

含参函数的单调性练习题

一、一次型问题

1. 已知函数 $f(x) = ax - 1 - \ln x$, $a \in \mathbf{R}$.

讨论函数 $f(x)$ 的单调区间.

2. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = \frac{a}{x} + \ln x - 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $(0, e]$ 上的最小值.

二、二次型问题

3. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - \ln x$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

4. 已知函数 $f(x) = 2\ln x + \frac{1}{2}ax^2 - (2a+1)x$ ($a > 0$), 讨论 $f(x)$ 的单调性.

5. 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1-a}{2}x^2 - ax - a$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

(2) 当 $a = 1$ 时, 设函数 $g(t)$ 表示 $f(x)$ 在区间 $[t, t+3]$ 上最大值与最小值的差, 求 $g(t)$ 在区间 $[-3, -1]$ 上的最小值.

三、指数型问题

6. 已知函数 $f(x) = e^x - 2ax + a + 1$.

试讨论 $f(x)$ 的单调性.

四、对数型问题

7. 已知函数 $f(x) = (ax^2 - x) \ln x - \frac{1}{2}ax^2 + x$, $a \in \mathbf{R}$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

