

极值与最值练习题

一、极值

1. 已知函数 $f(x) = 2\ln x - x$, 则 $f(x)$ 的极值点为 () .
A. 2 B. $x = 2$ C. $(2, 2\ln 2 - 2)$ D. $2\ln 2 - 2$
2. 关于函数 $f(x) = x^3 - x^2 + x$, 下列说法正确的是 () .
A. 有极大值, 没有极小值 B. 有极小值, 没有极大值
C. 既有极大值也有极小值 D. 既无极大值也无极小值
3. 函数 $y = 1 + 3x - x^3$ 有 () .
A. 极小值-2, 极大值2 B. 极小值-2, 极大值3
C. 极小值-1, 极大值1 D. 极小值-1, 极大值3
4. 已知函数 $f(x) = (2x - x^2)e^x$, 求函数 $f(x)$ 的极值点 .

二、最值

5. 函数 $f(x) = x^2 - 4x + 1$ 在 $[1, 5]$ 上的最大值和最小值分别为 () .
A. $f(1), f(5)$ B. $f(2), f(5)$
C. $f(1), f(2)$ D. $f(5), f(2)$
6. 函数 $f(x) = 2x^2 - \frac{1}{3}x^3$ 在区间 $[0, 6]$ 上的最大值是 () .
A. $\frac{32}{3}$ B. $\frac{16}{3}$ C. 12 D. 9
7. 函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最小值为 _____ .
8. 函数 $f(x) = e^x - x$ 在 $[-2, 2]$ 上的最小值为 _____ .
9. 函数 $f(x) = 3x - 4x^3$, $(x \in [0, 1])$ 的最大值是 () .
A. $\frac{1}{2}$ B. -1 C. 0 D. 1

三、含参函数极值 (不需分类讨论)

10. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2a^2 \ln x (a > 0)$.

- (1) 若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极值, 求实数 a 的值;
- (2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
- (3) 若 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上没有零点, 求实数 a 的取值范围.

11. 已知函数 $f(x) = ax^2 + (a - 2)x - \ln x$.

- (1) 若函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 时取得极值, 求实数 a 的值.
- (2) 当 $0 < a < 1$ 时, 求 $f(x)$ 零点的个数.

四、含参函数最值 (不需分类讨论)

12. 设函数 $f(x) = ax^2 - (2a + 1)x + \ln x$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.
- (2) $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, 若 $y = f(x)$ 在区间 $(0, 2)$ 上有最大值, 求 a 的取值范围.

五、含参函数极最值问题 (不需分类讨论)

13. 已知函数 $f(x) = x^2 + a \ln x$ 的极值点为 2.

- (1) 求实数 a 的值.
- (2) 求函数 $f(x)$ 的极值.
- (3) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上的最值.

14. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 - x - 3$ 在 $x = -1$ 时取得极值.

- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 1]$ 上的最大值.