

2020河西高二上期末

一、单选

1 数列 $-\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, -\frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots$ 的通项公式可能是 $a_n = ()$.

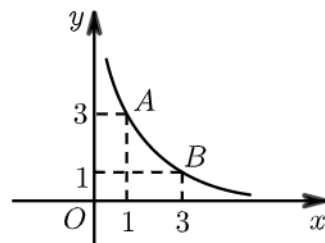
A. $\frac{(-1)^n}{3n+2}$

B. $\frac{(-1)^{n-1}}{2n+3}$

C. $\frac{(-1)^n}{2n+3}$

D. $\frac{(-1)^{n-1}}{3n+2}$

2 如图, 函数 $y = f(x)$ 在 A, B 两点间的平均变化率是 $()$.



A. 1

B. -1

C. 2

D. -2

3 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$, 则 $a_n = ()$.

A. $2 + \ln n$

B. $2 + (n-1)\ln n$

C. $2 + n\ln n$

D. $1 + n + \ln n$

4 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 若 $\frac{a_{11}}{a_{10}} < -1$, 且它们的前 n 项和 S_n 有最大值, 则使得 $S_n > 0$ 的 n 的最大值为 $()$.

A. 11

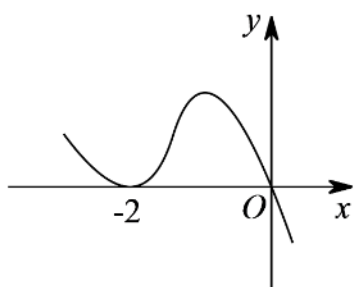
B. 19

C. 20

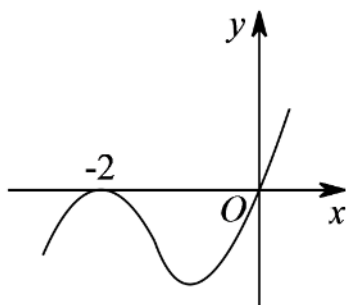
D. 21

5 设函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上可导, 其导函数为 $f'(x)$, 且函数 $f(x)$ 只在 $x = -2$ 处取得极小值, 则函数 $y = xf'(x)$ 的图象可能是 $()$.

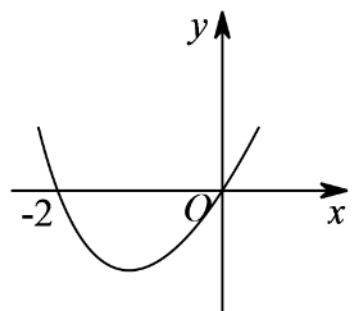
A.



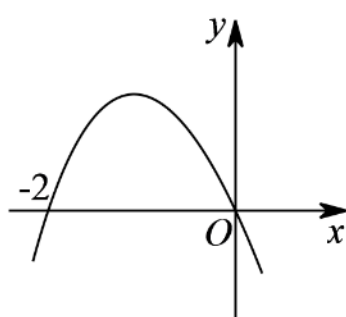
B.



C.



D.



6 《九章算术》中有如下问题：今有蒲生一日，长四尺，莞生一日，长一尺．蒲生日自半，莞生日自倍．意思是：今有蒲第一天长高四尺，莞第一天长高一尺，以后蒲每天长高前一天的一半，莞每天长高前一天的两倍．请问第几天，莞的长度是蒲的长度的4倍（ ）．

- A. 4天 B. 5天 C. 6天 D. 7天

7 下列求导运算正确的是（ ）．

- A. $(2^x)' = x \cdot 2^{x-1}$ B. $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)' = 2x - \frac{1}{x^2}$
C. $\left(\frac{x}{\cos x}\right)' = \frac{\cos x - x \sin x}{(\cos x)^2}$ D. $(3e^x)' = 3e^x$

8 数列 $1 + \frac{1}{2}, 2 + \frac{1}{4}, 3 + \frac{1}{8}, 4 + \frac{1}{16}, \dots$ 的前 n 项和为（ ）．

- A. $2 - \frac{1}{2^n} - \frac{n}{2^{n+1}}$ B. $2 - \frac{1}{2^{n-1}} - \frac{n}{2^n}$
C. $\frac{n}{2}(n+1) + 1 - \frac{1}{2^n}$ D. $\frac{n(n+1)}{2} + 1 - \frac{1}{2^{n-1}}$

9 已知函数 $f(x) = |\ln x|$, $g(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x \leq 1 \\ |x^2 - 4| - 2, & x > 1 \end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f(x) + m = g(x)$ 恰有三个不相等的实数解, 则 m 的取值范围是（ ）．

- A. $[0, \ln 2]$ B. $(-2 - \ln 2, 0)$ C. $(-2 - \ln 2, 0]$ D. $[0, 2 + \ln 2)$

二、填空

- 10 已知公差为0的等差数列 $\{a_n\}$ ，若 $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n} = a_5 a_7$ ，
 $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2n-1} = a_5 a_6$ ，且 $S_{2n} = 240$ ，则公差 $d =$ _____。
- 11 曲线 $y = xe^x + 2x + 1$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程为_____。
- 12 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，满足 $2S_n = n^2 + n (n \in \mathbf{N}^*)$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____，
 设 $b_n = (-1)^n \frac{a_{2n+1}}{a_n \cdot a_{n+1}}$ ，则数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n =$ _____。
- 13 函数 $f(x) = \sqrt{x} - \frac{3}{4} \ln x$ 的单调递减区间是_____。
- 14 设 $\{a_n\}$ 是等比数列，公比 $q = \sqrt{2}$ ， S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。记 $T_n = \frac{17S_n - S_{2n}}{a_{n+1}}$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ 。设 T_{n_0} 为数列 $\{T_n\}$ 的最大项，则 $n_0 =$ _____。
- 15 用长为18cm的钢条围成一个长方体形状的框架，要求长方体的长与宽之比为2:1，则该长方体的长为_____，宽为_____，高为_____时，其体积最大。

三、解答

- 16 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx + c$ 在点 $x = 2$ 处取得极值 $c - 16$ 。
- (1) 求 a, b 的值；
- (2) 若 $f(x)$ 有极大值28，求 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的最小值。

17 已知函数 $f(x) = ax^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1 (x \in \mathbf{R})$, 其中 $a > 0$.

(1) 若 $a = 1$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程 .

(2) 若在区间 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 上 , $f(x) > 0$ 恒成立 , 求 a 的取值范围 .

18 已知数列的 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_n = 2 - 2S_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ，数列 $\{b_n\}$ 是等差数列，且 $b_5 = 14$ ， $b_7 = 20$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式。

(2) 设 $c_n = a_n \cdot b_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n 。

19 已知数列 $\{a_n\}$, 满足 $a_1 = 4$, $a_{n+1} = 3a_n - 4$, $(n \in \mathbf{N}^*)$, 求该数列的通项公式 .