

恒成立与能成立综合问题练习题

1. 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{4}x + \frac{3}{4x} - 1$, $g(x) = x^2 - 2bx + 4$, 若对任意 $x_1 \in (0, 2)$, 当 $x_2 \in [1, 2]$ 时, $f(x_1) \geq g(x_2)$ 恒成立, 求实数 b 的取值范围.
2. 已知 $x \in [0, 1]$, 函数 $f(x) = x^2 - \ln(x + \frac{1}{2})$, $g(x) = x^3 - 3a^2x - 4a$, 设 $a \leq -1$, 若 $\forall x_1 \in [0, 1]$, 总存在 $x_0 \in [0, 1]$, 使得 $g(x_0) = f(x_1)$ 成立, 求 a 的取值范围.
3. 已知 $f(x) = \frac{4x}{3x^2 + 3} (x \in (0, 2))$, $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x - a$.
 - (1) 求 $f(x)$ 的值域.
 - (2) 若 $\exists x \in [1, 2]$, 使得 $g(x) = 0$, 求 a 的取值范围.
 - (3) 对 $\forall x_1 \in (0, 2)$, 总存在 $x_2 \in [1, 2]$ 使得 $f(x_1) = g(x_2)$, 求 a 的取值范围.