，这些球除颜色外完全相同，一次从中摸出3个球， X 表示摸出红球的个数。
- (1) 求 X 的分布列。（用数字作答）
- (2) 至少摸到2个红球就中奖，求中奖的概率。（用数字作答）
- 15.

一个盒子里装有7张卡片，其中有红色卡片4张，编号分别为1, 2, 3, 4；白色卡片3张，编号分别为2, 3, 4. 从盒子中任取4张卡片（假设取到任何一张卡片的可能性相同）.

(1) 求取出的4张卡片中，含有编号为3的卡片的概率.

(2) 在取出的4张卡片中，红色卡片编号的最大值设为 X ，求随机变量 X 的分布列.

练3

16. 某人参加一次英语口语考试，已知在备选的10道试题中，能答对其中的6道题，规定每次考试都从备选题中随机抽出3道题进行测试，求答对试题数 ξ 的概率分布.

17. PM2.5是指悬浮在空气中的空气动力学当量直径小于或等于2.5微米的颗粒物，也称为可入肺颗粒物. 根据现行国家标准GB3095-2012，PM2.5日均值在35微克/立方米以下，空气质量为一级；在35微克/立方米~75微克/立方米之间，空气质量为二级；在75微克/立方米以上，空气质量为超标. 从某市2018年全年每天的PM2.5日均值监测数据中随机地抽取10天的数据作为样本，监测值频数如下表：

PM2.5日均值 (微克/立方米)	[25, 35]	(35, 45]	(45, 55]	(55, 65]	(65, 75]	(75, 85]
频数(天)	3	1	1	1	1	3

(1) 从这10天的PM2.5日均值监数据中，随机抽出3天，求恰有1天空气质量达到一级的概率.

(2) 从这10天的数据中任取3天数据，记 ξ 表示抽到PM2.5日均值监测数据超标的天数，求 ξ 的分布列.

18. 从甲地到乙地要经过3个十字路口，设各路口信号灯工作相互独立，且在各路遇到红灯的概率分别为 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$.

(1) 设 x 表示一辆车从甲地到乙地遇到红灯的个数，求随机变量 X 的分布列和数学期望.

(2) 若有2辆独立地从甲地到乙地，求这2车辆共遇到1个红灯的概率.

19. 已知盒中共有9个球，其中有4个红球、3个黄球和2个绿球，这些球除颜色外完全相同.

(1) 从盒中一次随机取出2个球，求取出的2个球颜色相同的概率.

(2) 从盒中一次随机取出4个球，其中红球、黄球、绿球的个数分别记为 x_1 , x_2 , x_3 ，随机变量 X 表示 x_1 , x_2 , x_3 中的最大数，求 X 的概率分布.

(3) 从盒中一次随机取出4个球，随机变量 X 表示这四个球中相同颜色球的个数，求 X 的概率分布.