

2空间中的位置关系练习题

|| 公理二和公理三

1. 下列命题中，正确命题的个数为（ ）.

- (1) 首尾相接的四条线段在同一平面内
- (2) 三条互相平行的线段在同一平面内
- (3) 两两相交的四条直线在同一个平面内
- (4) 若四个点中的三个点在同一直线上，那么这四个点在同一平面内.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】 A

【解析】 根据题意，(1) 空间四边形首尾相连，不在一平面内 (1) 错误；

(2) 由空间平行线知 (2) 错误；

(3) 由三棱锥知 (3) 错误；

(4) 正确

故选A.

【标注】 【知识点】已知线面位置关系判定结论的问题；三个公理、三个推论；点、直线、平面之间的位置关系；平面图形、空间几何体的直观图认识

2. 下面四个说法中，

①如果两个平面有三个公共点，那么这两个平面重合

②两条直线可以确定一个平面

③若 $M \in \alpha$, $M \in \beta$, $\alpha \cap \beta = l$, 则 $M \in l$

④空间中，相交于同一点的三条直线在同一平面内

说法正确的个数为（ ）个.

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

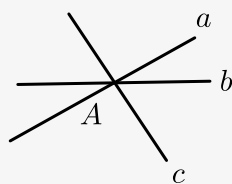
【答案】 A

【解析】 对于①，如果两个平面有三个公共点，这两个平面可以相交，未必重合.

对于②，由平面三公理三推论中知两平行直线确定一个平面，两个相交直线也确定一个平面. ②中未强调是两条什么样的直线，如果是两条异面直线，则确定不了一个平面.

对于③，由平面三公理三推论中公理三可知，两平面的公共点必然在这两个平面的交线上，故③正确．

对于④，相交于同一点的三条直线有可能在一个平面内如



也可能不在同一平面内如



综上所述：只有③正确．

故选A．

【标注】【知识点】三个公理、三个推论；已知线面位置关系判定结论的问题；点、直线、平面之间的位置关系

3. 下列说法中正确的个数是（ ）．

- ①空间中三条直线交于一点，则这三条直线共面；
- ②平行四边形可以确定一个平面；
- ③若一个角的两边分别平行于另一个角的两边，则这两个角相等；
- ④若 $A \in \alpha$ ， $A \in \beta$ ，且 $\alpha \cap \beta = l$ ，则 A 在 l 上．

A. 1

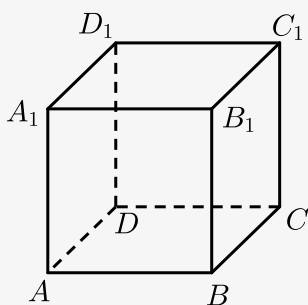
B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 B

【解析】 ①如下图正方体 AB ， AD ， AA_1 交于一点，过3条线显然不共面，



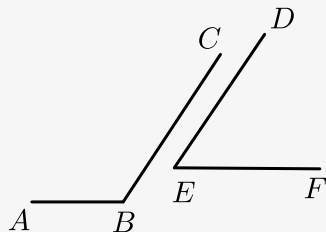
故①错误；

② $\because$ 平行四边形为平面图形且还有一组对边平行，

又 $\because$ 经过两条平行直线可以确定一个平面，

故②正确；

③如下图，



$AB \parallel EF$ ， $BC \parallel DE$ ， $\angle B$ 与 $\angle E$ 互补，不相等，

故③错误；

④ $\because A \in \alpha$ ， $A \in \beta$ ，

$\therefore A$ 为 α 与 β 的公共点，

$\therefore A$ 在 α 与 β 的公共直线上，

$\therefore A$ 在交线上，

故④正确。

故选B。

【标注】【知识点】已知线面位置关系判定结论的问题；三个公理、三个推论

4. 设平面 α 与平面 β 相交于直线 l ，直线 $a \subset \alpha$ ，直线 $b \subset \beta$ ， $a \cap b = M$ ，则点 M 与直线 l 的位置关系为_____。

【答案】 $M \in l$

【解析】 $\because a \cap b = M$ ， $a \subset \alpha$ ， $b \subset \beta$ ，

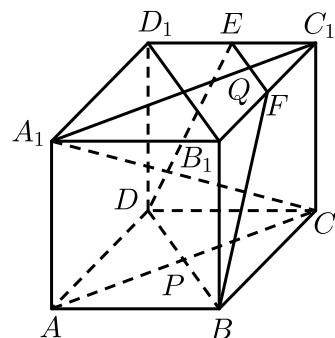
$\therefore M \in \alpha$ ， $M \in \beta$ ，

又 $\because \alpha \cap \beta = l$ ，

$\therefore M \in l$ 。

【标注】【知识点】点、直线、平面之间的位置关系；三个公理、三个推论；已知线面位置关系判定结论的问题

5. 如图，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E, F 分别为 D_1C_1 和 B_1C_1 的中点， P, Q 分别为 AC 与 BD, A_1C_1 与 EF 的交点。

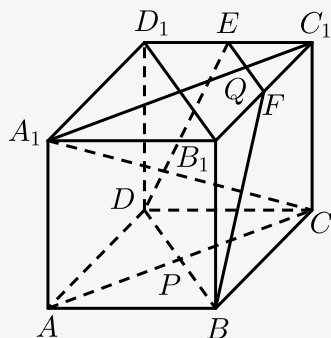


- (1) 求证： D, B, F, E 四点共面。
 (2) 若 A_1C 与平面 $DBFE$ 交于点 R ，求证： P, Q, R 三点共线。

【答案】 (1) 证明见解析。

(2) 证明见解析。

【解析】 (1) $\because$ 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， $BB_1 \parallel DD_1$ ，



$$\therefore BD \parallel B_1D_1,$$

$$\text{又} \because E, F \text{ 分别为 } D_1C_1 \text{ 和 } B_1C_1 \text{ 的中点}, EF \parallel \frac{1}{2} B_1D_1,$$

$$\therefore EF \parallel \frac{1}{2} BD,$$

$\therefore D, B, F, E$ 四点共面。

(2) $\because Q \in \text{平面 } AC_1, Q \in \text{平面 } BE, P \in \text{平面 } AC_1, P \in \text{平面 } BE,$

$\therefore \text{平面 } AC_1 \text{ 与平面 } BE = PQ,$

又 $\because A_1C$ 与面 $DBFE$ 交于点 $R,$

$\therefore R \in \text{平面 } AC_1, R \in \text{平面 } BE,$

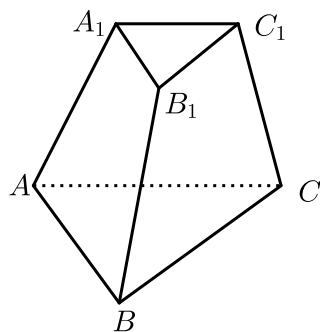
$\therefore R \in PQ,$

即 P, Q, R 三点共线。

【标注】【知识点】点、直线、平面之间的位置关系；三个公理、三个推论

6. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 不全等, 且 $AB//A_1B_1$, $BC//B_1C_1$, $AC//A_1C_1$.

求证: 直线 AA_1 , BB_1 , CC_1 交于一点.



【答案】 证明见解析.

【解析】 $\because A_1B_1//AB$,

$\therefore$ 直线 A_1B_1 与 AB 确定一平面 α .

同理, 直线 B_1C_1 与 BC 确定一平面 β , 直线

C_1A_1 与 CA 确定一平面 γ .

易知 $\beta \cap \gamma = C_1C$, 又 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 不全等,

$\therefore AA_1$ 与 BB_1 相交, 设交点为 P , $P \in AA_1$, $P \in BB_1$.

而 $AA_1 \subset \gamma$, $BB_1 \subset \beta$, $\therefore P \in \gamma$, $P \in \beta$,

$\therefore P$ 在平面 β 与平面 γ 的交线上.

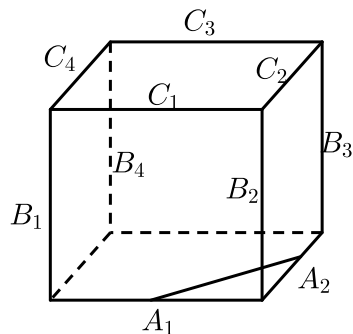
又 $\beta \cap \gamma = C_1C$, 根据公理2知, $P \in C_1C$,

$\therefore$ 直线 AA_1 , BB_1 , CC_1 交于一点.

【标注】【知识点】点、直线、平面之间的位置关系

|| 异面直线

7. 如图所示, 正方体的10条棱的中点分别为 $A_1, A_2, B_1, B_2, B_3, B_4, C_1, C_2, C_3, C_4$, 任取其中两点组成的直线中, 与直线 A_1A_2 异面的有()条.



A. 33

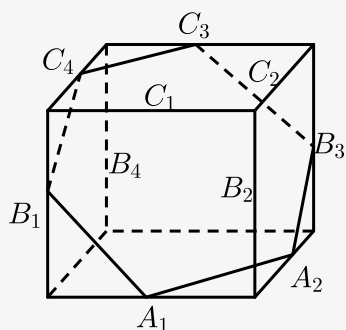
B. 25

C. 23

D. 21

【答案】 D

【解析】



与 A_1A_2 异面

B_1B_2 , B_1B_4 , B_1C_1 , B_1C_2 ,

B_2B_3 , B_2B_4 , B_2C_1 , B_2C_2 , B_2C_3 , B_2C_4 ,

B_3B_4 , B_3C_1 , B_3C_2 ,

B_4C_1 , B_4C_2 , B_4C_3 , B_4C_4 ,

C_1C_3 , C_1C_4 ,

C_2C_3 , C_2C_4 ,

共21条 .

故选 : D .

【标注】 【知识点】 点、直线、平面之间的位置关系；已知线面位置关系判定结论的问题

8. 分别和两条异面直线都相交的两条直线一定 () .

A. 相交

B. 异面

C. 不平行

D. 不相交

【答案】 C

【解析】 将两条异面直线分别为 a , b , 与 a , b 相交的直线分别为 c , d , 直线 c , d 分别于 a , b 都相交 , 可能在存以下两种情况 :

图1中 c , d 与 a , b 的交点不重合 , 故此时 c , d 异面 ,

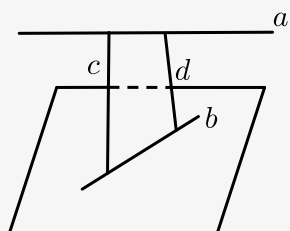


图 1

图2中 c , d 与 a , b 的交点重合 , 故此时 c , d 相交 ,

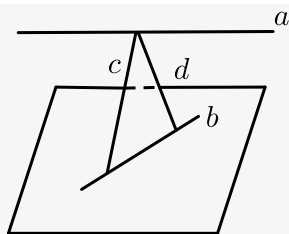


图 2

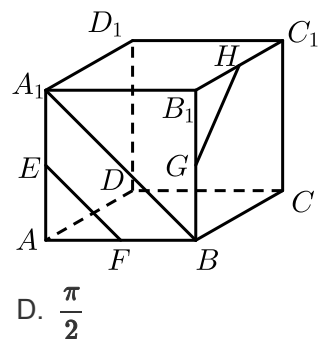
所以分别与两条异面直线都相交的两条直线相交或异面，故这两条直线一定不平行。

故选：C。

【标注】【知识点】已知线面位置关系判定结论的问题；点、直线、平面之间的位置关系；异面直线判定及其夹角

|| 异面直线所成角的计算

9. 如图，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E, F, G, H 分别是棱 AA_1, AB, BB_1, B_1C_1 的中点，则异面直线 EF 与 GH 所成角的大小为（ ）。



A. $\frac{\pi}{6}$

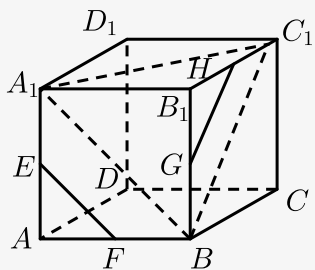
B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{2}$

【答案】 B

【解析】 连接 A_1B, BC_1, A_1C_1 ，则 $A_1B = BC_1 = A_1C_1$ ，



$$\text{且 } EF \parallel \frac{1}{2}A_1B, GH \parallel \frac{1}{2}BC_1,$$

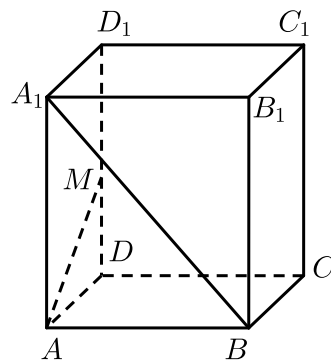
$\therefore \angle A_1BC_1$ 就是异面直线 EF 与 GH 所成角，

$$\therefore \angle A_1BC_1 = \frac{\pi}{3}.$$

故选 B。

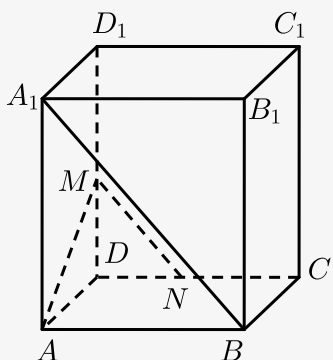
【标注】【知识点】几何法求空间角；点、直线、平面之间的位置关系

10. 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2$, $AB = BC = 1$, 点 M 为侧棱 DD_1 的中点, 则异面直线 A_1B 与 AM 所成角的余弦值为 _____ .



【答案】 $\frac{\sqrt{10}}{5}$

【解析】 如图：取 DC 中点 N , 连接 MN ,



$MN \parallel D_1C$, $A_1B \parallel D_1C$,

$\therefore MN \parallel A_1B$,

$\therefore AM$ 与 A_1B 夹角即为 $\angle AMN$ 或其补角,

$$MN = \frac{1}{2} D_1C = \frac{1}{2} \sqrt{DD_1^2 + DC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$AM = \sqrt{AD^2 + DM^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

$$AN = \sqrt{AD^2 + DN^2} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos \angle AMN &= \frac{AM^2 + MN^2 - AN^2}{2 \cdot AM \cdot MN} \\ &= \frac{(\sqrt{2})^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2}{2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{5}. \end{aligned}$$

【标注】【知识点】点、直线、平面之间的位置关系；几何法求空间角

11. 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = \sqrt{3}$, $AA_1 = 1$, 则异面直线 AD 与 BC_1 所成角为 () .
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

【答案】 A

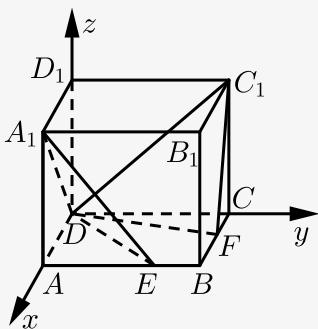
【解析】 方法一: 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, $AD \parallel BC$, 故 AD 与 BC_1 的夹角即 BC 与 BC_1 的

$$\text{夹角, } \tan \angle CBC_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle CBC_1 = 30^\circ.$$

$\therefore$ 异面直线 AD 与 BC_1 所成角为 30° .

方法二: 如图, 以 D 为原点, DA 为 x 轴, DC 为 y 轴, DD_1 为 z 轴, 建立空间直角坐标系,



$$A(\sqrt{3}, 0, 0), D(0, 0, 0), B(\sqrt{3}, \sqrt{3}, 0), C_1(0, \sqrt{3}, 1),$$

$$\overrightarrow{AD} = (-\sqrt{3}, 0, 0), \overrightarrow{BC_1} = (-\sqrt{3}, 0, 1),$$

设异面直线 AD 与 BC_1 所成角为 θ ,

$$\text{则 } \cos \theta = \frac{|\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC_1}|}{|\overrightarrow{AD}| \cdot |\overrightarrow{BC_1}|} = \frac{3}{\sqrt{3} \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \theta = 30^\circ,$$

$\therefore$ 异面直线 AD 与 BC_1 所成角为 30° .

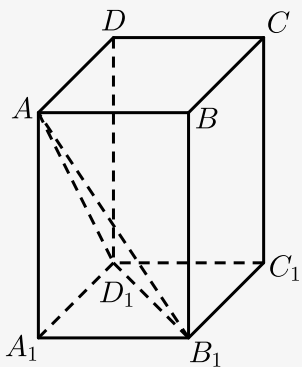
故选 A.

【标注】 【知识点】 点、直线、平面之间的位置关系; 几何法求空间角

12. 正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, $AB = BC = 1$, $AA_1 = \sqrt{3}$, 则异面直线 BC_1 与 D_1B_1 所成角的余弦值为 () .
- A. $\frac{\sqrt{14}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
 C. $\frac{\sqrt{28}}{14}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】 B

【解析】 连接 AD_1 , AB_1 ,



$$\therefore D_1C_1 \parallel AB,$$

$\therefore$ 四边形 ABC_1D_1 为平行四边形,

$$\therefore BC_1 \parallel AD_1,$$

$\therefore \angle AD_1B_1$ 为异面直线 BC_1 与 D_1B_1 所成角,

$$B_1D_1 = \sqrt{2},$$

$$AD_1 = 2, AB_1 = 2,$$

$$AB_1^2 = AD_1^2 + B_1D_1^2 - 2AD_1 \cdot B_1D_1 \cdot \cos \angle AD_1B,$$

$$2^2 = 2^2 + (\sqrt{2})^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{2} \cos \angle AD_1B,$$

$$\therefore 4\sqrt{2} \cos \angle AD_1B = 2,$$

$$\therefore \cos \angle AD_1B = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

故B.

【标注】 【知识点】 几何法求空间角；点、直线、平面之间的位置关系

|| 直线与直线的位置关系

13. 若直线 $l \parallel$ 平面 α , 直线 $a \subset \alpha$, 则 l 与 a 的位置关系是 ().

A. $l \parallel a$

B. l 与 a 异面

C. l 与 a 相交

D. l 与 a 没有公共点

【答案】 D

【解析】 $\therefore$ 直线 $l \parallel$ 平面 α ,

$\therefore$ 若直线 l 与平面 α 无公共点,

又 $\therefore$ 直线 $a \subset \alpha$,

$\therefore$ 直线 l 与直线 a 无公共点，

所以 D 选项是正确的．

【标注】【知识点】已知线面位置关系判定结论的问题；点、直线、平面之间的位置关系

14. 若空间中三条两两不同的直线 l_1, l_2, l_3 ，满足 $l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3$ ，则下列结论一定正确的是（ ）．

A. $l_1 \perp l_3$

B. l_1 与 l_3 既不垂直又不平行

C. $l_1 // l_3$

D. l_1 与 l_3 的位置关系不确定

【答案】 D

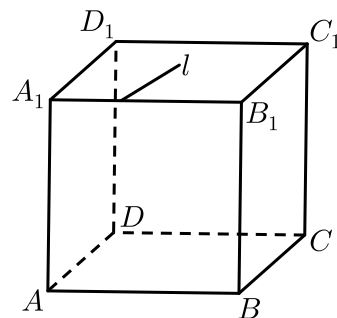
【解析】 $\because l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3$ ，

l_1 与 l_3 有可能平行，有可能相交，有可能异面．

故答案选：D．

【标注】【知识点】点、直线、平面之间的位置关系；已知线面位置关系判定结论的问题

15. 已知在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中（如图）， $l \subset$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$ ，且 l 与 B_1C_1 不平行，则下列一定不可能的是（ ）．



A. l 与 AD 平行

B. l 与 AD 不平行

C. l 与 AC 平行

D. l 与 BD 垂直

【答案】 A

【解析】 假设 $l // AD$ ，

$\because AD // BC, BC // B_1C_1$ ，

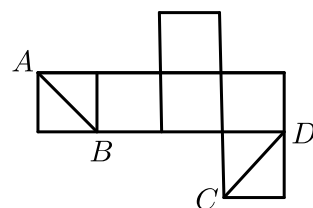
$\therefore l // B_1C_1$ 与已知矛盾，

$\therefore$ A 错．

故选 A．

【标注】【知识点】已知线面位置关系判定结论的问题；点、直线、平面之间的位置关系

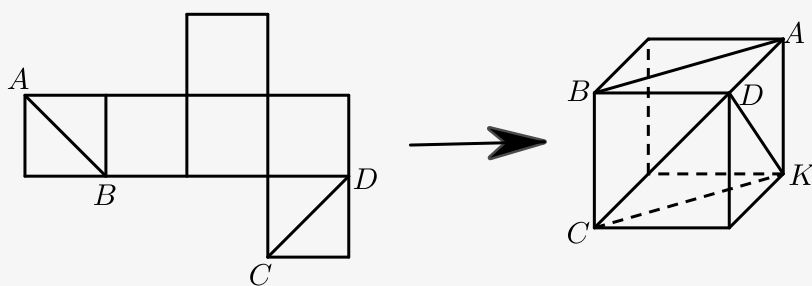
16. 如图是一个正方体的平面展开图，则在正方体中直线 AB 与 CD 的位置关系为（ ）.



- A. 相交 B. 平行 C. 异面但不垂直 D. 异面而且垂直

【答案】 C

【解析】 将展开图还原成立体图.



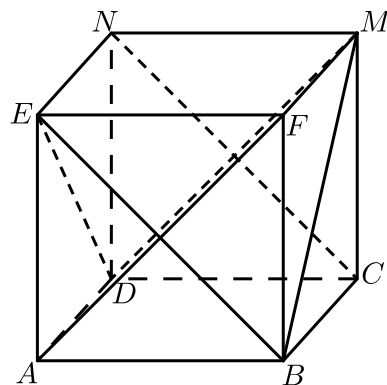
$\therefore AD$ 与 BC 异面，
 $\therefore ADCB$ 四点不共面，
 $\therefore AB$ 与 CD 异面，
 $\therefore AB$ 与 CD 异面直线成角为 $\angle DCK = 60^\circ$ ，
 $\therefore$ 不垂直.
 故C正确.

【标注】【知识点】已知线面位置关系判定结论的问题；点、直线、平面之间的位置关系

17. 如图，在这个正方体中，

- ① BM 与 ED 平行；
- ② CN 与 BM 是异面直线；
- ③ CN 与 BE 是异面直线；
- ④ DN 与 BM 是异面直线；

以上四个命题中，正确命题的序号是 _____ .



【答案】 ②④

【解析】 由正方体的特征可知，

- ① $BM \parallel ED$ 错误；
- ② CN 与 BM 为异面直线；
- ③ $CN \parallel BE$ ，故③错误；
- ④ DN 与 BM 为异面直线，故④正确。

故答案为：②④。

【标注】 【知识点】 棱柱、棱锥、棱台的结构特征；已知线面位置关系判定结论的问题；点、直线、平面之间的位置关系

|| 直线与平面的关系

18. 若 $P \in l, P \in \alpha, Q \in l, Q \notin \alpha$ ，则直线 l 与平面 α 有 _____ 个公共点。

【答案】 1

【解析】 $\because P \in \alpha, P \in l$ ，直线 l 与平面 α 有公共点 P ，

$\therefore$ 直线 $l \subset$ 平面 α 或直线 $l \cap$ 平面 $\alpha = P$ ，

下面用反证法证明直线 l 不可能在平面 α 内，

假设直线 $l \subset$ 平面 α ，因为 $Q \in l$ ，所以 $Q \in \alpha$ ，

这与已知条件“ $Q \notin \alpha$ ”矛盾，故“直线 $l \subset$ 平面 α ”不可能成立，

$\therefore$ 直线 $l \cap$ 平面 $\alpha = P$ ，直线 l 与平面 α 有唯一公共点。

【标注】 【知识点】 已知线面位置关系判定结论的问题；三个公理、三个推论

19. 已知两条相交直线 a 和 b ， $a \parallel$ 平面 α ，则 b 与 α 的位置关系是 ()。

A. $b // \alpha$

B. b 与 α 相交

C. $b \subset \alpha$

D. $b // \alpha$ 或 b 与 α 相交

【答案】 D

【解析】 两条相交直线 a 和 b , $a //$ 平面 α , 则 b 与 α 的位置关系有 $b // \alpha$ 或 b 与 α 相交.

【标注】【知识点】已知线面位置关系判定结论的问题; 点、直线、平面之间的位置关系

20. 若直线 l 不平行于平面 α , 且 $l \not\subset \alpha$, 则 ().

A. α 内的所有直线与 l 异面

B. α 内不存在与 l 平行的直线

C. α 内存在唯一的直线与 l 平行

D. α 内的直线与 l 都相交

【答案】 B

【解析】 A选项: 直线 l 不平行于平面 α , 且 $l \not\subset \alpha$, 则直线 l 与平面 α 相交, 则平面 α 内过公共点的直线与直线 l 相交, 不异面, 故A错误;

B选项: 由直线与平面平行的判定定理得平面 α 内不存在与 l 平行的直线, 故B正确;

C选项: 直线 l 不平行于平面 α , 且 $l \not\subset \alpha$, 则由直线与平面平行的判断定理得平面 α 内不存在直线与 l 平行, 故C错误;

D选项: 直线 l 不平行于平面 α , 且 $l \not\subset \alpha$, 则直线 l 与平面 α 相交, 则平面 α 内过公共点的直线与直线 l 相交, 不过公共点的直线与直线 l 异面, 故D错误;

故选 B.

【标注】【知识点】点、直线、平面之间的位置关系